



Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Компьютерное моделирование и графика»

Тур по математике и инженерной графике

Класс участия: 9

Задание 1.

1. На весенней распродаже девушка приобрела зимние ботинки со скидкой 40% и шапку со скидкой 20%. За все покупки она заплатила 9180 руб. При этом сэкономила 32% их суммарной первоначальной стоимости. Найдите первоначальную стоимость шапки и ботинок.

Решение:

Пусть первоначальная цена ботинок x рублей, а шапки y рублей. За ботинки она заплатила $0,6x$ руб., а за шапку $0,8y$ рублей, что составило 9810 руб. Сэкономив 32% первоначальной стоимости, она заплатила $0,68(x+y)$ рублей.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,6x + 0,8y = 9180 \\ 0,68(x + y) = 9180 \end{cases}$$

Решая систему, получим что $x=1,5y$, проводя вычисления найдём, что $x=5400$, а $y=8100$

Ответ: 8100; 5400

Критерии оценивания

Содержание критерия	Балл
Обоснованно получен верный ответ	10
Верно составлена система уравнений, но получен только один верный ответ	8
Верно составлена система уравнений	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

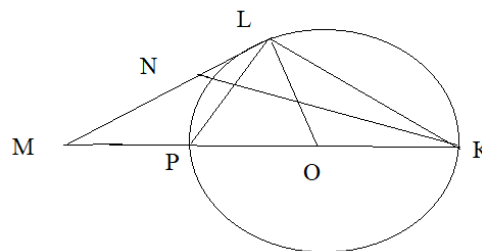


Задание 2.

В окружности радиуса 8 см проведены хорда KL и диаметр PK , который образует с хордой угол. Через точку L к окружности проведена касательная, которая пересекает прямую PK в точке M . Найдите длину медианы KN треугольника KLM .

Решение:

$\angle PKL = 30^\circ$, он вписанный,
 $\Rightarrow \angle PKO = 60^\circ \Rightarrow \angle POL = 60^\circ \Rightarrow \angle OLM = 90^\circ$
(между радиусом и касательной)



$\Rightarrow \angle LMO = \angle LMK = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow \triangle MLK$ равнобедренный.

$$ML = LK = PK \cdot \cos 30^\circ = \frac{2 \cdot 8 \cdot \sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}, \quad NL = \frac{1}{2} ML = 4\sqrt{3}.$$

($\angle PLK = 90^\circ$ как вписанный, опирающийся на диаметр).

$$\begin{aligned} \angle MLK &= 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ, & KN &= \sqrt{LK^2 + NL^2 - 2KN \cdot NL \cdot \cos \angle NKL} = \\ &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (8\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{1+4+2} = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} = 4\sqrt{21}. \end{aligned}$$

Ответ: $4\sqrt{21}$

Критерии оценивания

Содержание критерия	Балл
Обоснованно получен верный ответ	10
Выяснено, что треугольник KLM – равнобедренный и верно написана для медианы теорема косинусов или формула медианы	6
Выяснено, что треугольник KLM – равнобедренный	3
Решение отсутствует либо не соответствует вышеуказанным условиям	0



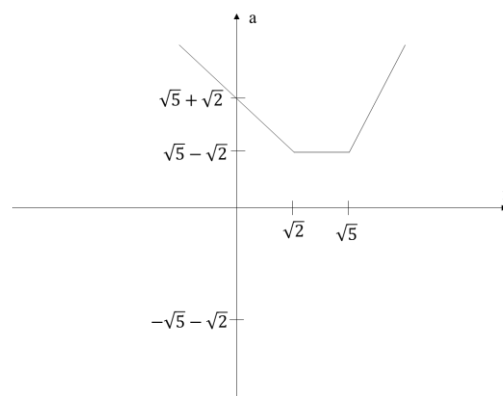
Задание 3.

