Отборочный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Инженерное дело»

Специализация: «Математика»

Класс участия: 8

Вариант задания: 1

Задача 1.

Найти количество пар целых чисел x, y, удовлетворяющих уравнению $x^2+2030=y^2$.

Ответ: 0

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 2.

Бабушка ходила в лес за грибами. Она набрала так много, что позвонила с опушки внуку Вите, попросила встретить её на велосипеде и забрать часть грибов. От их дома до опушки леса надо сначала ехать 4 км по шоссе, а затем 2 км по грунтовой дороге. По шоссе Витя на велосипеде едет со скоростью 20 км/ч, а по грунтовой дороге – 17 км/ч. Движение навстречу друг другу они начали одновременно. Сколько метров прошла бабушка от опушки до встречи с внуком, если её скорость – 3 км/ч?

Ответ: 810

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 3.

Угол BAC равен 30°. Из точки B на сторону AC опущен перпендикуляр BE, из точки E на сторону AB опущен перпендикуляр EF, из точки F на сторону AC опущен перпендикуляр FK, из точки K на сторону AB опущен перпендикуляр KM. Найдите площадь треугольника AMK, если площадь треугольника ABE равна 64.

Ответ: 27

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 4.

Найдите вероятность того, что сумма натуральных решений уравнения $xy = 2^{11}2^{10}5^9$ является четной. Представьте ответ в виде несократимой дроби $\frac{m}{n}$, в ответ запишите сумму m+n?

Ответ: 11

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 5.

В равнобедренном треугольнике ABC на основании AC отметили точку M так, что BM=6 и ∠BMC=60°. Оказалось, что биссектриса угла BMC параллельна стороне AB. Вычислите длину стороны AC

Ответ: 12

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 6.

Баба Яга и Кощей Бессмертный варили эликсир молодости. Они смешали отвар корня женьшеня, настойку золотого уса и сок ягод аронии в отношении 3:2:5. Баба Яга проверила зелье на себе, выпила 150 мл эликсира и для лучшего эффекта решила добавить 100 мл настойки золотого уса и 130 мл талой воды. Концентрация золотого уса в новом эликсире не должна превышать 25%. Сколько мл сока ягод аронии было в эликсире первоначально, если первоначальное количество настойки золотого уса было не больше 200 мл.

Ответ: 500

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 7.

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\sqrt{(x-2)^2}+|x-a|=x+3+\frac{|x-2|\cdot(x^2-2x-1)}{x-2}$ имеет 2 решения. В ответе укажите наименьшее из них.

Ответ: -4,25

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 8.

В прямоугольной трапеции ABCD с прямым углом A, основаниями AD и BC (AD>BC) точка O является точкой пересечения биссектрис всех углов трапеции, CD=$\sqrt{3}-1$. Биссектриса DO пересекает сторону AB в точке M и ∠MOB=15°. Вычислите длину отрезка DM.

Ответ: 1

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14

Задача 9.

Найдите все решения в натуральных числах уравнения $ab-4a^2=220+b$ такие, что и a, и b кратны 5, и 86 < a+b < 111. В ответ укажите сумму a+b. Если таких решений несколько, в ответ запишите их количество

Ответ: 95

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14