



Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Инженерное дело»

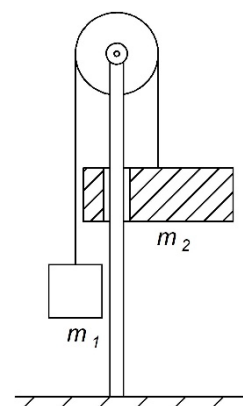
Специализация: «Физика»

Класс участия: 11

Вариант задания: 2

Задача 1.

Два груза, массами m_1 и m_2 , связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный невесомый блок, установленный на жесткой шероховатой штанге, проходящей сквозь груз m_2 , как показано на рисунке. Нить считать невесомой и нерастяжимой. Силой трения в оси блока пренебречь.



Найдите:

- 1) ускорение груза m_1 , пренебрегая силой трения между грузом m_2 и штангой;
- 2) ускорение груза m_1 , считая, что сила трения между грузом m_2 и штангой постоянна и равна F .

Решение:

1) Из второго закона Ньютона получим: $a_0 = g \frac{|m_2 - m_1|}{m_2 + m_1}$

2) Рассмотрим первый вариант (груз m_2 движется вниз). Запишем законы Ньютона:

$$m_2 g - T_1 - F = m_2 a_1$$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a_1$$

Получим:

$$a_1 = \frac{(m_2 - m_1)g - F}{m_1 + m_2}$$

При условии



$$m_2 > \frac{F}{g} + m_1$$

Аналогично рассмотрим второй вариант (груз m_2 движется вверх):

$$-m_2 g + T_2 - F = m_2 a_2$$

$$-T_2 + m_1 g = m_1 a_2$$

Получим:

$$a_2 = \frac{(m_1 - m_2)g - F}{m_1 + m_2}$$

При условии

$$m_2 < m_1 - \frac{F}{g}$$

А также вариант, когда ускорение равно нулю: $m_2 \in \left[m_1 - \frac{F}{g}; m_1 + \frac{F}{g} \right]$

Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 1		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Верно найдено ускорение в отсутствии трения.	1
3	Верно найдено ускорение с учетом трения (1 вариант) с учетом предыдущего пункта.	2
4	Верно найдено ускорение с учетом трения (2 вариант) с учетом предыдущего пункта.	3
5	Верно найдены ускорения с учетом трения (все варианты) с учетом предыдущих пунктов.	4



Задача 2.

Плосковыпуклая линза, помещенная в воду, обладает такой же оптической силой D , как двояковыпуклая линза, помещенная в керосин. Показатели преломления воды $n_{\text{в}} = 1,33$, керосина $n_{\text{к}} = 1,39$ и воздуха $n_{\text{возд}} = 1$. Двояковыпуклая линза составлена из двух одинаковых плосковыпуклых линз.

Найдите:

- 1) показатель преломления материала линзы;
- 2) во сколько раз изменится оптическая сила, если плосковыпуклую линзу из воды переместить в воздух.

Решение:

Формула линзы:

$$D = \left(\frac{n}{n_{\text{в}}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{R}$$

$$D = \left(\frac{n}{n_{\text{к}}} - 1 \right) \frac{2}{R}$$

Получим:

$$n = \frac{n_{\text{к}} n_{\text{в}}}{2n_{\text{в}} - n_{\text{к}}} = 1,46$$

Оптическая сила в воздухе:

$$D_{\text{возд}} = \left(\frac{n}{n_{\text{возд}}} - 1 \right) \frac{1}{R} = D \cdot \frac{\frac{n}{n_{\text{возд}}} - 1}{\frac{n}{n_{\text{в}}} - 1} = 4,7 D$$



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 2		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Верно записана формула линзы для первого случая.	2
3	Верно записана формула линзы для первого случая и второго случая.	4
4	Найдено значение показателя преломления с учетом предыдущих пунктов.	6
5	Найдена оптическая силы линзы в воздухе с учетом предыдущих пунктов.	8



Задача 3.

В прошлом году, выпускник одной из школ решил для проекта «Шаг в будущее» разработать двигатель с КПД, большим, чем у цикла Карно. Для этого он предложил использовать цикл для идеального двухатомного газа, состоящий из четырёх процессов: изотермического расширения из состояния A ($P_A = 200$ кПа, $V_A = 0,2$ м³, $T_A = 400$ К) до состояния B ($V_B = 0,5$ м³); изобарного охлаждения до состояния C , в котором объём возвращается к исходному значению ($V_C = V_A$); адиабатического сжатия до состояния D , в котором объём достигает значения $V_D = 0,1$ м³; изобарного нагрева до исходного состояния A .

Найдите:

- 1) отношение среднеквадратичных скоростей молекул газа в состоянии A и C ;
- 2) отношение КПД предложенного цикла к КПД идеальной тепловой машины, работающей при тех же условиях.

