Профиль олимпиады: «Математика»

Класс участия: 11 **Вариант задания: 1**

Задача 1 (12 *баллов*). Пусть $x=\log_3 5$, $y=\lg 12$. Представьте $\log_2 5$ в виде рационального выражения, составленного из натуральных чисел, *x* и *y* (с использованием скобок и знаков арифметических действий +, −, ·, :).

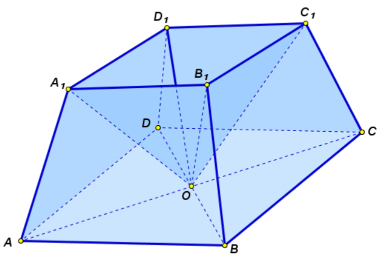
Задача 2 (16 *баллов*). Карточки с буквами П, О, Т, О, М, С, Т, В, О сложили в строку в случайном порядке. С какой вероятностью найдутся три карточки подряд, образующие слово ТОМ или ПОТ? Ответ запишите в виде несократимой дроби.

Задача 3 (16 *баллов*). Высота BH треугольника ABC является диаметром окружности, которая пересекает стороны AB и BC в точках D и E соответственно. Прямые, касающиеся этой окружности в точках D и E, пересекаются в точке F. Прямая BF пересекает сторону AC в точке K. Найдите отношение $AK:KC$ и длины отрезков DF и BK, если $BH=12$, $AD=25/13$, $CE=27/5$.

Задача 4 (16 *баллов*). Для каждого значения параметра *a* решите систему неравенств

$$\begin{cases} \dfrac{(x^2-4x+5-a)(x-a+1)}{\sqrt{9-x}}>0, \\ \log_{(x^2-4x)/5} a \le 1. \end{cases}$$

Задача 5 (20 *баллов*). В правильной усеченной четырехугольной пирамиде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона нижнего основания $ABCD$ равна 24, верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$ равна 12, высота пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна $24\sqrt{2/5}$, точка *O* – центр основания $ABCD$. Поверхность многогранника Φ состоит из квадрата $ABCD$, боковых граней пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и боковых граней пирамиды $OA_1B_1C_1D_1$. Найдите площадь сечения многогранника Φ плоскостью, проходящей через точки D, C_1 и середину ребра A_1B_1.



Задача 6 (20 *баллов*). См. на обороте листа.

Задача 6 (20 *баллов*). Сотовая связь – это целый мир возможностей. Но чтобы пользоваться ими, нужно быть в зоне действия базовой станции. Сети GSM (2G) имеют мощность, которая позволяет покрывать территорию радиусом до 35 километров на открытой местности. В городских условиях, где много зданий, зона приема сигнала значительно уменьшается. Сети 3G и 4G (LTE) работают на более высоких частотах, чем сети 2G, и их сигнал хуже проникает сквозь препятствия и больше подвержен помехам. В сетях GSM было достаточно нескольких вышек, чтобы покрывать большие территории, а для 3G и 4G сетей для обеспечения надежной связи требуется больше вышек.

В городе установлен ретранслятор GSM сети, который обеспечивает покрытие в пределах окружности радиусом R = 24 км. Центр окружности – основание вышки. Однако из-за особенностей рельефа зона покрытия этого ретранслятора ограничена хордой, проведенной внутри этой окружности. Хорда находится на расстоянии d = 3 км от центра окружности.

В меньшем сегменте, образованном хордой, необходимо установить два дополнительных ретранслятора (3G вышки) так, чтобы их зоны покрытия касались друг друга, хорды и основной окружности. Каждый из этих ретрансляторов имеет круговую зону покрытия одинакового радиуса *r*.

Найдите радиусы зон покрытия двух дополнительных ретрансляторов, которые нужно установить в меньшем сегменте. Определите площадь части меньшего сегмента, которая не попадает в зону действия дополнительных ретрансляторов.

Решение заданий
Профиль: Математика
Класс: 11
Вариант: 1

1. Пусть $x = \log_3 5$, $y = \lg 12$. Представьте $\log_2 5$ в виде рационального выражения, составленного из натуральных чисел, x и y (с использованием скобок и знаков арифметических действий $+, -, \cdot, :$). (12 баллов)

Решение. Сведём все логарифмы к двоичным. Пусть $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. Тогда

$$x = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = \frac{b}{a}, \qquad y = \frac{\log_2 12}{\log_2 10} = \frac{2+a}{1+b}$$