При каких значениях параметра a уравнение

$$\sqrt{x^2 - 2\sqrt{5}x + 5} + \sqrt{2 - 2\sqrt{2}x + x^2} = a \text{ имеет бесконечно много корней?}$$

Решение:

$$a(x) = \begin{cases} -2x + \sqrt{5} + \sqrt{2}, x \in (-\infty; \sqrt{2}) \\ \sqrt{5} - \sqrt{2}, x \in [\sqrt{2}; \sqrt{5}) \\ 2x - \sqrt{5} - \sqrt{2}, x \in [\sqrt{5}; +\infty) \end{cases}$$



Ответ: $a = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

Критерии оценивания

Содержание критерия	Балл
Обоснованно получен правильный ответ.	10
Верно построен график функции $a(x)$ либо предложен верный аналитический метод решения задачи, но получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	8
Верно сняты внешние корни и модули	4
Решение отсутствует либо не соответствует вышеуказанным условиям.	0



Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.

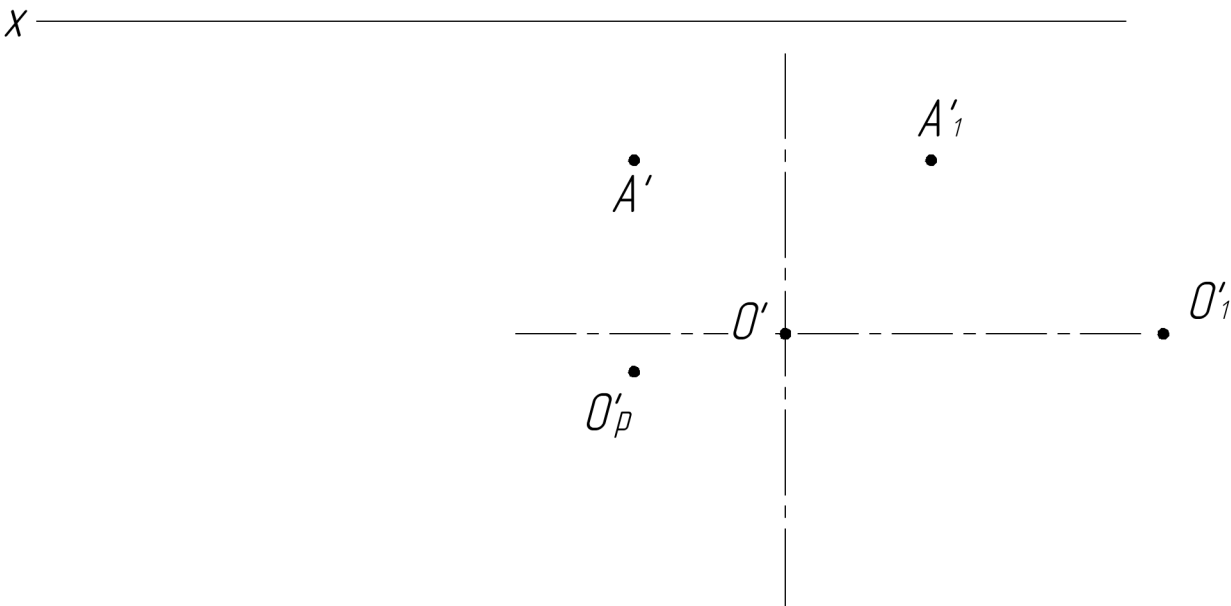
Вариант: 1

класс: 8–9

Задача 4 (10 баллов). Даны горизонтальные проекции центров окружностей оснований наклонного цилиндра O' и O'_1 , вершин A' и A'_1 бокового ребра наклонной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и центра квадрата O'_p её нижнего основания. Нижние основания фигур расположены в одной плоскости. Основание цилиндра принадлежит горизонтальной плоскости проекций и его диаметр 70 мм. Высота цилиндра 70 мм. Плоскость верхнего основания призмы параллельна плоскости верхнего основания цилиндра и ниже ее на 15 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции наклонного цилиндра с учетом выреза в форме наклонной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить и обозначить проекции вершин призмы и границ участков линии выреза в цилиндре;
- 3) обозначить видимость линий цилиндра с вырезом и указать осевые и центровые линии;
- 4) оформить все изображения в соответствии с требованиями ЕСКД.





Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.

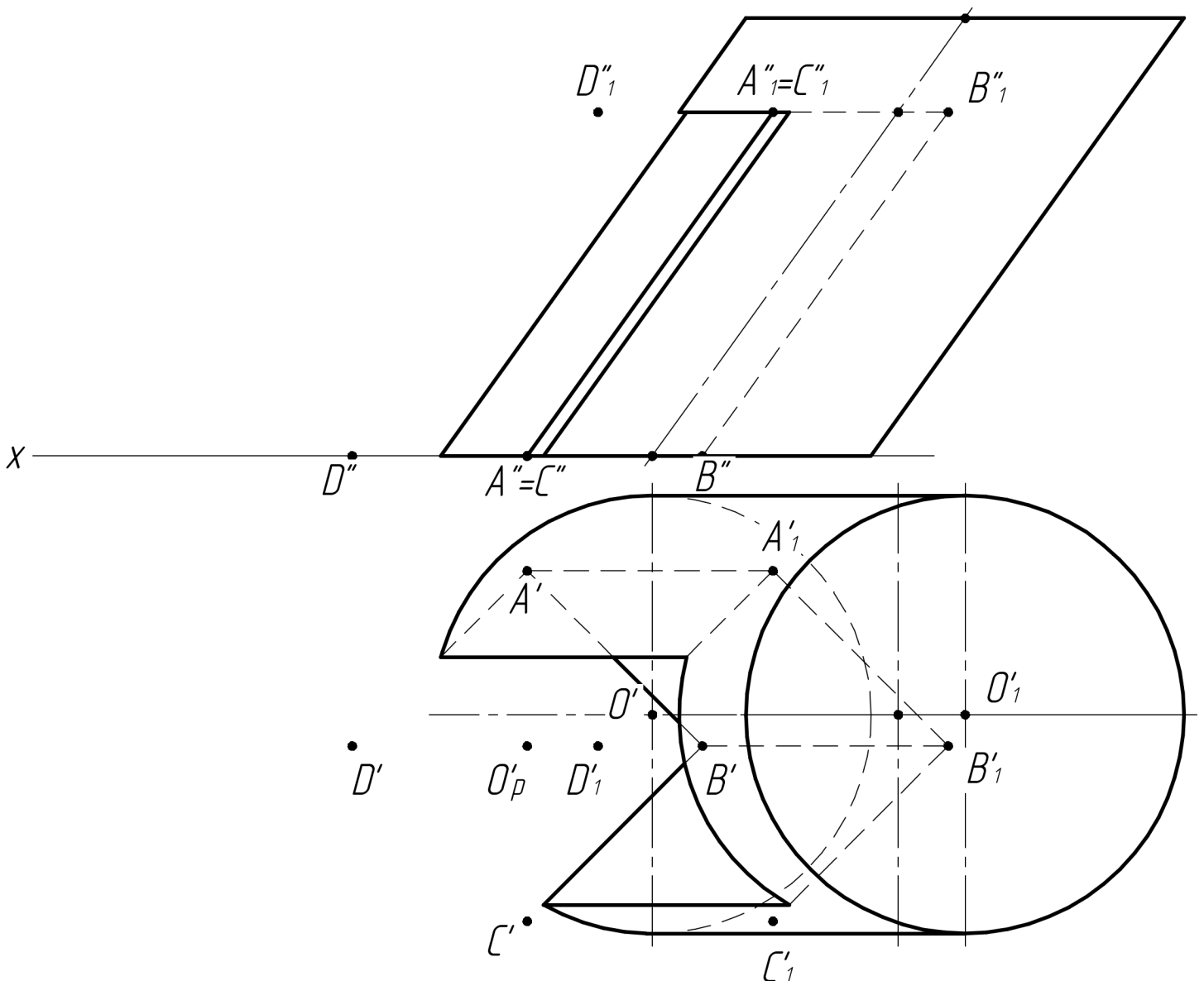
Вариант: 1

класс: 8–9

Задача 4 (10 баллов). Даны горизонтальные проекции центров окружностей оснований наклонного цилиндра O' и O'_1 , вершин A' и A'_1 бокового ребра наклонной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и центра квадрата O_p её нижнего основания. Нижние основания фигур расположены в одной плоскости. Основание цилиндра принадлежит горизонтальной плоскости проекций и его диаметр 70 мм. Высота цилиндра 70 мм. Плоскость верхнего основания призмы параллельна плоскости верхнего основания цилиндра и ниже ее на 15 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции наклонного цилиндра с учетом выреза в форме наклонной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить и обозначить проекции вершин призмы и границ участков линии выреза в цилиндре;
- 3) обозначить видимость линий цилиндра с вырезом и указать осевые и центровые линии;
- 4) оформить все изображения в соответствии с требованиями ЕСКД.



Критерии оценки рений заданий по математике и инженерной графике

Задание 4 (4а)

За каждый критерий выставляется **максимальный балл** при полном соответствии ему работы и **0 баллов** при несоответствии или частичном соответствии.

Баллы за критерии суммируются, максимальный балл за решение **10 баллов**.

№ п/п	Критерии	Макс. балл
