Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль «Инженерное дело»

Специализация «Физика»

Класс участия: 9

Задача 1 (6 *баллов*). Свинцовый шарик, брошенный вертикально вверх с поверхности земли упал обратно на землю через $t = 5$ секунд после бросания. Определить путь, пройденный шариком за ¾ этого времени, отсчитывая от момента бросания. Ускорение свободного падения принять равным $10\ \text{м/с}^2$.

Решение:
Время подъема равно времени падения. Это можно получить, например, выразив время всего полета из закона движения и время подъема из закона скорости. Путь шарика за время подъема:

$$s_1 = \frac{v_0 t}{2},$$

где v_0 — скорость бросания. В свою очередь

$$v_0 = \frac{gt}{2}.$$

Тогда

$$s_1 = \frac{gt^2}{8}.$$

Путь шарика за время последующего падения, равное $\frac{1}{4}t$,

$$s_2 = \frac{gt^2}{32}.$$

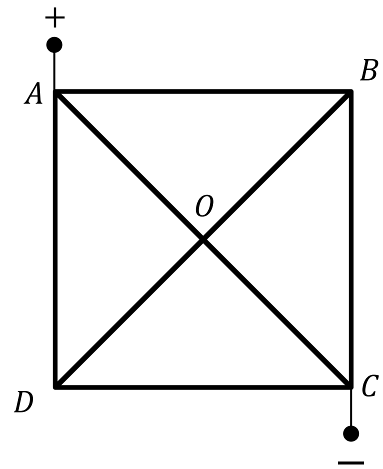
Тогда полный путь шарика за указанное в условии время

$$s = s_1 + s_2 = \frac{5gt^2}{32} \cong 39\ \text{м}.$$

Ответ*:* $\text{s} = \frac{5\text{gt}^2}{32} \cong 39\ \text{м}$

Критерии оценивания	Балл
Показано, что время подъема шарика равно времени падения.	1
Найден путь при подъеме	2
Найден путь за оставшееся время	2
Получен верный ответ	1
Всего баллов	6

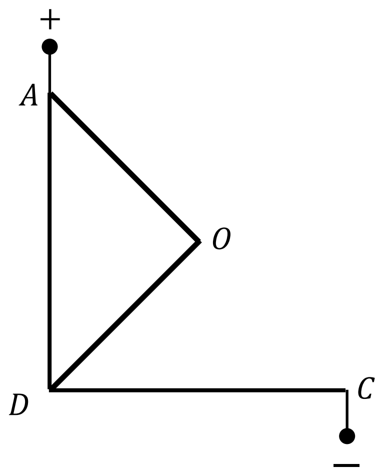
Задача 2 (7 *баллов*). От мотка проволоки отрезали кусок и сделали из него проводящий каркас в форме квадрата. Из того же мотка отрезали еще пару кусочков, которые распрямив подсоединили к противоположным вершинам квадрата. Также диагонали соединили (спаяли) в точке пересечения. Вершины A и C подсоединили к полюсам источника постоянного напряжения. Во сколько раз изменится ток, протекающий по участку AO, если перерезать участки OB и OC?



Решение:

Пусть U — напряжение между точками A и C. Пусть далее R — сопротивление стороны квадрата. В первоначальном варианте, в силу ее симметрии, схемы ток через диагональ BD не идет. Тогда через диагональ AC до перерезания участков будет идти ток

$$I_1 = \frac{U}{R\sqrt{2}}.$$



Здесь учтена зависимость сопротивления проводника от его размеров:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

После перерезания участков OB и OC участок ABC никак не влияет на остальную часть схемы, поэтому его можем мысленно убрать из схемы. В итоге схема выглядит следующим образом (см. рис.):

Сопротивление треугольника AOD

$$R_\Delta = \frac{R^2\sqrt{2}}{R\left(1+\sqrt{2}\right)} = R\left(2-\sqrt{2}\right).$$

Тогда полное сопротивление оставшейся части схемы

$$R_{ADC} = R_\Delta + R_{DC} = R\left(3-\sqrt{2}\right).$$

Стало быть, по ней идет ток

$$I_{ADC} = \frac{U}{R_{ADC}} = \frac{U}{R\left(3-\sqrt{2}\right)} = \frac{U\left(3+\sqrt{2}\right)}{7R}.$$

Обозначим через I_2 ток, текущий через AO после перерезания участков. Очевидно,

$$\frac{I_2}{I_{ADC}} = \frac{R_\Delta}{R_{AOD}} = \frac{R\left(2-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}}.$$