Получаем

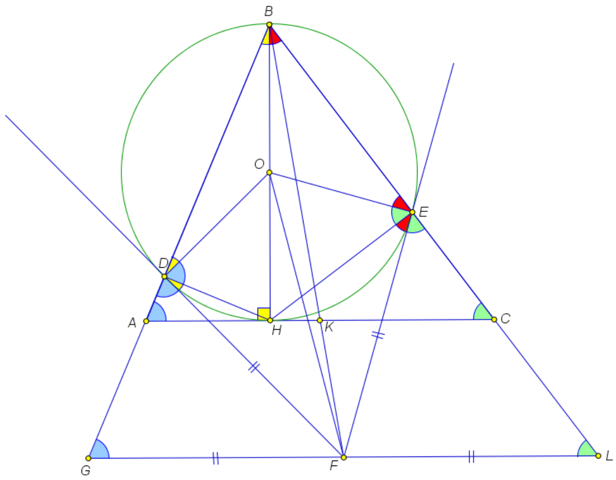
$$\begin{cases} ax = b \\ (1+b)y = 2+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = ax \\ y + axy = 2+a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2-y}{xy-1} \Rightarrow b = \frac{x(2-y)}{xy-1}$$

Ответ: $x(2-y)/(xy-1)$.

2. Карточки с буквами П, О, Т, О, М, С, Т, В, О сложили в строку в случайном порядке. С какой вероятностью найдутся три карточки подряд, образующие слово ТОМ или ПОТ? Ответ запишите в виде несократимой дроби. (16 баллов)

Решение. Число перестановок 9 карточек, среди которых 3 О, 2 Т и 4 разных: $9!/3!2! = 30240$.
Чтобы составить строку, содержащую слово ТОМ, нужно произвольно расставить 7 блоков: ТОМ, О, О, П, С, Т, В. Это можно сделать $7!/2!$ способами.
Чтобы составить строку, содержщую слово ПОТ, нужно произвольно расставить 7 блоков: ПОТ, О, О, М, С, Т, В. Это можно сделать $7!/2!$ способами.
Но мы дважды посчитали строки, содержащие одновременно слова ТОМ и ПОТ, причем содержать могут по-разному:
Чтобы составить строку, содержщую отдельные слова ТОМ и ПОТ, нужно произвольно расставить 5 блоков: ПОТ, ТОМ, О, С, В. Это можно сделать $5!$ способами.
Чтобы составить строку, содержщую слово ПОТОМ, нужно произвольно расставить 5 блоков: ПОТОМ, О, С, В, Т. Это можно сделать $5!$ способами.
В итоге мы имеем $7! - 2 \cdot 5! = 4800$ благоприятных перестановок. Вероятность $= 4800/30240 =$
Ответ: $10/63$

3. Высота BH треугольника ABC является диаметром окружности, которая пересекает стороны AB и BC в точках D и E соответственно. Прямые, касающиеся этой окружности в точках D и E, пересекаются в точке F. Прямая BF пересекает сторону AC в точке K. Найдите отношение $AK:KC$ и длины отрезков DF и BK, если $BH=12$, $AD=25/13$, $CE=27/5$. (16 баллов)



Решение.

Найдем стороны треугольника ABC.

Треугольники BDH и BHA подобные, и

$$\frac{BH}{AB}=\frac{BD}{BH}\Rightarrow \quad BH^2=AB\cdot BD\Rightarrow$$

$$BH^2=AB\cdot(AB-AD)\Rightarrow$$

$$AB^2-AD\cdot AB-BH^2=0\Rightarrow$$

$$13AB^2-25AB-144\cdot 13=0, \sqrt{D}=313,$$

$$AB=13.$$

Треугольники BEH и BHC подобные, и

$$\frac{BH}{BC}=\frac{BE}{BH}\Rightarrow \quad BH^2=BC\cdot BE\Rightarrow$$

$$BH^2=BC\cdot(BC-CE)\Rightarrow \quad BC^2-CE\cdot BC-BH^2=0\Rightarrow$$

$$5BC^2-27BC-144\cdot 5=0, \sqrt{D}=123, BC=15.$$

Тогда $AH=5,\quad HC=9,\quad AC=14.$

Пусть O - центр окружности. Тогда $\angle ODF=\angle BDH=90^\circ\Rightarrow$

$\angle BDO=\angle FDH$, $\angle GDF=\angle FGD$. Треугольник DFG равнобедренный, $DF=FG$.

Аналогично, треугольник EFL равнобедренный, $EF=FL$.

Поскольку по свойству касательных $EF=DF$, то $GF=LF$. Следовательно, BF - медиана треугольника GBL. Треугольники GBL и ABC подобны, BK - медиана треугольника ABC. Таким образом, $AK:KC=1:1$.

