



Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Физика»

Класс участия: 10

Вариант задания: 2

Задача 1(8 баллов).

Камень, брошенный с вершины горки горизонтально с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с, летит по параболе и падает на землю. Оказалось, что величина модуля среднего тангенциального ускорения камня за время его полета в 1,5 раза меньше, чем значение модуля вектора тангенциального ускорения в момент падения камня на землю. Чему равна высота горки? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение:

Вектор тангенциального ускорения \vec{a}_τ связан с изменением модуля скорости при движении по криволинейной траектории и направлен по касательной к траектории. Значит, модуль среднего тангенциального ускорения камня равен

$\langle a_\tau \rangle = \frac{v_{\text{п}} - v_0}{t_{\text{п}}}$, где $t_{\text{п}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ – время падения на землю, $v_{\text{п}}$ – скорость камня в момент

падения: $v_{\text{п}} = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$, $v_y = gt_{\text{п}}$ – вертикальная компонента вектора скорости

каменя в момент падения на землю. Модуль вектора тангенциального ускорения \vec{a}_τ

каменя найдем как проекцию на касательную вектора полного ускорения камня \vec{g} :

$a_\tau = g \sin \varphi = g \frac{v_y}{v_{\text{п}}} = \frac{g^2 t_{\text{п}}}{v_{\text{п}}}$, φ – угол, который образует вектор скорости камня с

горизонтом в момент падения на землю.

Прделаем преобразования. $\frac{a_\tau}{\langle a_\tau \rangle} = \frac{g^2 t_{\text{п}}^2}{v_{\text{п}}(v_{\text{п}} - v_0)} = \frac{v_{\text{п}}^2 - v_0^2}{v_{\text{п}}(v_{\text{п}} - v_0)} = \frac{v_{\text{п}} + v_0}{v_{\text{п}}}$. Тогда



ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

$$1 + \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = 1,5, \Rightarrow h = \frac{3v_0^2}{2g} = 15 \text{ м.}$$

Ответ: $h = \frac{3v_0^2}{2g} = 15 \text{ м.}$

Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 1	
Элемент решения	Баллы
Получена формула для тангенциального ускорения в момент падения на землю	2
Записана формула для среднего тангенциального ускорения	1
При наличии всех необходимых верных формул проделаны преобразования, с целью получения ответа к задаче. 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	3
Получена верная конечная формула ответа	1
Получен правильный числовой ответ.	1
ИТОГО	8



Задача 2 (8 баллов).

В герметичном сосуде объемом $V = 10$ л находится 18 г воды (H_2O) при давлении $p = 10^5$ Па. Никаких других веществ, кроме воды, в сосуде нет. Воду из сосуда откачивают при неизменной температуре сосуда и его содержимого. Какую массу воды следует откачать из сосуда, чтобы давление в сосуде уменьшилось на 10%?

Решение:

В сосуде часть воды находится в жидком состоянии, а другая часть – насыщенный пар. Тогда давление насыщенного пара $p = p_n = 10^5$ Па соответствует температуре $T_\kappa = 373$ К (100°C). Проверим эту гипотезу, посчитав массу пара в сосуде при температуре T_κ .

$$m_n = \frac{p_n V \mu}{RT_\kappa} = \frac{10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 18}{8,31 \cdot 373} = 5,81 \text{ г} < m = 18 \text{ г}.$$

Т.о. предположение верно, и в сосуде будет сохраняться постоянное давление $p_n = 10^5$ Па при температуре $T_\kappa = 373$ К до тех пор, пока не будет выкачана вся вода в жидком состоянии. При дальнейшем откачивании уже ненасыщенного пара при неизменной температуре T_κ давление пара начнет уменьшаться, пока не станет равным $0,9p_n$, и останется масса пара $m'_n = \frac{0,9p_n V \mu}{RT_\kappa} = 0,9m_n = 5,23$ г. Т.о. следует

откачать $\Delta m = m - m'_n = 12,77$ г.

Ответ: $\Delta m = m - \frac{0,9p_n V \mu}{RT_\kappa} = 12,77$ г.



Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 2	
Элемент решения	Баллы
Указано верное начальное состояние содержимого сосуда	1
Указана температура содержимого сосуда	1
Имеется доказательство, что в нач. состоянии пар – насыщ.	1
Указано верное конечное состояние содержимого сосуда	1
Записано уравнение Менделеева-Клапейрона для пара	1
При наличии всех необходимых верных формул проделаны преобразования, с целью получения ответа к задаче. 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	2
Получен правильный числовой ответ	1
ИТОГО	8



Задача 3 (14 баллов).

Астероид имеет форму однородного шара радиуса $R = 462$ км. На полюсе астероида прорыли глубокую скважину, направленную к центру астероида, и на глубине $h = R/3$ установили пусковую установку. С помощью пусковой установки запускают вертикально вверх ракету с начальной скоростью, равной первой космической скорости при старте с поверхности этого астероида. На какую максимальную высоту над поверхностью астероида поднимется ракета?

Для справки: объем шара радиусом R вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, площадь поверхности шара $S = 4\pi R^2$.

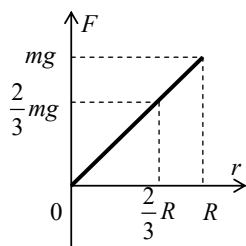
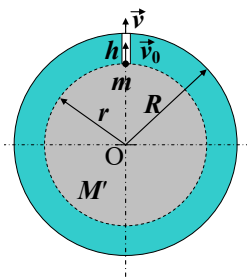
Решение:

Сила гравитационного взаимодействия однородного шара радиуса R с материальной точкой массы m , находящейся внутри шара на расстоянии $r < R$ от центра шара равна силе, с которой взаимодействует материальная точка с однородным шаром радиуса r и массы M' (см. рис) $F(r) = G \frac{mM'}{r^2}$. Это утверждение можно доказать, пользуясь, например, теоремой Гаусса для гравитационного поля.

Школьники могут использовать его без док-ва. Тогда $F(r) = mg \frac{r}{R}$, где g – ускорение свободного падения на поверхности астероида.

Найдем скорость v , которую будет иметь ракета вблизи поверхности астероида. Работа силы тяготения, вычисляемая по графику $F(r)$, равна изменению

кинетической энергии ракеты: $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A_{F(r)} = -\frac{1}{2} \left(mg + \frac{2}{3} mg \right) \frac{R}{3} = -\frac{5}{18} mgR$.





При дальнейшем подъеме ракеты вверх пользуемся формулой для потенциальной энергии гравитационного взаимодействия двух точечных масс, находящихся на расстоянии $r > R$ друг от друга: $E_{\text{пот}}(r) = -G \frac{mM}{r} = -\frac{mgR^2}{r}$. Тогда

$$\frac{mv^2}{2} - mgR = -\frac{mgR^2}{R+H}. \text{ С учетом того, что } v_0 = v_1 = \sqrt{gR}, \text{ получим } H = \frac{2}{7}R = 132 \text{ км.}$$

Ответ: $H = \frac{2}{7}R = 132 \text{ км.}$

Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 3	
Элемент решения	Баллы
Записана формула для первой космической скорости	1
Записана (или получена) формула для нахождения гравитационной силы взаимодействия мат. точки с шаром при $r < R$	2
Проделан расчет работы по подъему ракеты с глубины на поверхность астероида 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	2
Используется формула для потенциальной энергии гравитационного взаимодействия мат. точки с шаром при $r > R$	1
Записаны все необходимые энергетические уравнения	3
При наличии всех необходимых верных формул проделаны преобразования, с целью получения ответа к задаче. 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	3
Получена верная конечная формула ответа	1
Получен правильный числовой ответ.	1
ИТОГО	14



Задача 4 (14 баллов).

