



Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Физика»

Класс участия: 9

Вариант задания: 1

Задача 1(10 баллов).

Парусная яхта и большой корабль с ровным, перпендикулярным поверхности океана и зеркальным бортом, идут пересекающимися курсами. У яхты курс 130° , у корабля — 40° . Скорость корабля 15 узлов. Скорость парусной яхты — 7 узлов. Нарисуйте чертеж и определите скорость, с которой изображение яхты движется относительно нее. Примечание: узел — это единица измерения скорости в море. Один узел равен одной морской миле в час. Одна морская миля равна 1,852 км. Курс судна — это угол между текущим направлением движения судна и направлением на север.

Решение:

Так как яхты движутся пересекающимися курсами под углом 90° , — то изображение относительно яхты будет двигаться с удвоенной скоростью яхты.

Ответ: 14 узлов.

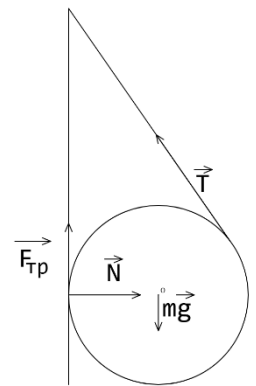
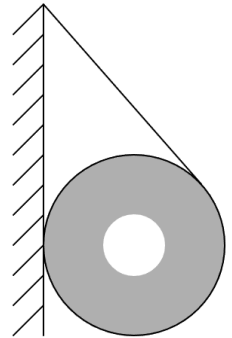
Критерии оценивания

| Критерии оценивания задания 1 | |
|--|-----------|
| Элемент решения | Баллы |
| Верно нарисован чертеж | 3 |
| На чертеже учтено, что яхты движутся пересекающимися курсами | 2 |
| Приведены правильные математические преобразования и получен верный числовой ответ | 5 |
| ИТОГО | 10 |



Задача 2 (10 баллов).

Во время ремонта на стене закрепили с помощью невесомой веревки массивную катушку с проводом. Оказалось, что если ее повесить на отшлифованную стену – то она проскальзывает, а если на неподготовленную – то остается на месте (см. рис.). Какой может быть радиус катушки с проводом в таком случае? Длина веревки 144 см, коэффициент трения 2,967.



Решение:

Расставим силы, действующие на катушку (см. рис.).

Определим проекции сил на оси:

$$Ox: N - T \sin \alpha = 0$$

$$Oy: F_{\text{тр}} + T \cos \alpha - mg = 0$$

Где α — угол между нитью и стеной.

Запишем правило моментов относительно центра катушки:

$$F_{\text{тр}} R = TR$$

Тогда:

$$F_{\text{тр}} \sin \alpha = N$$

$$\mu N = \frac{N}{\sin \alpha}$$

$$\mu = \frac{1}{\sin \alpha}$$

Заметим, что:

$$\frac{R + R \cos \alpha}{L} = \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{2R \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{L}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{L}$$



Так как $\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + (\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2})^2}$, — то:

$$\mu = \frac{1 + \left(\frac{R}{L}\right)^2}{2 \frac{R}{L}}$$

$$\mu = \frac{L}{2R} + \frac{R}{2L}$$

$$2\mu RL = L^2 + R^2$$

$$R^2 - 2\mu RL + L^2 = 0$$

Подставив значения, получим два корня:

$$R_1 = 8,3 \text{ м. и } R_2 = 0,25 \text{ м.}$$

Первый радиус не подходит по условию.

Ответ: 0,25 м.