Зная стороны треугольника ABC, найдем медиану

$$BK=\frac{1}{2}\sqrt{2AB^2+2BC^2-AC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2\cdot 13^2+2\cdot 15^2-14^2}=2\sqrt{37}.$$

Найдем DF. $\angle DOE=2\angle ABC\Rightarrow\ \angle OFD=90^\circ-\angle ABC\Rightarrow$

$$DF=OD\operatorname{ctg}(\angle OFD)=OD\operatorname{tg}(\angle ABC)=6\operatorname{tg}(\angle ABC).$$

По теореме косинусов найдем $\cos(\angle ABC)=\dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\dfrac{169+225-196}{2\cdot 13\cdot 15}=\dfrac{33}{65}$. Тогда

$$\sin(\angle ABC)=\sqrt{1-\left(\frac{33}{65}\right)^2}=\frac{56}{65}, \text{ и } \operatorname{tg}(\angle ABC)=\frac{56}{33},\ DF=\frac{6\cdot 56}{33}=\frac{112}{11}.$$

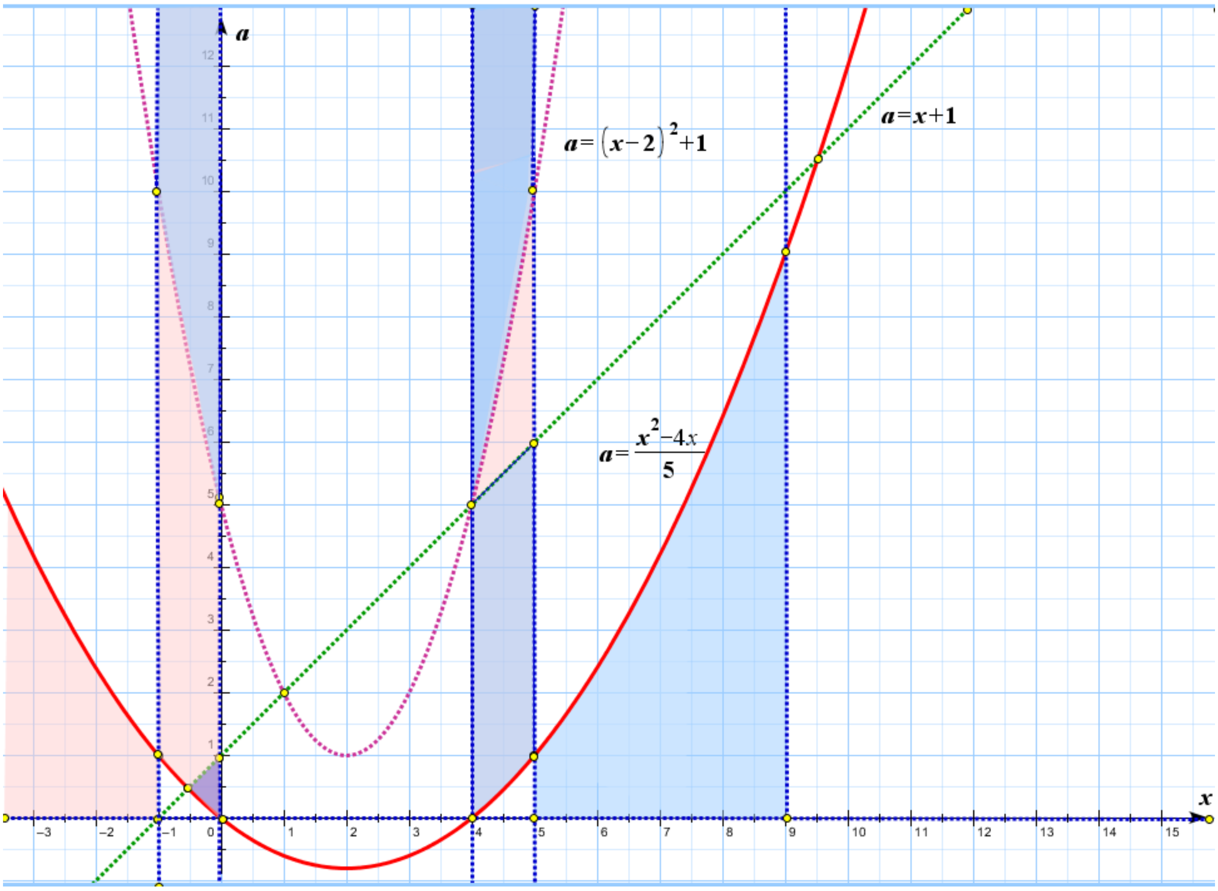
Ответ: $AK:KC=1:1,\quad BK=2\sqrt{37},\ DF=\dfrac{112}{11}.$