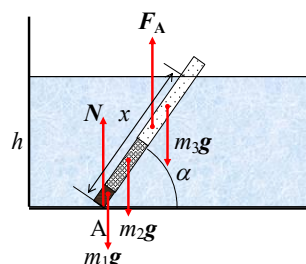
Тонкая цилиндрическая заготовка, состоящая из трех частей, лежит на дне широкого сосуда, который медленно заполняется жидкостью плотности ρ . Площадь поперечного сечения всех трех частей заготовки одинакова. При этом левая часть цилиндра, длиной $2l$, сделана из материала плотности 3ρ , средняя – длиной l , из материала плотности ρ , а крайняя правая имеет длину $4l$ и плотность $\rho/4$. Определите минимальную высоту уровня жидкости в сосуде, при которой заготовка займет вертикальное положение.

Решение:

Средняя плотность заготовки $\rho_{cp} = \frac{3\rho \cdot 2l + \rho l + \frac{\rho}{4} \cdot 4l}{l + 2l + 4l} > \rho$. Поэтому заготовка не

будет плавать, а после наливания воды в бассейн будет опираться более тяжелым концом на дно. При этом более тяжелая часть цилиндра будет полностью погружена в жидкость, а легкая – лишь частично. По мере заполнения сосуда водой заготовка начнет приподниматься. Рассмотрим положение равновесия заготовки, когда она будет составлять угол α с дном сосуда (см. рис). Обозначим длину той части заготовки, которая находится в жидкости, через x , площадь поперечного сечения цилиндра – через S . Силы, действующие на заготовку, показаны на рисунке.

Запишем правило моментов сил относительно оси, проходящей через точку А.





ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

$$m_1 g \cdot l \cos \alpha + m_2 g \cdot \frac{5l}{2} \cos \alpha + m_3 g \cdot 5l \cos \alpha - F_A \cdot \frac{x}{2} \cos \alpha = 0, \quad h = x \sin \alpha,$$

$$\text{где } m_1 = 6\rho Sl, \quad m_2 = \rho Sl, \quad m_3 = \frac{\rho}{4} S \cdot 4l = \rho Sl, \quad F_A = \rho g Sx.$$

Т.к. $\cos \alpha$ в написанном уравнении сокращается, то величина x остается неизменной, при доливании жидкости в сосуд. Когда заготовка займет вертикальное положение ($\alpha = 90^\circ$), минимальная высота жидкости в сосуде равна $h_{\min} = x = l\sqrt{27} = 3l\sqrt{3}$.

Для проверки. Положение центра масс заготовки 27l/16.

Ответ: $h_{\min} = 3l\sqrt{3}$.

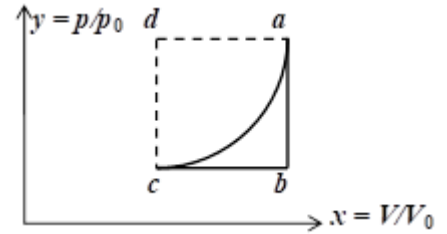
Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 4	
Элемент решения	Баллы
Указано, как будет вести себя заготовка, по мере заполнения сосуда	2
Есть понимание, что для решения задачи, заготовка должна быть наклонена под некоторым углом	2
На рисунке показаны все необходимые силы с их точками приложения	2
Записаны все формулы, необходимые для решения задачи: уравнение моментов сил, формулы для масс каждой части заготовки, правильно найдены плечи сил, формула для силы Архимеда)	5
Проделаны необходимые преобразования, с полученными формулами с целью получения ответа к задаче.	1
Есть понимание, что длина погруженной части заготовки не зависит от угла ее наклона	1
Получена верная конечная формула ответа	1
ИТОГО	14



Задача 5 (18 баллов).

С идеальным одноатомным газом совершают замкнутый цикл $a-b-c-a$, показанный на рисунке в безразмерных осях $x = V/V_0$ и $y = p/p_0$, где V_0 и p_0 – некоторые постоянные значения объема и давления



(нам не известные). График процесса $c-a$ на рисунке изображается дугой окружности, радиус которой равен 1, а центр находится в точке d . Масса газа не меняется.

1) Считаем, что КПД цикла $a-b-c-a$ известен и равен η . Найдите КПД циклов $a-c-d-a$ и $a-b-c-d-a$. Графики процессов $a-b$ и $c-d$ – прямые, параллельные оси y , процессов $b-c$ и $d-a$ – прямые, параллельные оси x . 2) Чему равно максимальное значение КПД цикла $a-b-c-a$? Рисунок условный. Цикл $a-b-c-a$ может находиться в любом месте плоскости xu .