1	Построена фронтальная и горизонтальная проекции цилиндра с учетом выреза в форме призмы с соблюдением проекционной связи	4
2	Построены и обозначены фронтальная и горизонтальная проекции вершин призмы и границ участков линии выреза в цилиндре	2
3	Верно обозначена видимость линий цилиндра с вырезом, обозначены осевые и центровые линии	3
4	Изображения чертежа оформлены в соответствии с требованиями ЕСКД	1



Задание 5.

- 1) Найдите расстояние между центром нижнего основания цилиндра и вершиной B'_1 призмы. Результат округлите до целого значения.
- 2) Найдите тангенс угла между прямой, содержащей точки O'_p и B'_1 плоскостью нижнего основания фигур. Результат запишите в виде обыкновенной дроби

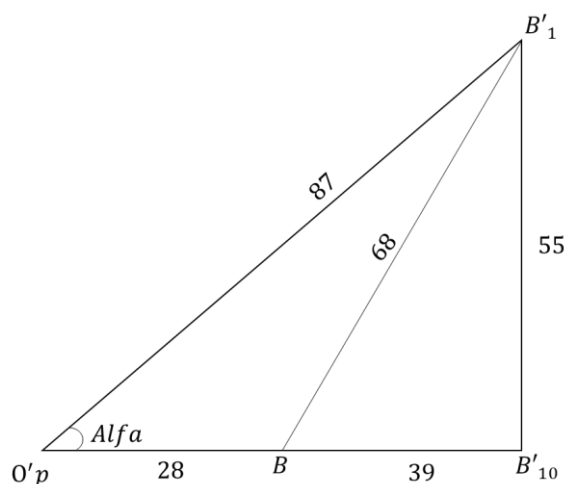
Решение:

$$1) \quad \Delta B_1 B'_1 B'_{10}$$
$$B_1 B'_{10} = \sqrt{(B_1 B'_1)^2 - (B'_1 B'_{10})^2} = 39$$
$$O'_p B'_1 = \frac{A' B' \sqrt{2}}{2} = 28$$

$$O'_p B'_1 = \sqrt{O'_p B'_{10}{}^2 + B'_{10} B'_1{}^2} = 87$$

$$2) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{B'_{10} B'_1}{O'_p B'_{10}} = \frac{55}{67}$$

Ответ: 1) 87; 2) $\frac{55}{67}$



Критерии оценивания

Содержание критерия	Балл
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	10
Правильно рассчитано расстояние между центром нижнего основания цилиндра и вершиной B'_1 призмы	8
Правильно считаны необходимые данные с чертежа	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