Справочные данные: работа газа в изотермическом процессе рассчитывается по формуле $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$; уравнение адиабатного процесса имеет вид $pV^\gamma = \text{const}$, где γ – показатель адиабаты ($\gamma = \frac{i+2}{i}$); $i = 5$ для двухатомного газа.

Решение:

Рассмотрим последовательно все четыре процесса:

1. $A \rightarrow B$ (изотермический)

$$Q_{AB} = A_{AB}$$

$$P_A V_A = \nu R T_A$$

$$P_B V_B = \nu R T_B$$

$$T_A = T_B$$

$$T_A = \frac{P_A V_A}{\nu R}$$

Отсюда следует, что $A_{AB} = \nu R T_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) = P_A V_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right)$.



$$P_B = P_A \frac{V_A}{V_B}.$$

2. $B \rightarrow C$ (изобарный)

$$A_{BC} = P_B(V_C - V_B)$$

$V_C = V_A$ по условию

$$A_{BC} = P_B(V_A - V_B) = P_A \frac{V_A}{V_B} (V_A - V_B).$$

$$Q_{BC} = \frac{i}{2} \vartheta R (T_C - T_A) + \vartheta R (T_C - T_A) = \frac{i+2}{2} \vartheta R (T_C - T_A).$$

Процесс изобарный, поэтому

$$T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = T_A \frac{V_B}{V_A}.$$

$$Q_{BC} = \frac{i+2}{2} \vartheta R T_A \left(\frac{V_A}{V_B} - 1 \right).$$

3. $C \rightarrow D$ (адиабатный)

$$A_{CD} = \frac{\vartheta R}{\gamma - 1} (T_C - T_D)$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T_D = T_C \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} = T_A \frac{V_B}{V_A} \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1}.$$

$$A_{CD} = \frac{\vartheta R}{\gamma - 1} T_A \frac{V_B}{V_A} \left(1 - \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$V_C = V_A$ по условию

$$A_{CD} = \frac{\vartheta R}{\gamma - 1} T_A \frac{V_B}{V_A} \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_D} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$Q_{CD} \equiv 0$, т.к. адиабатный процесс

4. $D \rightarrow A$ (изобарный)

$$A_{DA} = P_A(V_A - V_D).$$

$$Q_{DA} = \vartheta C_p \Delta T = \frac{i+2}{2} \vartheta R (T_A - T_D) = \frac{i+2}{2} \vartheta R T_A \left(1 - \frac{V_A}{V_B} \left(\frac{V_A}{V_D} \right)^{\gamma-1} \right).$$



Для определения КПД цикла сложим все работы и разделим на сумму
теплот:

$$\eta = \frac{A_{AB} + A_{DA}}{Q_{AB} + Q_{DA}}.$$
$$\eta = \frac{P_A V_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) + P_A (V_A - V_D)}{P_A V_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) + \frac{i+2}{2} \vartheta R T_A \left(1 - \frac{V_A}{V_B} \left(\frac{V_A}{V_D} \right)^{\gamma-1} \right)}$$
$$\eta \approx 21\%$$
$$\eta_{\text{Карно}} = 60\%$$
$$\frac{\eta}{\eta_{\text{Карно}}} = 0,35.$$

Среднеквадратичная скорость молекул газа:

$$\frac{V_A}{V_C} = \sqrt{\frac{T_A}{T_C}} = \sqrt{\frac{V_B}{V_A}}.$$

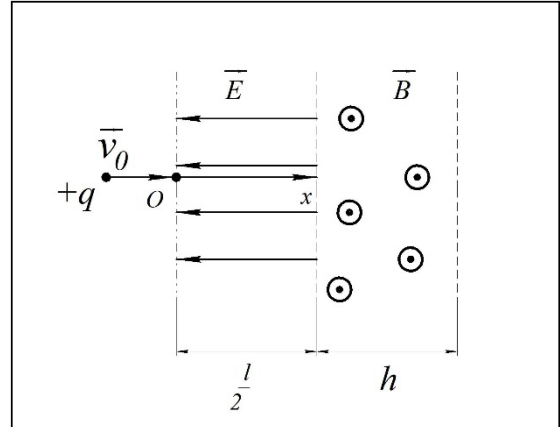
Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 3		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Верно записано первое начало термодинамики для изотермического, изобарного и адиабатного процессов, записано уравнение Пуассона для адиабатного процесса, записано выражение для КПД цикла Карно.	3
3	В полном объеме выполнен предыдущий критерий. А также верно определены температура и давление газа в каждой точке (A, B, C, D), записано выражение для определения среднеквадратичной скорости молекул идеального газа.	5
4	В полном объеме соблюдены два предыдущих критерия, вдобавок верно определена работа и количество теплоты, подводимое к газу во всех четырех процессах цикла.	8
5	Соблюдены условия по предыдущим трем критериям, верно найдено отношение КПД цикла к КПД Цикла Карно и верно найдено отношение среднеквадратичной скорости в точке A к среднеквадратичной скорости в точке C.	10



Задача 4.