Решение:

1. КПД цикла $a-b-c-a$ равен $\eta = \frac{A_{abca}}{Q_{\text{пол}}}$, где $A_{abca} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) p_0 V_0$, $Q_{\text{пол}} = Q_{ca} = \frac{A_{abca}}{\eta}$,

$$|Q_{\text{отд}}| = |Q_{ab} + Q_{bc}| = Q_{ca} - A_{abca} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{p_0 V_0}{\eta} - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) p_0 V_0.$$

Аналогично для цикла $a-b-c-d-a$. $\eta_{abcd} = \frac{A_{abcd}}{A_{abcd} + Q_{\text{отд}}}$, где $A_{abcd} = p_0 V_0$. Тогда

$$\eta_{abcd} = \frac{p_0 V_0}{p_0 V_0 + |Q_{\text{отд}}|} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{4\eta}{\pi\eta + 4 - \pi}.$$

Для цикла $a-c-d-a$. $\eta_{acda} = \frac{A_{acda}}{Q'_{\text{пол}}}$, где $A_{acda} = \frac{\pi}{4} p_0 V_0$, $Q'_{\text{пол}} = Q_{cd} + Q_{da} = A_{acda} + |Q_{ac}|$,

$$|Q_{ac}| = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{p_0 V_0}{\eta}, \Rightarrow \eta_{acda} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\eta} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\pi\eta}{\pi\eta + 4 - \pi}.$$



2. Пусть значения величин x и y в состоянии c равны α и β соответственно, что означает, что значения объёма V и давления p в состояниях a, b, c равны $V_a = V_b = (\alpha + 1)V_0$, $V_c = \alpha V_0$, $p_a = (\beta + 1)p_0$, $p_b = p_c = \beta p_0$.

Для цикла $a-b-c-a$ $Q_{пол} = Q_{ca} = A_{ca} + \Delta U_{ca}$, $A_{ca} = (\beta + 1)p_0V_0 - \frac{\pi}{4}p_0V_0$, $\Delta U_{ca} = \frac{3}{2}\nu R(T_a - T_c)$.

Воспользуемся уравнениями состояний a и c : $\nu RT_a = (\alpha + 1)(\beta + 1)p_0V_0$, $\nu RT_c = \alpha\beta p_0V_0$.

Тогда $Q_{пол} = \left[\left(\beta + 1 - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{3}{2}(\alpha + \beta + 1) \right] p_0V_0 = \left[\frac{3}{2}\alpha + \frac{5}{2}\beta + \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4} \right] p_0V_0$.

$$\eta = \frac{A_{abca}}{Q_{пол}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{3}{2}\alpha + \frac{5}{2}\beta + \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}}. \text{ Т.к. } \alpha > 0, \beta > 0, \text{ то } \eta < \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}}.$$

$$\text{Соответственно } \eta_{\max} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{10 - \pi} = 0,125.$$

$$\text{Ответ: 1) } \eta_{acda} = \frac{\pi\eta}{\pi\eta + 4 - \pi}, \eta_{abcd a} = \frac{4\eta}{\pi\eta + 4 - \pi}. \text{ 2) } \eta_{\max} = \frac{4 - \pi}{10 - \pi} = 0,125 \text{ (12,5\%).}$$



