



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Физика»

Класс участия: 10

Вариант задания: 2

Задача 1 (8 баллов).

Камень, брошенный с вершины горки горизонтально с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с, летит по параболе и падает на землю. Оказалось, что величина модуля среднего тангенциального ускорения камня за время его полета в 1,5 раза меньше, чем значение модуля вектора тангенциального ускорения в момент падения камня на землю. Чему равна высота горки? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Ответ: $h = \frac{3v_0^2}{2g} = 15$ м.



Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 1	
Элемент решения	Баллы
Получена формула для тангенциального ускорения в момент падения на землю	2
Записана формула для среднего тангенциального ускорения	1
При наличии всех необходимых верных формул проделаны преобразования, с целью получения ответа к задаче. 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	3
Получена верная конечная формула ответа	1
Получен правильный числовой ответ.	1
ИТОГО	8



Задача 2 (8 баллов).

В герметичном сосуде объемом $V = 10$ л находится 18 г воды (H_2O) при давлении $p = 10^5$ Па. Никаких других веществ, кроме воды, в сосуде нет. Воду из сосуда откачивают при неизменной температуре сосуда и его содержимого. Какую массу воды следует откачать из сосуда, чтобы давление в сосуде уменьшилось на 10%?

Ответ: $\Delta m = m - \frac{0,9 p_n V \mu}{RT_k} = 12,77$ г.

Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 2	
Элемент решения	Баллы
Указано верное начальное состояние содержимого сосуда	1
Указана температура содержимого сосуда	1
Имеется доказательство, что в нач. состоянии пар – насыщ.	1
Указано верное конечное состояние содержимого сосуда	1
Записано уравнение Менделеева-Клапейрона для пара	1
При наличии всех необходимых верных формул проделаны преобразования, с целью получения ответа к задаче. 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	2
Получен правильный числовой ответ	1
ИТОГО	8



Задача 3 (14 баллов).

Астероид имеет форму однородного шара радиуса $R = 462$ км. На полюсе астероида прорыли глубокую скважину, направленную к центру астероида, и на глубине $h = R/3$ установили пусковую установку. С помощью пусковой установки запускают вертикально вверх ракету с начальной скоростью, равной первой космической скорости при старте с поверхности этого астероида. На какую максимальную высоту над поверхностью астероида поднимется ракета?

Для справки: объем шара радиусом R вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, площадь

поверхности шара $S = 4\pi R^2$.

Ответ: $H = \frac{2}{7}R = 132$ км.



Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 3	
Элемент решения	Баллы
Записана формула для первой космической скорости	1
Записана (или получена) формула для нахождения гравитационной силы взаимодействия мат. точки с шаром при $r < R$	2
Проделан расчет работы по подъему ракеты с глубины на поверхность астероида <hr/> 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	2
Используется формула для потенциальной энергии гравитационного взаимодействия мат. точки с шаром при $r > R$	1
Записаны все необходимые энергетические уравнения	3
При наличии всех необходимых верных формул проделаны преобразования, с целью получения ответа к задаче. <hr/> 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	3
Получена верная конечная формула ответа	1
Получен правильный числовой ответ.	1
ИТОГО	14



Задача 4 (14 баллов).

Тонкая цилиндрическая заготовка, состоящая из трех частей, лежит на дне широкого сосуда, который медленно заполняется жидкостью плотности ρ . Площадь поперечного сечения всех трех частей заготовки одинакова. При этом левая часть цилиндра, длиной $2l$, сделана из материала плотности 3ρ , средняя – длиной l , из материала плотности ρ , а крайняя правая имеет длину $4l$ и плотность $\rho/4$. Определите минимальную высоту уровня жидкости в сосуде, при которой заготовка займет вертикальное положение.

Ответ: $h_{\min} = 3l\sqrt{3}$.

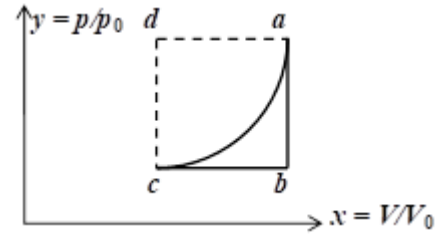
Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 4	
Элемент решения	Баллы
Указано, как будет вести себя заготовка, по мере заполнения сосуда	2
Есть понимание, что для решения задачи, заготовка должна быть наклонена под некоторым углом	2
На рисунке показаны все необходимые силы с их точками приложения	2
Записаны все формулы, необходимые для решения задачи: уравнение моментов сил, формулы для масс каждой части заготовки, правильно найдены плечи сил, формула для силы Архимеда)	5
Проделаны необходимые преобразования, с полученными формулами с целью получения ответа к задаче.	1
Есть понимание, что длина погруженной части заготовки не зависит от угла ее наклона	1
Получена верная конечная формула ответа	1
ИТОГО	14



Задача 5 (18 баллов).