Стало быть,

$$I_2 = \frac{U\left(3+\sqrt{2}\right)}{7R}\cdot\frac{R\left(2-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}} = \frac{U}{R\sqrt{2}}\cdot\frac{4-\sqrt{2}}{7}\cdot$$

Тогда искомое отношение токов

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{4-\sqrt{2}}{7} \cong 0{,}37.$$

Обратное отношение

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{7}{4-\sqrt{2}} \cong 2{,}71.$$

Ответ: $\frac{I_2}{I_1} = \frac{4-\sqrt{2}}{7} \cong 0{,}37.$

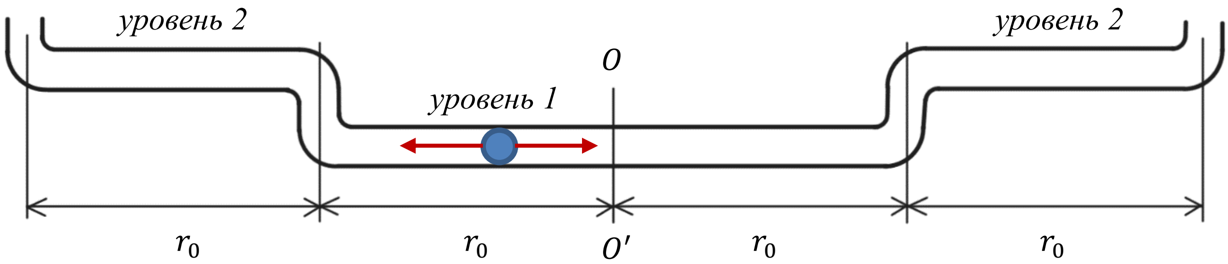
Критерии оценивания	Балл
Получено выражение для тока I_1, идущего через AO до перерезания участков	2
Найдено сопротивление цепи после перерезания участков	2
Получено выражение для тока I_2, идущего через AO после перерезания участков	2
Получен верный ответ	1
Всего баллов	7

Задача 3 (10 *баллов*). Маленький шарик движется без трения по многоуровневой системе трубочек, изображенной на рисунке. В первом опыте скорость шарика такова, что он все время остается на уровне 1. В качестве среднего расстояния до оси системы OO' в этом опыте берут величину $r_1 = r_0/2$. Во втором опыте скорость шарика увеличивают, так что он периодически будет подниматься на уровень 2, теряя при этом 50% скорости; но на следующий уровень не поднимается. В качестве среднего расстояния до оси системы во втором опыте берут величину

$$r_2 = \frac{r_0}{2} \cdot \frac{t_1}{T} + \frac{3r_0}{2} \cdot \frac{t_2}{T},$$

где $\frac{t_1}{T}$ и $\frac{t_2}{T}$ — доли времени (от общего времени движения, которое неограниченно велико), проведенного шариком, соответственно, на первом и втором уровне. Во сколько раз r_2 превосходит r_1? Временем перехода между уровнями пренебречь.

Как, используя описанную модель трубочек, качественно объяснить тепловое расширение твердых тел?



Решение:

Пусть v скорость шарика на первом уровне во втором опыте. Поскольку шарик не испытывает трения, его движение будет носить периодический характер, и время пребывания на каждом уровне будет кратно времени движения (на этом уровне) в одну сторону от оси системы трубочек. Тогда

$$t_1 = k \cdot \frac{r_0}{v},$$

$$t_2 = k \cdot \frac{2r_0}{v}.$$

Следовательно

$$T = t_1 + t_2 = k \cdot \frac{3r_0}{v}.$$

Таким образом, для долей времени имеем:

$$\frac{t_1}{T} = \frac{1}{3},$$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{2}{3}.$$

В итоге

$$r_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{r_0}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3r_0}{2} = \frac{7}{3} r_1.$$

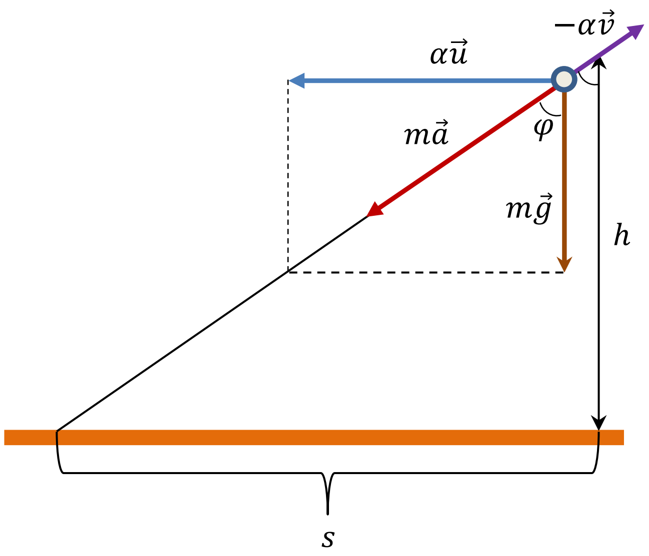
Как видим $r_2 > r_1$. Если теперь считать, что шарик — это молекула твердого тела, находящаяся в поле сил остальных молекул, стремящихся вернуть ее в положение равновесия (ось OO'), то видим, что чем большей будет максимальная скорость теплового движения молекулы, тем большим будет ее среднее расстояние до положения равновесия. Таким образом, при нагревании среднее расстояние между молекулами твердого тела растет, что и означает тепловое расширение.