4. Для каждого значения параметра a решите систему неравенств
$$\begin{cases} \dfrac{(x^2-4x+5-a)(x-a+1)}{\sqrt{9-x}}>0, \\ \log_{(x^2-4x)/5} a \le 1. \end{cases}$$
(16 баллов)

Решение:

$$\begin{cases} \dfrac{(x^2-4x+5-a)(x-a+1)}{\sqrt{9-x}}>0, \\ \log_{(x^2-4x)/5} a \le 1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ((x-2)^2+1-a)(x-a+1)>0, \\ x<9, \\ x(x-4)>0, \quad x\ne -1, \quad x\ne 5, \quad a>0, \\ (x^2-4x-5)\left(a-\dfrac{x^2-4x}{5}\right)\le 0. \end{cases}$$

Изобразим решение данной системы на плоскости Oxa:



Найдем точку $x<9$ пересечения прямой $a=x+1$ и параболы $a=\dfrac{x^2-4x}{5}$. Имеем

$$\frac{x^2-4x}{5}=x+1, \quad x^2-9x-5=0, \quad x<9, \quad x=\frac{9-\sqrt{101}}{2}, a=\frac{11-\sqrt{101}}{2}.$$

Найдем корни уравнения $x^2-4x-5a=0, \quad (x-2)^2=5a+4, \quad x_{1/2}=2\pm\sqrt{5a+4}.$

Найдем корни уравнения

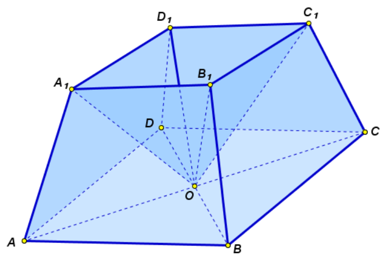
$$(x-2)^2+1-a=0, \quad (x-2)^2=a-1, \quad x_{1/2}=2\pm\sqrt{a-1}, \quad a\ge 1.$$

1) При $a \in \left(0; \dfrac{11-\sqrt{101}}{2}\right)$ имеем $x \in \left[2-\sqrt{5a+4}; 0\right) \cup \left(4; 2+\sqrt{5a+4}\right] \cup (5; 9)$.
2) При $a \in \left[\dfrac{11-\sqrt{101}}{2}; 1\right)$ имеем $x \in (a-1; 0) \cup \left(4; 2+\sqrt{5a+4}\right] \cup (5; 9)$.
3) При $a = 1$ имеем $x \in (4; 5) \cup (5; 9)$.
4) При $a \in (1; 5]$ имеем $x \in (4; 5) \cup \left[2+\sqrt{5a+4}; 9\right)$.
5) При $a \in (5; 6)$ имеем
   $x \in \left(2-\sqrt{a-1}; 0\right) \cup \left(4; 2+\sqrt{a-1}\right) \cup (a-1; 5) \cup \left[2+\sqrt{5a+4}; 9\right)$.
6) При $a \in [6; 9)$ имеем $x \in \left(2-\sqrt{a-1}; 0\right) \cup \left(4; 2+\sqrt{a-1}\right) \cup \left[2+\sqrt{5a+4}; 9\right)$.
7) При $a \in [9; 10)$ имеем $x \in \left(2-\sqrt{a-1}; 0\right) \cup \left(4; 2+\sqrt{a-1}\right)$.
8) При $a \in [10; +\infty)$ имеем $x \in (-1; 0) \cup (4; 5)$.
9) При $a \le 0$ решений нет.

Ответ:

1) При $a \in \left(0; \dfrac{11-\sqrt{101}}{2}\right)$ имеем $x \in \left[2-\sqrt{5a+4}; 0\right) \cup \left(4; 2+\sqrt{5a+4}\right] \cup (5; 9)$.
2) При $a \in \left[\dfrac{11-\sqrt{101}}{2}; 1\right)$ имеем $x \in (a-1; 0) \cup \left(4; 2+\sqrt{5a+4}\right] \cup (5; 9)$.
3) При $a = 1$ имеем $x \in (4; 5) \cup (5; 9)$.
4) При $a \in (1; 5]$ имеем $x \in (4; 5) \cup \left[2+\sqrt{5a+4}; 9\right)$.
5) При $a \in (5; 6)$ имеем
   $x \in \left(2-\sqrt{a-1}; 0\right) \cup \left(4; 2+\sqrt{a-1}\right) \cup (a-1; 5) \cup \left[2+\sqrt{5a+4}; 9\right)$.
6) При $a \in [6; 9)$ имеем $x \in \left(2-\sqrt{a-1}; 0\right) \cup \left(4; 2+\sqrt{a-1}\right) \cup \left[2+\sqrt{5a+4}; 9\right)$.
7) При $a \in [9; 10)$ имеем $x \in \left(2-\sqrt{a-1}; 0\right) \cup \left(4; 2+\sqrt{a-1}\right)$.
8) При $a \in [10; +\infty)$ имеем $x \in (-1; 0) \cup (4; 5)$.
9) При $a \le 0$ решений нет.