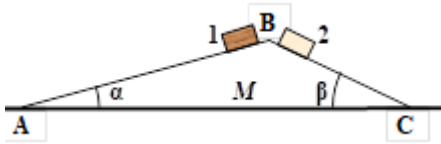
Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 5	
Элемент решения	Баллы
Записаны общие формулы для КПД цикла, $Q_{\text{пол}}$ и работы за цикл, применительно к циклу $a-b-c-a$	3
Записана формула для КПД цикла $a-b-c-d-a$.	1
Получена формула для работы в цикле $a-b-c-d-a$.	1
Проделаны необходимые преобразования с целью получения КПД цикла $a-b-c-d-a$.	1
Записаны необходимые соотношения (η_{acda} , A_{acda} , $Q_{\text{пол}}$) и проделаны необходимые преобразования с целью получения КПД цикла $acda$.	3
Записаны необходимые формулы (формула для $Q_{\text{пол}}$, формула для КПД, уравнения Менделеева-Клапейрона) и проделаны преобразования с целью получения общего выражения (с двумя переменными параметрами) для КПД цикла $a-b-c-a$	5
Получено общее выражение для КПД цикла $a-b-c-a$ (с двумя переменными параметрами) с целью получения макс. КПД	1
Получены правильные ответы на вопрос 1)	2
Получен правильный ответ на вопрос 2 (макс. КПД)	1
ИТОГО	18



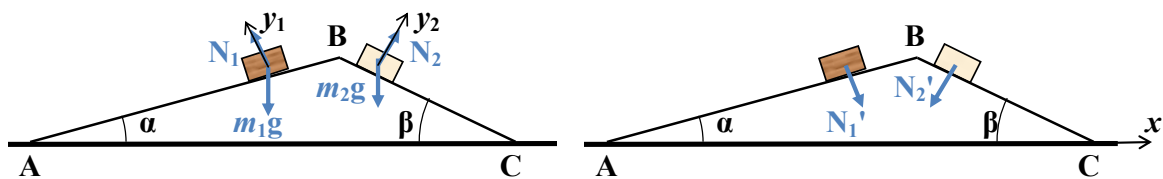
Задача 6 (18 баллов).

Ледяная горка, боковые грани которой составляют углы $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$ с горизонтом, находится на гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). На грани АВ и ВС горки аккуратно кладут два бруска, при этом горка остается неподвижной, а бруски движутся. Трение между брусками и гранями горки отсутствует. 1) Чему равна масса бруска 2, если масса бруска 1 известна и равна m ? 2) Бруски меняют местами. С каким ускорением и в каком направлении в этом случае начнет двигаться горка, если ее масса $M = 5m/4$?



Решение:

1. Горка неподвижна. Пусть массы брусков $m_1 = m$ и m_2 . На первом рисунке показаны силы, действующие на оба бруска, на втором – силы, действующие на горку. Найдем силы нормальной реакции N_1 и N_2 , действующие на оба бруска со стороны клина.



$$y_1 : N_1 - m_1 g \cos \alpha = 0, \Rightarrow N_1 = m_1 g \cos \alpha .$$

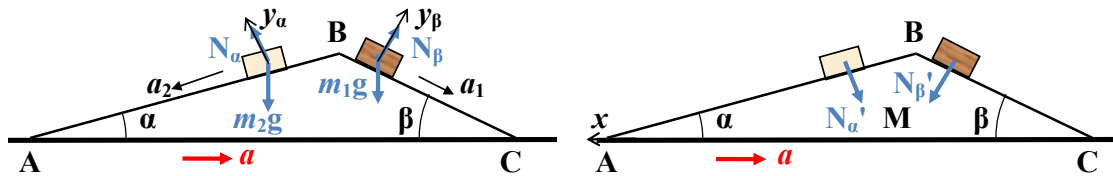
$$y_2 : N_2 - m_2 g \cos \beta = 0, \Rightarrow N_2 = m_2 g \cos \beta .$$

Силы давления, действующие на горку, по третьему закону Ньютона, равны силам нормальной реакции $N'_1 = N_1$ и $N'_2 = N_2$. Запишем уравнение второго закона Ньютона для неподвижной горки в проекции на ось x (см. второй рис).

$$x : N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \beta = 0. \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} = \frac{2\sqrt{3}}{3} m .$$



2. Поменяем бруски местами. Докажем, что горка движется вправо, и найдем ускорение a горки.