Ответ: $\frac{7}{3}$; при нагревании среднее расстояние между молекулами твердого тела растет, что и означает тепловое расширение.

Критерии оценивания	**Балл**
Показано, что время пребывания на каждом уровне будет кратно времени движения (на этом уровне) в одну сторону от оси системы трубочек	2
Получено выражение для времени пребывания на первом уровне	2
Получено выражение для времени пребывания на втором уровне	2
Найдены доли времени пребывания на каждом уровне	2
Получен верный ответ	1
Имеются хотя бы приблизительные рассуждение о том, как модель трубочек может быть связана с тепловым расширением	1
Всего баллов	10

Задача 4 (13 *баллов)*. Юный физик Вася исследовал движение тел в атмосфере. Во время первой серии опытов он бросал пенопластовый шарик с различной высоты без начальной скорости и установил, что при достижении скорости $v_0 = 6$ м/с шарик практически перестает ускорятся. Во время выполнения этой серии погода была тихой и безветренной. Во второй серии опытов Вася использовал тот же шарик. В процессе выполнения эксперимента внезапно подул ветер, и поначалу это расстроило экспериментатора. Однако довольно быстро Вася заметил, что уроненный с высоты $h = 10$ м шарик падает на землю в среднем на расстоянии $s = 12$ м от точки, расположенной непосредственно под точкой бросания. По этим данным и результатам предыдущей серии Вася смог рассчитать скорость ветра u. Какой результат получил Вася? В качестве рабочей модели Вася принял, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения шарика относительно воздуха и направлена противоположно этой скорости.

Решение:



Установившийся режим в первой серии опытов:

$$mg = \alpha v_0.$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{mg}{v_0}.$$

По закону сложения скоростей, во второй серии опытов:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{u}.$$

Сила сопротивления воздуха

$$\vec{F}_{\text{c}} = -\alpha v_{\text{отн}} = -\alpha\vec{v} + \alpha\vec{u}.$$

Второй закон Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \alpha\vec{u} - \alpha\vec{v}.$$

Для начального момента времени:

$$m\vec{a}_0 = m\vec{g} + \alpha\vec{u}.$$

Таким образом, ускорение шарика будет определяться действием двух постоянных сил $m\vec{g}$ и $\alpha\vec{u}$, направленных соответственно вертикально и горизонтально. По их равнодействующей $m\vec{a}_0$ будет направлена и скорость $\vec{v}$, которую получит шарик в первые мгновения полета. В результате появится третья сила $\vec{F}_{\text{абс}} = -\alpha\vec{v}$, направленная противоположно $m\vec{a}_0$. Очевидно, появление $\vec{F}_{\text{абс}}$ не изменит направления движения шарика, а лишь замедлит его разгон. Шарик будет двигаться прямолинейно под углом φ к вертикали (см. рис.).

Очевидно

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\alpha u}{mg} = \frac{u}{v_0} = \frac{s}{h}.$$

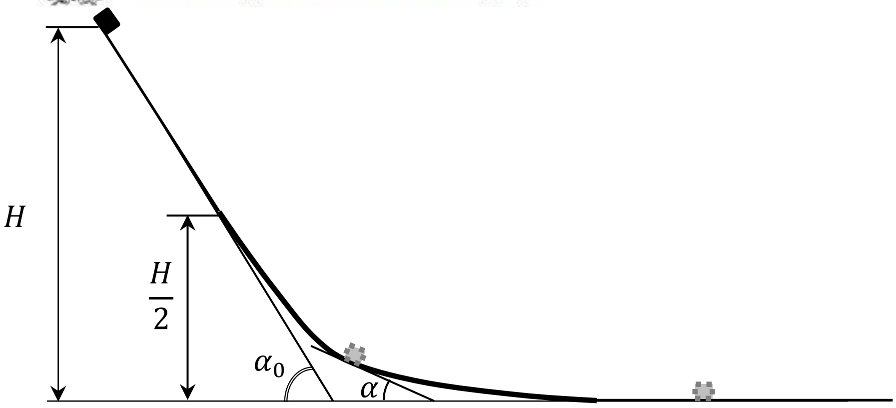
Отсюда искомая скорость

$$u = v_0\frac{s}{h} = 6\cdot\frac{12}{10} = 7{,}2\ \text{м/с}.$$

Ответ: $\mathrm{u} = \mathrm{v}_0\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} = 7{,}2\ \text{м/с}$.