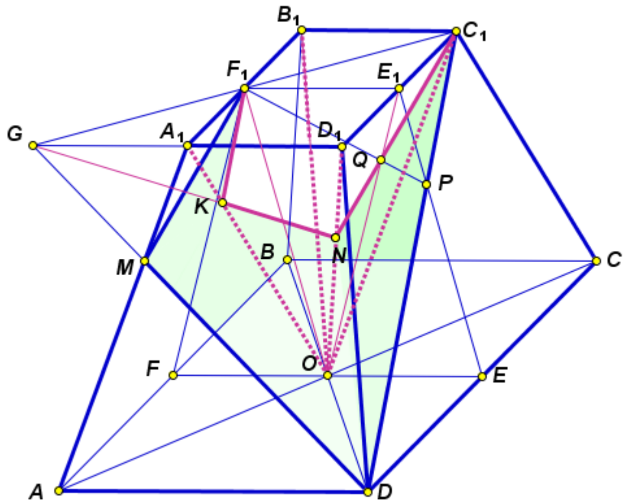
5. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона нижнего основания $ABCD$ равна 24, верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$ равна 12, высота пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна $24\sqrt{2/5}$, точка O – центр основания $ABCD$. Поверхность многогранника Φ состоит из квадрата $ABCD$, боковых граней пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и боковых граней пирамиды $OA_1B_1C_1D_1$. Найдите площадь сечения многогранника Φ плоскостью, проходящей через точки D, C_1 и середину ребра A_1B_1. (20 баллов)



Решение.

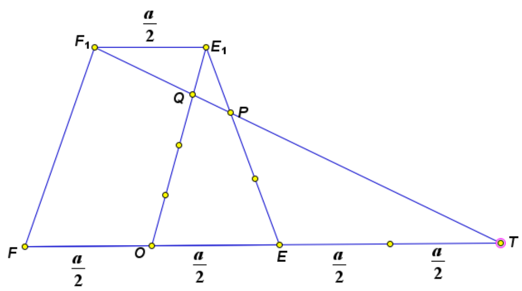
Пусть $a = AB = 24$, $b = A_1B_1 = 12$, высоту пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$ обозначим h, $h = 24\sqrt{2/5}$.

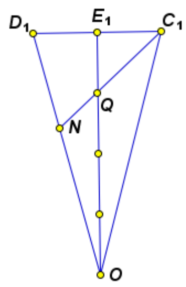
Построим сечение многогранника Φ. Пусть точки F и F_1 - середины AB и A_1B_1 соответственно, E и E_1 - середины CD и C_1D_1 соответственно. Прямая F_1C_1 принадлежит плоскости сечения. Найдем точку G пересечения этой прямой с прямой A_1D_1. Точки G и D лежат в плоскости грани ADD_1A_1. Прямая GD принадлежит плоскости сечения. Найдем точку M пересечения этой прямой с ребром AA_1. Треугольники $B_1C_1F_1$ и A_1GF равны, и $A_1G = b = \dfrac{a}{2} = 12$.



Треугольники A_1GM и ADM подобны, и $\dfrac{A_1G}{AD} = \dfrac{A_1M}{AM} = \dfrac{1}{2}$.

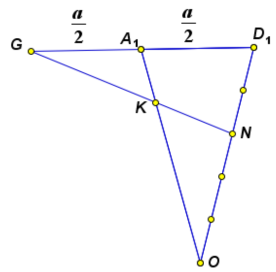
Пусть P – точка пересечения прямых DC_1 и EE_1. Эта точка принадлежит плоскости искомого сечения многогранника Φ, и $\dfrac{E_1P}{PE} = \dfrac{E_1C_1}{DE} = \dfrac{1}{2}$. В плоскости трапеции FEE_1F_1 проведем прямую F_1P. Поскольку $O \in FE$, найдем точку пересечения прямой F_1P с отрезком OE_1. Обозначим эту точку Q. Найдем $\dfrac{E_1Q}{QO}$. Пусть T – точка пересечения прямых F_1P и FE. Из подобия треугольников F_1E_1P и TEP следует, что $ET = 2F_1E_1$.





