



## Отборочный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

### Профиль: «Математика»

Класс участия: 10

Вариант задания: 1

#### Задача 1.

При каком значении параметра  $a$  наибольшее значение на  $[0; 1]$  функции  $y = |-2x^2 + x + a|$  является наименьшим.

Ответ: 0,4375.

#### Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

#### Задача 2.

Два тела движутся по окружности в одном направлении и встречаются каждые 3 минуты. Если эти тела начнут двигаться в противоположных направлениях с этими же скоростями, то будут встречаться каждые 36 секунд. За сколько секунд проходит окружность тело, имеющее меньшую скорость?

Ответ: 90.

#### Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9



### Задача 3.

Угол, образованный биссектрисами внешних углов при вершинах В и С треугольника ABC, равен  $80^\circ$ . Найдите угол BAC.

**Ответ:** 20.

#### *Критерии оценивания*

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

### Задача 4.

Решите уравнение  $x^3 - 13x^2 + 39x + t = 0$ , зная, что оно имеет три различных корня и его корни образуют возрастающую геометрическую прогрессию. В ответе укажите сумму значения  $t$  и всех трёх его корней.

**Ответ:** -14

#### *Критерии оценивания*

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

### Задача 5.

Раствор кислоты содержит воды на 8 граммов меньше, чем кислоты. Если в этот раствор добавить концентрированную кислоту, которая составит  $\frac{5}{7}$  от изначальной массы кислоты в растворе, то новый раствор содержал бы 80% концентрированной кислоты. Найдите начальную концентрацию кислоты в растворе. Ответ дайте в процентах.

**Ответ:** 70.

#### *Критерии оценивания*

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12



### Задача 6.

Изобразите на плоскости в декартовой системе координат множество

точек  $(x; y)$ , удовлетворяющих системе условий 
$$\begin{cases} |x + 2y| < |2x + 3y| \\ x^2 - 2x + 4 + y^2 - 2y \leq 6 \end{cases}.$$

Определите количество и найдите координаты всех точек с целочисленными координатами (обоими), принадлежащих множеству-ответу. В ответе укажите сумму всех абсцисс найденных точек, умноженную на их количество.

**Ответ:** 130.

#### Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

### Задача 7.

Правильный треугольник вписан в окружность радиуса  $R = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{2}+1}}$ . Точка  $P$ , отличная от вершин треугольника, расположена на окружности. Найти сумму расстояний от точки  $P$  до двух ближайших вершин вписанного треугольника, если известно, что хорда, соединяющая эту точку с третьей вершиной треугольника, образует угол  $\alpha = 22,5^\circ$  с диаметром, проведенным из третьей вершины.

**Ответ:** 2.

#### Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12



### Задача 8.

При каких значениях параметра  $a$  множество решений неравенства  $x^2 - x(a^2 + a + 1) + a^3 + a^2 \leq 0$  содержит ровно четыре целых значения  $x$ ? В ответе укажите число, вычисляемое по следующему правилу: 1) находится сумма квадратов всех чисел, находящихся на концах полученных отрезков, интервалов и полуинтервалов; 2) к полученному результату прибавляется столько единиц, сколько квадратных скобок содержит полученное множество значений параметра.

**Ответ:** 24.

#### *Критерии оценивания*

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14

### Задача 9.

Для некоторого простого числа  $p$  рассматривается числовая последовательность  $x_1; x_2; x_3; \dots$ , где  $x_n$  равно остатку от деления  $p^{n+2}$  на 24. Найти разность  $x_{2024} - x_{2018}$ .

**Ответ:** 0.

#### *Критерии оценивания*

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14