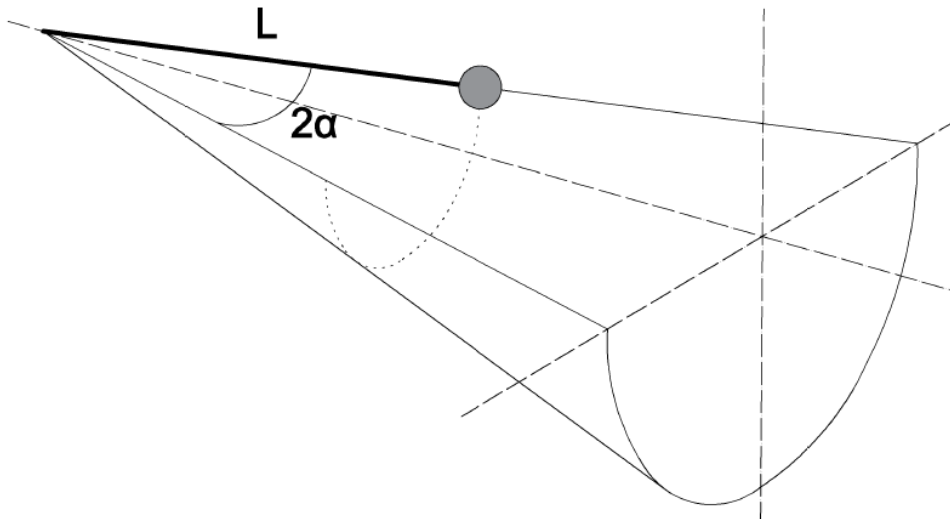
Критерии оценивания

| Критерии оценивания задания 2 | |
|--|-----------|
| Элемент решения | Баллы |
| Верно записано правило моментов относительно центра | 3 |
| Верно записано равенство сил в проекции на оси | 2 |
| Верно определена зависимость коэффициента трения от угла | 2 |
| Приведены правильные математические преобразования и получен верный числовой ответ | 3 |
| ИТОГО | 10 |



Задача 3 (15 баллов).

Шарик массой m прикреплен за нить к вершине правильного конуса, высота которого параллельна, а плоскость основания перпендикулярна поверхности Земли (см. рис.). В начальный момент шарик касается внутренней поверхности конуса, а нить натянута. Его отпускают и он начинает скользить без трения. Найдите длину нити и ее силу натяжения при прохождении им нижнего положения со скоростью V . Угол при вершине конуса равен 2α . Ускорение свободного падения g .



Решение:

Заметим, что шарик будет двигаться по окружности.

Запишем закон сохранения энергии:

$$mgL \sin \alpha = \frac{mv^2}{2}$$

Запишем формулу центростремительного ускорения:

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$$

Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось, направленную вдоль нити в нижней точке:

$$T - mg \sin \alpha = m a_{\text{ц}} \cos \alpha$$

Выразим T :



ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

$$T = ma_{\text{ц}} \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$T = m2g \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$T = m2g \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$T = mg(2 \cos \alpha + \sin \alpha)$$

Ответ: $L = \frac{v^2}{2g \sin \alpha}$; $T = gm(2 \cos \alpha + \sin \alpha)$.

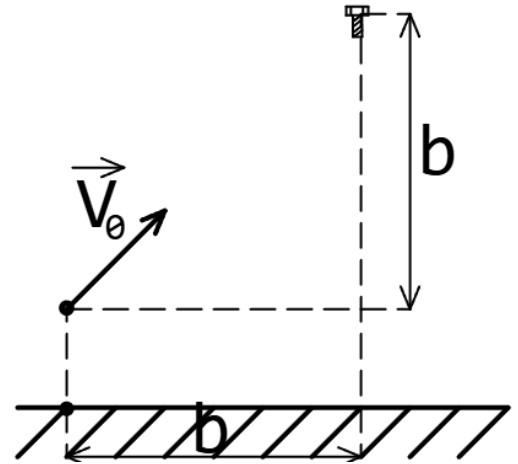
Критерии оценивания

| Критерии оценивания задания 3 | |
|--|-----------|
| Элемент решения | Баллы |
| Верно записан закон сохранения энергии | 3 |
| Верно записан второй закон Ньютона в проекции на ось, связанную с нитью | 6 |
| Приведены правильные математические преобразования и получен верный числовой ответ | 6 |
| ИТОГО | 15 |



Задача 4 (20 баллов).

На соревнованиях по стрельбе из рогатки спортсмен навесом стрелял снарядами по мишени. В момент выстрела на расстоянии b от него и с такой же высоты относительно рогатки, начинает падать плохо закрепленный небольшой болтик. При какой начальной скорости V_0 снаряд столкнется с болтиком имея в этот момент наименьшую скорость? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения g .



Решение:

Докажем, что тангенс угла начальной скорости с горизонтом должен равняться 1:

$$x_1 = x_2: \quad b = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y_1 = y_2: \quad b - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Решая уравнения, получим, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{b} = 1$.