А из подобия треугольников F_1E_1Q и TOQ следует, что $OQ = 3QE_1$.

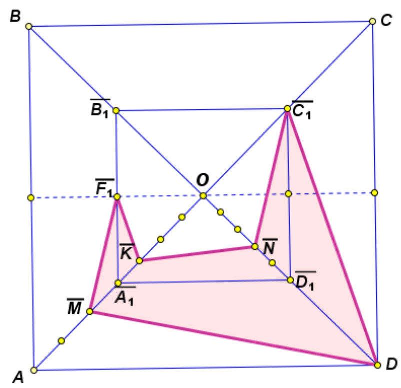
Прямая C_1Q принадлежит плоскости сечения. Найдем точку N пересечения этой прямой с ребром OD_1. По теореме Менелая имеем $\dfrac{D_1N}{NO}\cdot\dfrac{OQ}{QE_1}\cdot\dfrac{E_1C_1}{D_1C_1}=1$. Следовательно, $\dfrac{D_1N}{NO}=\dfrac{2}{3}$.



Прямая GN принадлежит плоскости сечения. Найдем точку K пересечения этой прямой с ребром OA_1. По теореме Менелая имеем $\dfrac{A_1K}{KO}\cdot\dfrac{ON}{ND_1}\cdot\dfrac{D_1G}{GA_1}=1$. Следовательно, $\dfrac{A_1K}{KO}=\dfrac{1}{3}$.

Сечением многогранника Ф будет многоугольник DC_1NKF_1M.

Площадь сечения DC_1NKF_1M будем вычислять по формуле $S_{сеч}=\dfrac{S_{пр}}{\cos\varphi}$, где $S_{пр}$ - площадь проекции сечения на плоскость основания, φ - угол между плоскостью сечения и плоскостью основания. Найдем площадь проекции сечения на плоскость основания.

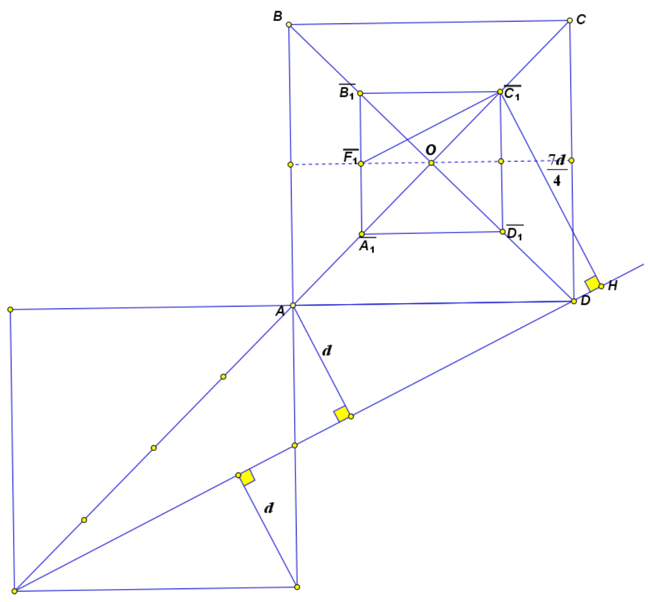


$$S_{пр}=\frac{5a^2}{8}-\frac{a^2}{12}-\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{a^2}{16}-\left(\frac{a^2}{8}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{8}\right)-\frac{3}{4}\cdot\frac{a^2}{32}-\frac{3}{5}\cdot\frac{a^2}{16}-\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{4}=$$

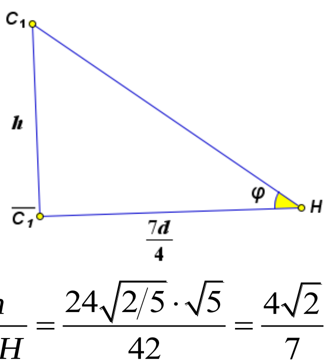
$$=\frac{469a^2}{3\cdot 640}=140{,}7$$

Плоскость сечения и плоскость ABC нижнего основания пересекаются по прямой l, проходящей через точку D и параллельной прямой F_1C_1. Если $\bar{C}_1$ - проекция точки C_1 на плоскость нижнего основания, то $\bar{C}_1C_1 = h = 24\sqrt{2/5}$. Из точки $\bar{C}_1$ опустим перпендикуляр $\bar{C}_1H$ на прямую l. Если d – высота треугольника AED, то

$$\bar{C}_1H=\frac{7d}{4}=\frac{7a^2}{8\sqrt{a^2+a^2/4}}=\frac{7a}{4\sqrt{5}}=\frac{42}{\sqrt{5}}.$$



Угол $\bar{C}_1HC_1$ равен φ - углу между плоскостью сечения и плоскостью основания.