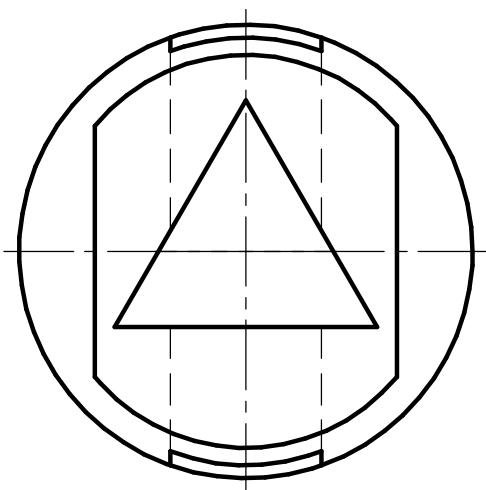
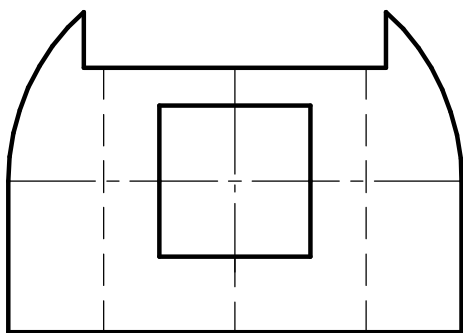


*Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.
Вариант: 1 класс: 8–9*

Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции предмета.

Требуется:

- 1) выполнить изображение предмета на месте вида слева как полный профильный разрез для случая без обозначения разреза;*
- 2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза с обозначением разреза, плоскость разреза указать через ось цилиндра;*
- 3) все изображения выполнить в проекционной связи на местах соответствующих основных видов и оформить по ГОСТ 2.305–2008;*
- 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303–68;*
- 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306–68;*
- 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307–2011;*
- 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.*