Точечный положительный заряд q массой m , движущийся со скоростью v_0 в вакууме, влетает в ограниченную область, где есть электрическое поле, направленное вдоль горизонтальной оси x (см. рисунок). Проекция напряженности электрического поля меняется по закону $E_x = -bx$ (b - известная положительная постоянная). Пройдя путь равный половине от



максимально возможного, заряд попадает в ограниченную область, где есть однородное магнитное поле B . Силой тяжести пренебречь.

Найдите:

- 1) размер области электрического поля ($L/2$);
- 2) размер области магнитного поля h , если вектор скорости заряда отклонился от первоначального направления при вылете из магнитного поля на угол α .

Решение:

Уравнение динамики:

$$ma = -qbx$$

Получаем период:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{qb}}$$

Решение уравнения динамики:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

Подставляя исходные данные, находим время пролета:

$$t = \frac{T}{12}$$



Находим скорость:

$$v = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Из закона изменения механической энергии определяем размер области $0,5l$ с учетом работы переменной силы:

$$0,5l = \sqrt{\frac{mv_0^2}{16qE}}$$

В магнитном поле:

$$qvB = m \frac{v^2}{R}$$

Из рисунка находим:

$$h = \frac{\sqrt{3}mv_0 \sin \alpha}{2qB}$$

Критерии оценивания

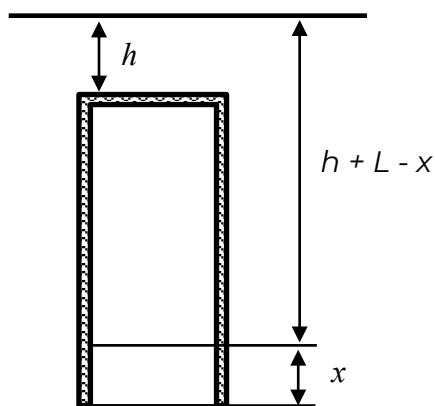
Критерии оценивания задания 4		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Задача решена без учета переменного электрического поля.	3
3	Верно описано движение в магнитном поле, ошибочно учтено переменное электрическое поле в уравнениях.	6
4	Верно описано движение в электрическом и магнитном полях с незначительными вычислительными ошибками.	9
5	Задача решена полностью верно.	12



Задача 5.

Пустой сосуд в форме тонкостенного прямого цилиндра, с одной стороны закрытого дном, медленно погружают открытой горловиной вертикально вниз в воду. Когда расстояние от дна сосуда до поверхности воды стало равным $h = 2$ м, сосуд плотно закрыли крышкой и достали из воды. А затем оставили в вертикальном положении крышкой вниз на горизонтальной поверхности. В какой-то момент времени внезапно крышка открылась, и сосуд подпрыгнул на высоту H , но крышка осталась на столе. Оцените эту высоту H в предположении, что описанные процессы изотермические. Масса сосуда без крышки равна $m = 2$ кг, массой воздуха в сосуде пренебречь. Длина сосуда $L = 0,6$ м, площадь сечения $S = 0,08$ м². Атмосферное давление 10^5 Па, плотность воды 10^3 кг/м³, $g = 10$ м/с². Жидкость покидает сосуд равноускорено. Силами сопротивления и трения пренебречь. Ответ приведите в метрах, округлив до десятых.

Решение:



При погружении сосуда в него снизу через открытую горловину зайдёт вода. Пусть x – это толщина слоя жидкости в сосуде. Условие изотермического сжатия воздуха

$$(p_0 + \rho g(h + L - x))S(L - x) = p_0SL$$

После открытия крышки сосуд поднимается за счет разности давлений воздуха

внутри и снаружи $ma = \rho g(h + L - x)S - mg$.

По условию, жидкость вытекает из сосуда равноускорено, т.е. сосуд поднимается в это время с постоянным ускорением $a = \frac{\rho g S}{m}(h + L - x) - g = \text{const}$.

Находим начальную скорость сосуда при взлёте $V_0 = \sqrt{2ax}$.

Из закона сохранения энергии высота подъёма $H = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{2ax}{2g} = \frac{a}{g}x$



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

$h, м$	$L, м$	$x, м$	$S, м^2$	$m, кг$	$a, м/с^2$	$H, м$
2	0.6	0.064	0.08	2	1004.42	6.4

Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 5		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Написаны выражения для давления воздуха при погружении сосуда	4
3	Написаны выражения для ускорения сосуда и высоты подъёма.	8
4	Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу	12
5	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	16