С идеальным одноатомным газом совершают замкнутый цикл $a-b-c-a$, показанный на рисунке в безразмерных осях $x = V/V_0$ и $y = p/p_0$, где V_0 и p_0 – некоторые постоянные значения объема и давления



(нам не известные). График процесса $c-a$ на рисунке изображается дугой окружности, радиус которой равен 1, а центр находится в точке d . Масса газа не меняется.

1) Считаем, что КПД цикла $a-b-c-a$ известен и равен η . Найдите КПД циклов $a-c-d-a$ и $a-b-c-d-a$. Графики процессов $a-b$ и $c-d$ – прямые, параллельные оси y , а процессов $b-c$ и $d-a$ – прямые, параллельные оси x . 2) Чему равно максимальное значение КПД цикла $a-b-c-a$? Рисунок условный. Цикл $a-b-c-a$ может находиться в любом месте плоскости xu .

Ответ: 1) $\eta_{acda} = \frac{\pi\eta}{\pi\eta + 4 - \pi}$, $\eta_{abcda} = \frac{4\eta}{\pi\eta + 4 - \pi}$. **2)** $\eta_{\max} = \frac{4 - \pi}{10 - \pi} = 0,125$ (12,5%).



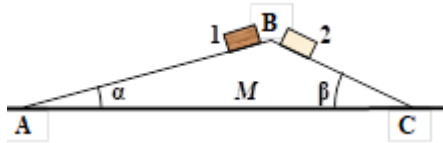
Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 5	
Элемент решения	Баллы
Записаны общие формулы для КПД цикла, $Q_{\text{пол}}$ и работы за цикл, применительно к циклу $a-b-c-a$	3
Записана формула для КПД цикла $a-b-c-d-a$.	1
Получена формула для работы в цикле $a-b-c-d-a$.	1
Проделаны необходимые преобразования с целью получения КПД цикла $a-b-c-d-a$.	1
Записаны необходимые соотношения (η_{acda} , A_{acda} , $Q_{\text{пол}}$) и проделаны необходимые преобразования с целью получения КПД цикла $acda$.	3
Записаны необходимые формулы (формула для $Q_{\text{пол}}$, формула для КПД, уравнения Менделеева-Клапейрона) и проделаны преобразования с целью получения общего выражения (с двумя переменными параметрами) для КПД цикла $a-b-c-a$	5
Получено общее выражение для КПД цикла $a-b-c-a$ (с двумя переменными параметрами) с целью получения макс. КПД	1
Получены правильные ответы на вопрос 1)	2
Получен правильный ответ на вопрос 2 (макс. КПД)	1
ИТОГО	18



Задача 6 (18 баллов).

Ледяная горка, боковые грани которой составляют углы $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$ с горизонтом, находится на гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). На грани АВ и ВС горки аккуратно кладут два бруска, при этом горка остается неподвижной, а бруски движутся. Трение между брусками и гранями горки отсутствует. 1) Чему равна масса бруска 2, если масса бруска 1 известна и равна m ? 2) Бруски меняют местами. С каким ускорением и в каком направлении в этом случае начнет двигаться горка, если ее масса $M = 5m/4$?



Ответ: $m_2 = m_1 \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} = \frac{2\sqrt{3}}{3} m$, горка движется вправо с ускорением

$$a = \frac{g\sqrt{3}}{4(6+\sqrt{3})} = 0,56 \text{ м/с.}$$



Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 6	
Элемент решения	Баллы
Записаны все необходимые уравнения динамики в случае неподвижной горки	2
1 балл, если верных уравнений недостаточно	
При наличии всех верных уравнений динамики, проделаны необходимые преобразования с целью найти массу бруска 2	2
1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные	
0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	
Получен верный ответ для массы бруска 2	1
Записана связь ускорения любого из брусков с ускорением горки	1
Записаны уравнения динамики брусков и получены N_α и N_β	2
Записаны уравнения динамики горки	2
При наличии всех необходимых верных формул проделаны преобразования, с целью получения ускорения горки	4
2 балла, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные, но получен верный ответ	
0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	
Получена формула для ускорения горки	2
Получен верный ответ для величины и направления движения горки	2
ИТОГО	18



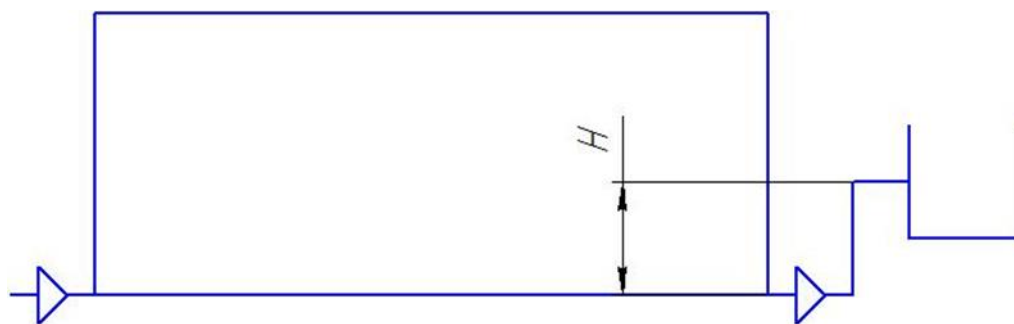
Задача 7 (20 баллов).

