



Отборочный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Математика»

Класс участия: 10

Вариант задания: 1

Задача 1.

Найдите количество натуральных чисел n , для которых число $n^4+2n^3-n^2+1$ является квадратом целого числа.

Ответ: 0

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 2.

Из бассейна, содержащего 280 м^3 воды, откачали 196 м^3 воды. Затем насос сломался, и для откачки оставшейся части воды пришлось использовать резервный, менее мощный. На всю работу было затрачено 28 минут. При одновременной работе этих двух насосов вся вода из бассейна была бы откачана за 14 минут. Какова производительность более мощного насоса? Ответ укажите в $\text{м}^3/\text{мин}$.

Ответ: 14

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9



Задача 3.

Высота FL треугольника NFM равна $\sqrt{3/7}$ и делит сторону NM в отношении 4:3, считая от вершины N. Параллельно этой высоте проведена прямая, которая пересекает стороны FM и MN в точках A и B соответственно. Найдите длину отрезка АВ, если площадь четырехугольника NFAВ относится к площади треугольника АВМ как 3:1

Ответ: 0,5

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 4.

Стороны прямоугольного треугольника составляют арифметическую прогрессию, разность которой равна 8. Найдите радиус вписанной в этот треугольник окружности.

Ответ: 8

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9



Задача 5.

Имеются два сплава, состоящие из никеля, хрома и железа. Известно, что первый сплав содержит 15% никеля, а второй- 50% железа. Процентное содержание хрома в первом сплаве в 2 раза выше, чем во втором сплаве. Сплавив 400 кг первого сплава и 300 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 18% никеля. Определите, сколько процентов железа содержится в получившемся новом сплаве.

Ответ: 38

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 6.

Решите уравнение $3^{|x|-3} + \frac{1}{3^{|x|-3}} = 2\sin \frac{\pi x}{2}$. Если оно имеет более одного корня, то в ответе укажите их произведение.

Ответ: -3

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12



Задача 7.

На поверхность моря с самолета-разведчика были сброшены шесть радаров. Первые два радара оказались на поверхности моря в точках А и В, расстояние между которыми 10 км, третий радар оказался в точке N, внутренней для отрезка АВ, четвертый радар – в точке С, являющейся вершиной треугольника АВС. Пятый и шестой радары, как оказалось, были сброшены в центры описанных окружностей около треугольников CAN и CBN, соответственно. Найдите наименьшее возможное расстояние между точками расположения пятого и шестого радаров на поверхности моря. Поверхность моря считать плоской, положение радаров на поверхности моря считать неизменным, ответ записать в километрах без указания единиц измерения.

Ответ: 5

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 8.

Найдите все значения параметра a , для каждого из которых уравнение $\frac{(a+3)x - 4a + 7}{x^2 - x - 6} = a - 1$ имеет единственный корень. В ответе укажите сумму найденных значений параметра, округлив её до сотых.

Ответ: 16,38

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Задача 9.

Найдите количество натуральных решений x уравнения $m^2 + nx = 2025$, если про числа m, n известно, что они являются натуральными, $m > n$, а сумма цифр числа $100^m - 100^n + 8 \cdot 10^n + 7$ равна 105?

Ответ: 9

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14