



Отборочный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Математика»

Класс участия: 10

Вариант задания: 1

Задача 1.

Найдите количество натуральных чисел n , для которых число $n^4+2n^3+3n^2+1$ является квадратом целого числа.

Ответ: 0

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 2.

Из бассейна, содержащего 252 м^3 воды, откачали 84 м^3 . Затем насос заменили на более мощный и откачали оставшуюся часть воды. На всю работу было затрачено 28 минут. При одновременной работе обоих насосов вся вода из бассейна была бы откачана за 12 минут 36 секунд. Какова производительность более мощного насоса? Ответ укажите в $\text{м}^3/\text{мин}$.

Ответ: 15

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9



Задача 3.

В треугольнике MCT высота, проведенная из вершины C делит сторону MT в отношении $3:5$, считая от вершины M . Параллельно этой высоте проведена прямая, которая пересекает стороны CT и MT в точках K и P соответственно. Найдите длину отрезка KP , если высота, проведенная из вершины C , равна $\sqrt{30}$ и площадь четырехугольника $MCKP$ относится к площади треугольника KPT как $2:1$

Ответ: 4

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 4.

Пятый член арифметической прогрессии равен 24. Известно, что сумма первых десяти её членов больше, чем 255, но меньше, чем 265. Найдите сумму первых 25 её членов.

Ответ: 1400

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9



Задача 5.

Имеются два сплава, состоящие из алюминия, свинца и серы. Известно, что первый сплав содержит 45% алюминия, а второй- 20% серы. Процентное содержание свинца во втором сплаве в 2 раза выше, чем в первом сплаве. Сплавив 600 кг первого сплава и 150 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 46% алюминия. Определите, сколько кг серы содержится в получившемся новом сплаве.

Ответ: 270

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 6.

Решите уравнение $5^{|x|-2} + \frac{1}{5^{|x|-2}} = -\cos \frac{\pi x}{2} + 1$. Если оно имеет более одного корня, то в ответе укажите их произведение.

Ответ: -4

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12



Задача 7.

На поверхность моря с самолета-разведчика были сброшены шесть радаров. Первые два радара оказались на поверхности моря в точках А и В, расстояние между которыми 12 км, третий радар оказался в точке N, внутренней для отрезка АВ, четвертый радар – в точке С, являющейся вершиной треугольника АВС. Пятый и шестой радары, как оказалось, были сброшены в центры описанных окружностей около треугольников CAN и CBN, соответственно. Найдите наименьшее возможное расстояние между точками расположения пятого и шестого радаров на поверхности моря. Поверхность моря считать плоской, положение радаров на поверхности моря считать неизменным, ответ записать в километрах без указания единиц измерения.

Ответ: 6

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 8.

Найдите все значения параметра a , для каждого из которых уравнение $\frac{2x^2 + (a+12)x - 2a + 18}{x^2 + 3x - 4} = a$ имеет единственный корень. В ответе укажите сумму найденных значений параметра, округлив её до сотых.

Ответ: 33,67

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Задача 9.

На доске находится n различных чисел, сумма которых равна 2025. Про эти числа известно, что любые 3 имеют целое среднее арифметическое, а сумма любых двух больше 10. Определите какое наибольшее количество чисел могло быть?

Ответ: 35

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14