Термический насос может перекачивать воду с минимальными затратами энергии, используя суточные колебания температуры окружающей среды. Он представляет собой герметичный сосуд, снабженный двумя односторонними клапанами, способными пропускать воду только в одном направлении (входным и выпускным), установленными на уровне дна. Сосуд заполнен воздухом. Источник воды располагается на уровне входного клапана, а выходное отверстие трубы, подсоединённой к выпускному клапану, далее поднимается на высоту 0,5 м.

Во сколько раз будет отличаться производительность (кг/сутки) насоса в жарком климате (днём – 35°C) и прохладном (днём – 20°C) при условии одинаковой суточной разности температур, равной 15 градусов.

Атмосферное давление считайте постоянным, равным 10^5 Па. Температура сосуда равна температуре окружающей среды. Считайте, что воды в сосуде не остаётся после завершения каждого цикла работы устройства.

Решение:



В течение суток происходит изменение температуры воздуха как снаружи, так и внутри контейнера.

Вечером при остывании давление будет снижаться, и вода будет засасываться в контейнер. Днём, при нагреве, давление будет повышаться, и вода будет выдавливаться через выходной клапан.

Так как устройство закрыто дном, то масса воздуха внутри равна

$$M_{\text{возд}} = V\rho_{\text{возд}}.$$



Плотность воздуха можно определить из уравнения состояния идеального газа:

$$\rho_{\text{возд}} = \frac{\mu p_0}{RT}.$$

Тогда

$$M_{\text{возд}} = \frac{\mu p_0}{RT_{\text{дн}}} V. \quad (1)$$

Начальное дневное состояние

$$p_0 V = \frac{M_{\text{возд}}}{\mu} RT_{\text{дн}}. \quad (2)$$

После засасывания воды (вода засасывается ночью)

$$p_0 V_{\text{воздухноч}} = \frac{M_{\text{возд}}}{\mu} RT_{\text{ноч}}. \quad (3)$$

Разделим (2) на (3)

$$\frac{V}{V_{\text{воздухноч}}} = \frac{T_{\text{дн}}}{T_{\text{ноч}}},$$

тогда

$$V_{\text{воздухноч}} = V \frac{T_{\text{ноч}}}{T_{\text{дн}}}.$$

Объём засасываемой воды

$$V_{\text{водыноч}} = V - V_{\text{воздухноч}} = V \left(1 - \frac{T_{\text{ноч}}}{T_{\text{дн}}} \right).$$

Утром воздух в контейнере начинает нагреваться, давление начинает расти. Впускной клапан закрыт, выпускной открывается, и вода начинает подниматься по выходной трубе. Максимальное давление в контейнере соответствует давлению столба жидкости высотой 0,5 м.

$$P_{\text{max}} = p_0 + \rho_{\text{воды}} g h.$$

После выдавливания воды

$$p_{\text{max}} V_{\text{воздухдн2}} = \frac{M_{\text{в}}}{\mu} RT_{\text{дн}},$$

тогда с учётом (1)



$$V_{\text{ВОЗДУХ}_{\text{ДН2}}} = \frac{M_{\text{В}}RT_{\text{ДН}}}{\mu(p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh)} = V \frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh}.$$

Оставшееся количество воды

$$V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ОСТ}}} = V - V_{\text{ВОЗДУХ}_{\text{ДН2}}} = V \left(1 - \frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} \right).$$

Объём выдавленной воды

$$V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ВЫДАВ}}} = V_{\text{ВОДЫ}_{\text{НОЧ}}} - V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ОСТ}}},$$

тогда

$$V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ВЫДАВ}}} = V \left(1 - \frac{T_{\text{НОЧ}}}{T_{\text{ДН}}} \right) - V \left(1 - \frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} \right) = V \left(\frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} - \frac{T_{\text{НОЧ}}}{T_{\text{ДН}}} \right).$$

Производительность

$$m_{\text{ВОДЫ}} = \rho_{\text{ВОДЫ}} V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ВЫДАВ}}} = \rho_{\text{ВОДЫ}} V \left(\frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} - \frac{T_{\text{НОЧ}}}{T_{\text{ДН}}} \right) \quad (4).$$

Тогда искомое отношение равно

$$\frac{m_{\text{Ж}}}{m_{\text{Х}}} = \frac{\frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} - \frac{T_{\text{НЖ}}}{T_{\text{ДЖ}}}}{\frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} - \frac{T_{\text{НХ}}}{T_{\text{ДХ}}}} = \frac{\frac{10^5}{10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 0.5} - \frac{293}{308}}{\frac{10^5}{10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 0.5} - \frac{278}{293}} = 0,3.$$

Ответ: В прохладном климате производительность насоса будет в 3,3 раза больше, чем в жарком.



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 7	
Элемент решения	Баллы
Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	5
Составлена система уравнений и математическая модель	5
Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	5
Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	5
ИТОГО	20