Критерии оценивания	**Балл**
Из установившегося режима в первой серии опытов найден коэффициент сопротивления	2
Сила сопротивления воздуха разложена на постоянную (пропорциональную скорости ветра) и переменную составляющие (последняя пропорциональна скорости шарика относительно земли)	3
Применен второй закон Ньютона для полета в ветренную погоду.	2
Показано, что во второй серии опытов движение шарика также будет прямолинейным	2
Найден $\operatorname{tg}\varphi$ или использовано подобие треугольников сил и расстояний	2
Получен верный ответ	2
Всего баллов	13

Задача 5 (14 *баллов).* Небольшая шайба массы $m = 0{,}2$ кг съезжает без начальной скорости с закрепленной горки высотой $H = 2$ м, имеющей сложный профиль (см. рис.). Первая половина горки (по высоте) гладкая и наклонена под углом $\alpha_0 = 60°$ к горизонту. Дальше горка плавно (без излома) переходит в шероховатую искривленную поверхность, коэффициент трения шайбы по которой определяется соотношением $\mu = \operatorname{tg}\alpha$, где α угол наклона касательной к поверхности в точке, где в данный момент находится шайба. Какое количество тепла выделится к моменту, когда поверхность станет горизонтальной? Ускорение свободного падения $g = 10\ \text{м/с}^2$.



К задаче 5

Решение:

Скорость шайбы v_0 в момент, когда она окажется на высоте $H/2$, определим из закона сохранения механической энергии (рис. 1):

$$v_0 = \sqrt{gH}.$$

Далее рассмотрим силу полной реакции

$$\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}},$$

действующую на шайбу в произвольной точке искривленной части горки (рис. 2). Она составляет с нормалью угол, β, при этом

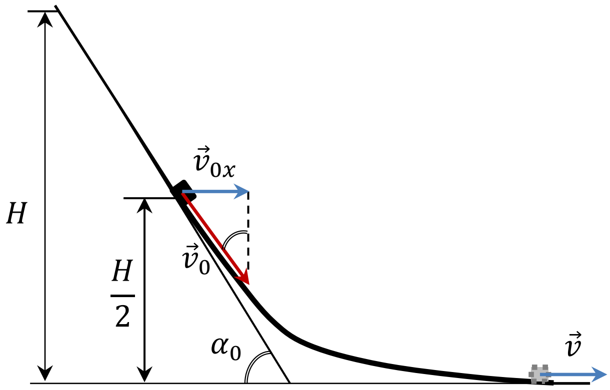


Рис. 1

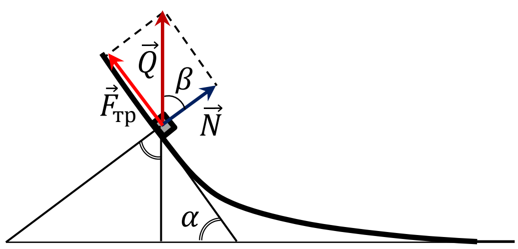


Рис. 2

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\mu N}{N} = \mu.$$

Таким образом, полная реакция горки на шероховатом участке направлена вертикально. Стало быть, горизонтальная составляющая скорости шайбы на этом участке меняться не будет. Тогда в момент перехода на горизонтальный участок скорость шайбы равна

$$v = v_{0x} = \sqrt{gH}\cos\alpha_0 = \frac{\sqrt{gH}}{2}.$$

Искомое тепло находим по закону сохранения энергии:

$$Q = -\Delta E_{\text{мех}} = mgH - \frac{mv^2}{2} = \frac{7}{8}mgH = 3{,}5 \text{ Дж.}$$

Ответ: $\mathrm{Q} = \frac{7}{8}\mathrm{mgH} = 3{,}5$ Дж.

Критерии оценивания	**Балл**
Определена скорость шайбы на высоте $H/2$	2
Показано, что при движении по второй части горки равнодействующая всех приложенных к шайбе сил будет вертикальной	6
Найдена скорость шайбы в момент перехода на горизонтальный участок	3
Получен верный ответ	3
Всего баллов	14