Ускорения брусков в ИСО, связанной с землей, равны $\vec{A}_2 = \vec{a}_2 + \vec{a}$, $\vec{A}_1 = \vec{a}_1 + \vec{a}$, где \vec{a}_2 и \vec{a}_1 – ускорения брусков в системе отсчета, связанной с горкой. Тогда

$$y_\alpha : N_\alpha - m_2 g \cos \alpha = -m_2 a \sin \alpha ,$$

$$y_\beta : N_\beta - m_1 g \cos \beta = m_1 a \sin \beta .$$

Этих уравнений достаточно для нахождения сил давления на горку N'_α и N'_β

$$N_\alpha = m_2 (g \cos \alpha + a \sin \alpha) = N'_\alpha ,$$

$$N_\beta = m_1 (g \cos \beta - a \sin \beta) = N'_\beta$$

Уравнение движения горки в проекции на ось x :

$$x : N_\alpha \sin \alpha - N_\beta \sin \beta = M a .$$

Из этих уравнений получим ускорение горки

$$a = \frac{g(m_1 \sin 2\alpha - m_2 \sin 2\beta)}{2(M + m_2 \sin^2 \alpha + m_1 \sin^2 \beta)} .$$

Подставим в это выражение массы брусков $m_1 = m$, $m_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}m$ и массу горки

$$M = 2m, \text{ а также значения углов } \alpha = 45^\circ \text{ и } \beta = 60^\circ. \Rightarrow a = \frac{g\sqrt{3}}{4(6+\sqrt{3})} = 0,56 \text{ м/с.}$$

Т.к. $a > 0$, значит предположение, что горка движется влево верно.

Ответ: $m_2 = m_1 \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} = \frac{2\sqrt{3}}{3}m$, горка движется вправо с ускорением

$$a = \frac{g\sqrt{3}}{4(6+\sqrt{3})} = 0,56 \text{ м/с.}$$



Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 6	
Элемент решения	Баллы
Записаны все необходимые уравнения динамики в случае неподвижной горки	2
1 балл, если верных уравнений недостаточно	
При наличии всех верных уравнений динамики, проделаны необходимые преобразования с целью найти массу бруска 2	2
1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные	
0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	
Получен верный ответ для массы бруска 2	1
Записана связь ускорения любого из брусков с ускорением горки	1
Записаны уравнения динамики брусков и получены N_α и N_β	2
Записаны уравнения динамики горки	2
При наличии всех необходимых верных формул проделаны преобразования, с целью получения ускорения горки	4
2 балла, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные, но получен верный ответ	
0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	
Получена формула для ускорения горки	2
Получен верный ответ для величины и направления движения горки	2
ИТОГО	18



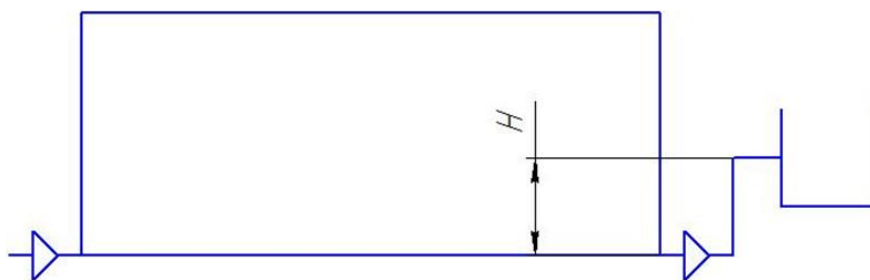
Задача 7 (20 баллов).

Термический насос может перекачивать воду с минимальными затратами энергии, используя суточные колебания температуры окружающей среды. Он представляет собой герметичный сосуд, снабженный двумя односторонними клапанами, способными пропускать воду только в одном направлении (входным и выпускным), установленными на уровне дна. Сосуд заполнен воздухом. Источник воды располагается на уровне входного клапана, а выходное отверстие трубы, подсоединённой к выпускному клапану, далее поднимается на высоту 0,5 м.

Во сколько раз будет отличаться производительность (кг/сутки) насоса в жарком климате (днём – 35°C) и прохладном (днём – 20°C) при условии одинаковой суточной разности температур, равной 15 градусов.

Атмосферное давление считайте постоянным, равным 10^5 Па. Температура сосуда равна температуре окружающей среды. Считайте, что воды в сосуде не остаётся после завершения каждого цикла работы устройства.

Решение:



В течение суток происходит изменение температуры воздуха как снаружи, так и внутри контейнера.