В момент столкновения $t = \frac{b\sqrt{2}}{v_0}$ скорость $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} =$

$$\sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2} = \sqrt{v_0^2 - 2gb + \frac{2g^2 b^2}{v_0^2}} =$$

$$\sqrt{\left(v_0 - \frac{\sqrt{2}gb}{v_0}\right)^2 + 2(\sqrt{2} - 1)gb}.$$

Минимальное значение скорости будет приниматься, если $\left(v_0 - \frac{\sqrt{2}gb}{v_0}\right) = 0$.

То есть, если $v_0 = \sqrt{\sqrt{2}gb}$.

Ответ: $v_0 = \sqrt{\sqrt{2}gb}$.



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Критерии оценивания

| Критерии оценивания задания 4 | |
|--|-----------|
| Элемент решения | Баллы |
| Доказано, что угол, с которым необходимо запустить снаряд равен 45° . | 7 |
| Верно определен момент столкновения | 3 |
| Определена скорость снаряда в момент столкновения и правильно определено, когда она принимает минимальное значение | 7 |
| Приведены правильные математические преобразования и получен верный числовой ответ | 3 |
| ИТОГО | 20 |



Задача 5 (25 баллов).

Космический корабль массой m и площадью поперечного сечения S , сбросивший все обтекатели и имеющий правильную форму цилиндра, влетает по нормали к поверхности со скоростью V_0 в неподвижное космическое облако межзвездной пыли, форму которого для упрощения можно считать шаром. Плотность пыли зависит от расстояния до центра по формуле $\rho = \rho_0(1+kx)$, где x — расстояние от поверхности до центра облака, k — заданный коэффициент. Найдите, с какой скоростью корабль вылетит из этого облака, если частицы пыли прилипают к кораблю при касании, а радиус облака много больше размера корабля и равен R .

Решение:

Запишем формулу средней плотности:

$$\rho_{cp} = \rho_0 \left(1 + \frac{kR}{2}\right)$$

Тогда масса налипшей пыли:

$$M = \rho_0 2RS \left(1 + \frac{kR}{2}\right)$$

Запишем закон сохранения импульса:

$$mv_0 = (M + m)v$$

Тогда:

$$v = \frac{mv_0}{s2R\rho_0 \left(1 + \frac{kR}{2}\right) + m}$$

Ответ: $v = \frac{mv_0}{2sR\rho_0 \left(1 + \frac{kR}{2}\right) + m}$.



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Критерии оценивания

| Критерии оценивания задания 5 | |
|--|-----------|
| Элемент решения | Баллы |
| Верно записана формула средней плотности | 9 |
| Верно найдена масса налипшей пыли | 6 |
| Верно записан закон сохранения импульса | 6 |
| Приведены правильные математические преобразования и получен верный числовой ответ | 4 |
| ИТОГО | 25 |



Задача 6 (20 баллов).

Ветряная мельница является устройством с горизонтальной осью, которое можно запускать без какого-либо дополнительного воздействия, только от дуновения ветра. При этом воздушный поток должен быть направлен вдоль оси вращения мельницы. Интересно, что в установившемся режиме мощность такого устройства не зависит ни от ширины лопастей, ни от их количества (от этих параметров зависит пуск ветряка). Найдите мощность ветряной мельницы в установившемся режиме при скорости ветра $36 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, если её трёхлопастной винт диаметром 25 метров имеет коэффициент использования энергии ветра 0,4 а плотность воздуха равна $1,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Решение:

Кинетическая энергия килограмма воздуха равна

$$E_{air} = m \frac{u^2}{2}$$

где $m = V\rho$.

Мощность потока воздуха – это расход энергии в единицу времени.

$$N_{air} = \frac{E_{air}}{t} = V\rho \frac{v^2}{2t} = SL\rho \frac{v^2}{2t} = \frac{\rho\pi D^2 v^3}{8},$$

Где $m = \rho\pi \frac{D^2}{4} vt$.

Тогда искомая мощность ветряка

$$N_B = \eta\pi D^2 \frac{\rho u^3}{8},$$

$$N_B = 0,4 \cdot 3,14 \cdot 25^2 \cdot \frac{1,2 \cdot 10^3}{8} = 117,8 \text{ кВт.}$$

Ответ: $N_B = 117,8$ кВт.



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Критерии оценивания

| Критерии оценивания задания 6 | |
|--|-----------|
| Элемент решения | Баллы |
| Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы | 5 |
| Составлена система уравнений и математическая модель | 5 |
| Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения | 5 |
| Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла | 5 |
| ИТОГО | 20 |