$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{h}{\bar{C}_1H}=\frac{24\sqrt{2/5}\cdot\sqrt{5}}{42}=\frac{4\sqrt{2}}{7},\quad \cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi}}=\frac{7}{9}.$$

$$S_{сеч}=\frac{S_{пр}}{\cos\varphi}=\frac{140,7\cdot 9}{7}=180,9.$$

Ответ: $180,9$.

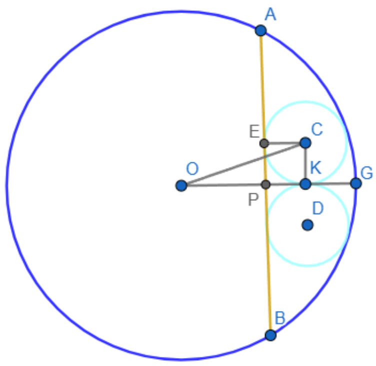
6. Сотовая связь – это целый мир возможностей. Но чтобы пользоваться ими, нужно быть в зоне действия базовой станции. Сети GSM (2G) имеют мощность, которая позволяет покрывать территорию радиусом до 35 километров на открытой местности. В городских условиях, где много зданий, зона приема сигнала значительно уменьшается. Сети 3G и 4G (LTE) работают на более высоких частотах, чем сети 2G, и их сигнал хуже проникает сквозь препятствия и больше подвержен помехам. В сетях GSM было достаточно нескольких вышек, чтобы покрывать большие территории, а для 3G и 4G сетей для обеспечения надежной связи требуется больше вышек.

В городе установлен ретранслятор GSM сети, который обеспечивает покрытие в пределах окружности радиусом R = 24 км. Центр окружности – основание вышки. Однако из-за особенностей рельефа зона покрытия этого ретранслятора ограничена хордой, проведенной внутри этой окружности. Хорда находится на расстоянии d = 3 км от центра окружности.

В меньшем сегменте, образованном хордой, необходимо установить два дополнительных ретранслятора (3G вышки) так, чтобы их зоны покрытия касались друг друга, хорды и основной окружности. Каждый из этих ретрансляторов имеет круговую зону покрытия одинакового радиуса *r*.

Найдите радиусы зон покрытия двух дополнительных ретрансляторов, которые нужно установить в меньшем сегменте. Определите площадь части меньшего сегмента, которая не попадает в зону действия дополнительных ретрансляторов. (20 баллов)

Решение. Пусть 3G вышки имеют одинаковый радиус действия *r*. Радиус основной окружности R, расстояние от центра большой окружности до хорды - *d*. Ведем точки, как показано на чертеже: O – центр большой окружности, *C, D* – центры маленьких окружностей, K – точка касания маленьких окружностей, E – точка касания окружности с хордой. OP = d – заданное расстояние от центра до хорды.



$CE\perp AB,\ OP\perp AB,\ CE\parallel OP,\ \ OP\bigcap Окр(O,R)=G,\ CD\bigcap OG=K$,

$OC=R-r,\ CK=r,\ \ OK=d+r\ \Rightarrow$

$(R-r)^2=r^2+(d+r)^2\ \ \Rightarrow\ \ r^2+2r(d+R)-(R^2-d^2)=0$

$r=-(R+d)+\sqrt{2R^2+2Rd}$.

Подсчитаем площадь части сегмента, которая не попадает в зону действия ретрансляторов 3G. Пусть $\angle AOP=\alpha$, $S_c=S_{сегмента}$.

$$\cos\alpha = \frac{OP}{OA} = \frac{d}{R} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{d}{R}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad \sin 2\alpha = 2\frac{d}{R}\sqrt{1-\left(\frac{d}{R}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \; S = S_c - 2S_\kappa = \frac{1}{2}R^2(2\alpha - \sin 2\alpha) - 2\pi r^2 = \frac{1}{2}R^2\left(2\alpha - 2\frac{d}{R}\sqrt{1-\left(\frac{d}{R}\right)^2}\right) - 2\pi r^2$$