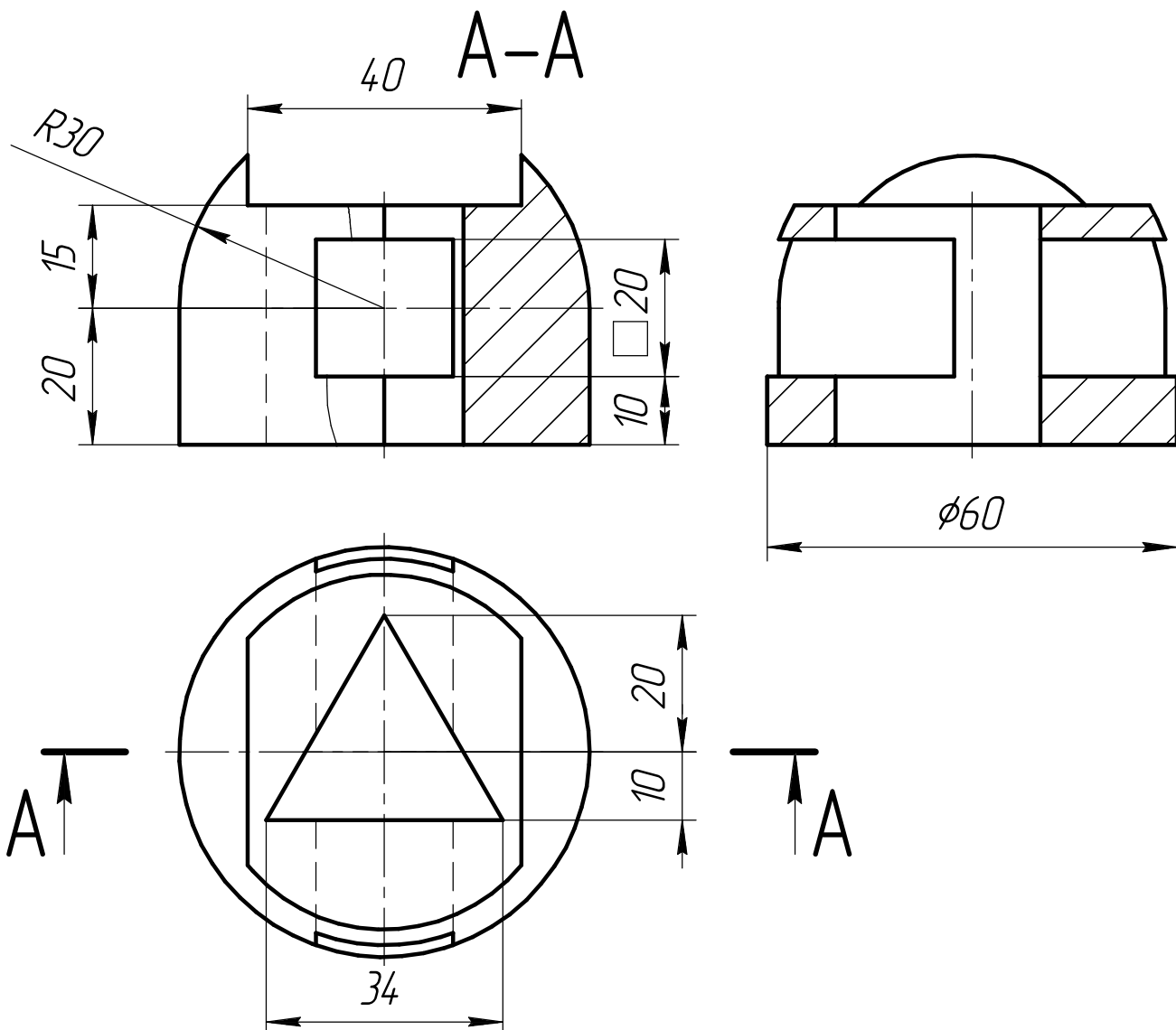


Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.
Вариант:1 класс: 8–9

Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции предмета.

Требуется:

- 1) выполнить изображение предмета на месте вида слева как полный профильный разрез для случая без обозначения разреза;
- 2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза с обозначением разреза, плоскость разреза указать через ось цилиндра;
- 3) все изображения выполнить в проекционной связи на местах соответствующих основных видов и оформить по ГОСТ 2.305–2008;
- 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303–68;
- 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306–68;
- 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307–2011;
- 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



Критерии оценки рений заданий по математике и инженерной графике

Задание 6, вариант 1(2)

Баллы за критерии суммируются, максимальный балл за решение **20 баллов**.

№ п/п	Критерии	Макс. балл
1	Выполнены общие требования: построены три изображения в проекционной связи; на видах невидимый контур показан штриховой линией, на разрезах линии невидимого контура не обозначены. <i>Указанные требования выполнены полностью: 2 балла</i> <i>Указанные требования не выполнены или выполнены частично: 0 баллов</i>	2
2	Верно выполнен главный вид: главный вид выполнен как соединение части вида и части фронтального разреза <u>с указанием</u> положения секущей плоскости и обозначения разреза (<u>с указанием</u> волнистой линии разделения вида и разреза справа от линии ребра) <i>Указанные требования выполнены полностью: 5 балла</i> <i>Указанные требования не выполнены или выполнены частично: 0 баллов</i>	5
3	Верно выполнен вид слева: Вид слева выполнен как полный профильный разрез <u>без указания</u> положения секущей плоскости и обозначения разреза (<u>без указания</u> волнистой линии разделения вида и разреза) <i>Указанные требования выполнены полностью: 7 баллов</i> <i>Вид слева выполнен как соединение части вида и части профильного разреза без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза с указанием волнистой линии разделения вида и разреза: 5 баллов</i> <i>Указанные требования не выполнены или выполнены частично: 0 баллов</i>	7
4	Верно обозначены размеры: <i>Все размеры обозначены правильно: 5 баллов</i> <i>Не менее 8(10) из 10(13) размеров обозначены правильно: 4 балла</i> <i>Менее 10 из 13 размеров обозначены правильно: 0 баллов</i>	5
5	Соблюдены требования ЕСКД: <i>Изображение, толщина линии и штриховка выполнены в соответствии с требованиями ЕСКД: 1 балл</i> <i>В изображении, толщине линии и/или штриховке есть существенные отступления от требований ЕСКД: 0 баллов</i>	1