Вечером при остывании давление будет снижаться, и вода будет засасываться в контейнер. Днём, при нагреве, давление будет повышаться, и вода будет выдавливаться через выходной клапан.

Так как устройство закрыто дном, то масса воздуха внутри равна

$$M_{\text{возд}} = V\rho_{\text{возд}}.$$



Плотность воздуха можно определить из уравнения состояния идеального газа:

$$\rho_{\text{возд}} = \frac{\mu p_0}{RT}$$

Тогда

$$M_{\text{возд}} = \frac{\mu p_0}{RT_{\text{дн}}} V. \quad (1)$$

Начальное дневное состояние

$$p_0 V = \frac{M_{\text{возд}}}{\mu} RT_{\text{дн}}. \quad (2)$$

После засасывания воды (вода засасывается ночью)

$$p_0 V_{\text{воздух}_{\text{ноч}}} = \frac{M_{\text{возд}}}{\mu} RT_{\text{ноч}}. \quad (3)$$

Разделим (2) на (3)

$$\frac{V}{V_{\text{воздух}_{\text{ноч}}}} = \frac{T_{\text{дн}}}{T_{\text{ноч}}},$$

тогда

$$V_{\text{воздух}_{\text{ноч}}} = V \frac{T_{\text{ноч}}}{T_{\text{дн}}}.$$

Объём засасываемой воды

$$V_{\text{воды}_{\text{ноч}}} = V - V_{\text{воздух}_{\text{ноч}}} = V \left(1 - \frac{T_{\text{ноч}}}{T_{\text{дн}}} \right).$$

Утром воздух в контейнере начинает нагреваться, давление начинает расти. Впускной клапан закрыт, выпускной открывается, и вода начинает подниматься по выходной трубе.

После выдавливания воды

$$(p_0 + \rho_{\text{воды}} gh) V_{\text{воздух}_{\text{дн2}}} = \frac{M_{\text{в}}}{\mu} RT_{\text{дн}},$$

тогда с учётом (1)

$$V_{\text{воздух}_{\text{дн2}}} = \frac{M_{\text{в}} RT_{\text{дн}}}{\mu (p_0 + \rho_{\text{воды}} gh)} = V \frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{воды}} gh}.$$

Оставшееся количество воды



$$V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ОСТ}}} = V - V_{\text{ВОЗДУХ}_{\text{ДН2}}} = V \left(1 - \frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} \right).$$

Объём выдавленной воды

$$V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ВЫДАВ}}} = V_{\text{ВОДЫ}_{\text{НОЧ}}} - V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ОСТ}}},$$

тогда

$$V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ВЫДАВ}}} = V \left(1 - \frac{T_{\text{НОЧ}}}{T_{\text{ДН}}} \right) - V \left(1 - \frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} \right) = V \left(\frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} - \frac{T_{\text{НОЧ}}}{T_{\text{ДН}}} \right).$$

Производительность

$$m_{\text{ВОДЫ}} = \rho_{\text{ВОДЫ}} V_{\text{ВОДЫ}_{\text{ВЫДАВ}}} = \rho_{\text{ВОДЫ}} V \left(\frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} - \frac{T_{\text{НОЧ}}}{T_{\text{ДН}}} \right) \quad (4).$$

Тогда искомое отношение равно

$$\frac{m_{\text{Ж}}}{m_{\text{Х}}} = \frac{\frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} - \frac{T_{\text{НЖ}}}{T_{\text{ДЖ}}}}{\frac{p_0}{p_0 + \rho_{\text{ВОДЫ}}gh} - \frac{T_{\text{НХ}}}{T_{\text{ДХ}}}} = \frac{\frac{10^5}{10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 0.5} - \frac{293}{308}}{\frac{10^5}{10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 0.5} - \frac{278}{293}} = 0,3.$$

Ответ: В прохладном климате производительность насоса будет в 3,3 раза больше, чем в жарком.

Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 7	
Элемент решения	Баллы
Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	5
Составлена система уравнений и математическая модель	5
Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	5
Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	5
ИТОГО	20