Подставим значения R = 24, d = 3, тогда

$$r = -(24+3) + \sqrt{2\cdot 24\cdot(24+3)} = -27 + \sqrt{36^2} = 36 - 27 = 9,$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{8}, \quad \sin\alpha = \frac{3\sqrt{7}}{8}, \quad \alpha = arccos\frac{1}{8}, \quad S = \frac{1}{2}24^2\left(2arccos\frac{1}{8} - 2\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{3\sqrt{7}}{8}\right) - 2\pi\cdot 81,$$

$$S = \frac{1}{2}24^2\left(2arccos\frac{1}{8} - 2\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{3\sqrt{7}}{8}\right) - 2\pi\cdot 81 = 288\left(2arccos\frac{1}{8} - \frac{3\sqrt{7}}{32}\right) - 162\pi$$

Ответ: 9 км, $S = 576arccos\frac{1}{8} - 162\pi - 27\sqrt{7}$

Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Математика
Предмет: Математика
Класс: 11

Задание 1 максимальная оценка: **12 баллов**

Критерий (учитывается балл, полученный за выполненный критерий)	**Балл**
Задача решена полностью, получен верный обоснованный ответ.	12
Все рассуждения верные, сформулированные утверждения строго обоснованы. Допущена одна арифметическая ошибка.	9
Имеются верные шаги при решении полученной системы, из которой можно выразить нужное значение.	6
Задача сведена к системе, из которой можно выразить нужное значение.	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 2 максимальная оценка: **16 баллов**

Критерий (учитывается балл, полученный за выполненный критерий)	**Балл**
Задача решена полностью, получен верный обоснованный ответ.	16
Все рассуждения верные, представленные формулы строго обоснованы. Допущена одна арифметическая ошибка.	12
Правильно вычислено число перестановок, содержащих слово ТОМ и ПОТ, при этом правильно вычислено число всех перестановок.	8
Правильно вычислено число всех перестановок.	4
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 3 максимальная оценка: **16 баллов**

Критерий (учитывается балл, полученный за выполненный критерий)	**Балл**
Задача решена полностью, получены все верные обоснованные ответы.	16
Все рассуждения верные, представленные формулы строго обоснованы, все нужные ответы получены точно. Допущена одна арифметическая ошибка.	12
Обоснованно получено верное отношение : АККСи вычислена длина отрезка ВК или DF.	8
Правильно вычислены все стороны треугольника АВС.	4
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 4 максимальная оценка: **16 баллов**

Критерий (учитывается балл, полученный за выполненный критерий)	**Балл**
Задача решена полностью, получен верный обоснованный ответ.	16
Для одного или двух из промежутков параметра неверно выписаны решения, при этом остальные значения параметра и соответствующие решения найдены верно и все утверждения обоснованы.	12
Для не менее четырёх промежутков значений параметра правильно выписаны решения системы, все приведенные при этом утверждения обоснованы.	8
Верно выписаны все необходимые ограничения на x и a. Имеется существенное продвижение в решении задачи. Верно найдены один из промежутков значений параметра и соответствующие решения системы.	4
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 5 максимальная оценка: **20 баллов**

Критерий (учитывается балл, полученный за выполненный критерий)	**Балл**
Задача решена полностью, получен верный обоснованный ответ.	20
Все рассуждения верные, представленные формулы строго обоснованы, все нужные ответы получены. Допущена одна арифметическая ошибка.	15
При условии, что найдены все отношения, в которых плоскость сечения делит соответствующие ребра многогранника, верно найдена площадь проекции сечения на плоскость основания, или найден косинус угла между плоскостью сечения и плоскостью основания.	10
Полностью описано построение сечения многогранника. Найдены отношения, в которых плоскость сечения делит соответствующие ребра многогранника.	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 6 максимальная оценка: **20 баллов**

Критерий (учитывается балл, полученный за выполненный критерий)	**Балл**
Задача решена полностью, получен верный ответ, все утверждения обоснованы.	20
Сделаны незначительные вычислительные ошибки. Сделан верный рисунок, с указанием точек касания. Правильно указаны и найдены все расстояния. Найдены площади кругов, площадь сегмента, но в ходе вычислений допущены арифметические ошибки.	15
Полностью описана математическая модель. Сделан верный рисунок, с указанием точек касания. Описаны все расстояния, указаны треугольники, которые необходимо рассмотреть, найдены длины сторон треугольников. Найдены верно площади кругов. Указаны подходы к нахождению площади сегмента: выписана формула, и/или верно найден угол.	10
Математическая модель описана частично. Сделан верный рисунок, с указанием точек касания, обозначением данного в условии расстояния. Найдены радиусы зон покрытия.	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0