



## Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Инженерное дело»

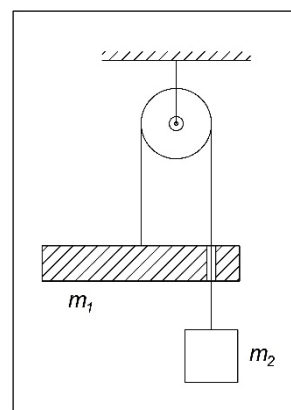
Специализация: «Физика»

Класс участия: 11

Вариант задания: 1

### Задача 1.

Два груза, массами  $m_1$  и  $m_2$ , связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный невесомый блок и проходящей сквозь груз  $m_1$ , как показано на рисунке. Между отверстием и нитью создается постоянная сила трения  $F$ . Найдите ускорение грузов. Силой трения в оси блока пренебречь.



Найдите:

- 1) ускорение грузов, пренебрегая силой трения нити о груз;
- 2) ускорение грузов, считая, что сила трения нити о груз  $m_2$  постоянна и равна  $F$ .

**Решение:**

1) Из второго закона Ньютона получим:  $a_0 = g \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}$

2) Рассмотрим первый вариант (груз  $m_2$  движется вниз). Запишем законы Ньютона:

$$m_2 g - T_2 - F = m_2 a_1$$

$$T_2 - T_1 - F = 0$$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a_1$$

Получим:

$$a_1 = \frac{(m_2 - m_1)g - 2F}{m_1 + m_2}$$



При условии

$$m_2 > \frac{2F}{g} + m_1$$

Аналогично рассмотрим второй вариант (груз  $m_2$  движется вверх):

$$-m_2g + T_2 - F = m_2a_2$$

$$-T_2 + T_1 - F = 0$$

$$-T_1 + m_1g = m_1a_2$$

Получим:

$$a_2 = \frac{(m_1 - m_2)g - 2F}{m_1 + m_2}$$

При условии

$$m_2 < m_1 - \frac{2F}{g}$$

А также вариант, когда ускорение равно нулю:  $m_2 \in \left[ m_1 - \frac{2F}{g}; m_1 + \frac{2F}{g} \right]$

### ***Критерии оценивания***

Критерии оценивания задания 1		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Верно найдено ускорение в отсутствии трения.	1
3	Верно найдено ускорение с учетом трения (1 вариант) с учетом предыдущего пункта.	2
4	Верно найдено ускорение с учетом трения (2 вариант) с учетом предыдущего пункта.	3
5	Верно найдены ускорения с учетом трения (все варианты) с учетом предыдущих пунктов.	4



## Задача 2.

Плосковыпуклая линза, помещенная в воду, обладает такой же оптической силой  $D$ , как двояковыпуклая линза, помещенная в глицерин. Показатели преломления воды  $n_{\text{воды}} = 1,33$ , глицерина  $n_{\text{г}} = 1,47$  и воздуха  $n_{\text{в}} = 1$ . Двояковыпуклая линза составлена из двух одинаковых плосковыпуклых линз.

Найдите:

- 1) показатель преломления материала линзы;
- 2) во сколько раз изменится оптическая сила, если плосковыпуклую линзу из воды переместить в воздух.

**Решение:**

Формула линзы:

$$D = \left( \frac{n}{n_{\text{в}}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{R}$$

$$D = \left( \frac{n}{n_{\text{г}}} - 1 \right) \frac{2}{R}$$

Получим:

$$n = \frac{n_{\text{г}} n_{\text{в}}}{2n_{\text{в}} - n_{\text{г}}} = 1,64$$

Оптическая сила в воздухе:

$$D_{\text{возд}} = \left( \frac{n}{n_{\text{возд}}} - 1 \right) \frac{1}{R} = D \cdot \frac{\frac{n}{n_{\text{возд}}} - 1}{\frac{n}{n_{\text{в}}} - 1} = 2,75 D$$



Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

### ***Критерии оценивания***

Критерии оценивания задания 2		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Верно записана формула линзы для первого случая.	2
3	Верно записана формула линзы для первого случая и второго случая.	4
4	Найдено значение показателя преломления с учетом предыдущих пунктов.	6
5	Найдена оптическая силы линзы в воздухе с учетом предыдущих пунктов.	8



### Задача 3.

В прошлом году, выпускник одной из школ решил для проекта «Шаг в будущее» разработать двигатель с КПД, большим, чем у цикла Карно. Для этого он предложил использовать цикл для идеального двухатомного газа, состоящий из четырёх процессов: изотермического расширения из состояния  $A$  ( $P_A = 200$  кПа,  $V_A = 0,2$  м<sup>3</sup>,  $T_A = 400$  К) до состояния  $B$  ( $V_B = 0,5$  м<sup>3</sup>); изобарного охлаждения до состояния  $C$ , в котором объём возвращается к исходному значению ( $V_C = V_A$ ); адиабатического сжатия до состояния  $D$ , в котором объём достигает значения  $V_D = 0,1$  м<sup>3</sup>; изобарного нагрева до исходного состояния  $A$ .

Найдите:

- 1) отношение среднеквадратичных скоростей молекул газа в состоянии  $D$  и  $B$ ;
- 2) отношение КПД предложенного цикла к КПД идеальной тепловой машины, работающей при тех же условиях.

*Справочные данные:* работа газа в изотермическом процессе рассчитывается по формуле  $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ ; уравнение адиабатного процесса имеет вид  $pV^\gamma = \text{const}$ , где  $\gamma$  – показатель адиабаты ( $\gamma = \frac{i+2}{i}$ );  $i = 5$  для двухатомного газа.

### Решение:

Рассмотрим последовательно все четыре процесса:

1.  $A \rightarrow B$  (изотермический)

$$Q_{AB} = A_{AB}$$

$$P_A V_A = \nu R T_A$$

$$P_B V_B = \nu R T_B$$

$$T_A = T_B$$

$$T_A = \frac{P_A V_A}{\nu R}$$



Отсюда следует, что  $A_{AB} = \vartheta R T_A \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right) = P_A V_A \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right)$ .

$$P_B = P_A \frac{V_A}{V_B}.$$

2.  $B \rightarrow C$  (изобарный)

$$A_{BC} = P_B (V_C - V_B)$$

$V_C = V_A$  по условию

$$A_{BC} = P_B (V_A - V_B) = P_A \frac{V_A}{V_B} (V_A - V_B).$$

$$Q_{BC} = \frac{i}{2} \vartheta R (T_C - T_A) + \vartheta R (T_C - T_A) = \frac{i+2}{2} \vartheta R (T_C - T_A).$$

Процесс изобарный, поэтому

$$T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = T_A \frac{V_B}{V_A}.$$

$$Q_{BC} = \frac{i+2}{2} \vartheta R T_A \left( \frac{V_A}{V_B} - 1 \right).$$

3.  $C \rightarrow D$  (адиабатный)

$$A_{CD} = \frac{\vartheta R}{\gamma - 1} (T_C - T_D)$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T_D = T_C \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} = T_A \frac{V_B}{V_A} \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1}.$$

$$A_{CD} = \frac{\vartheta R}{\gamma - 1} T_A \frac{V_B}{V_A} \left( 1 - \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$V_C = V_A$  по условию

$$A_{CD} = \frac{\vartheta R}{\gamma - 1} T_A \frac{V_B}{V_A} \left( 1 - \left( \frac{V_A}{V_D} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$Q_{CD} \equiv 0$ , т.к. адиабатный процесс



4.  $D \rightarrow A$  (изобарный)

$$A_{DA} = P_A(V_A - V_D).$$

$$Q_{DA} = \nu C_p \Delta T = \frac{i+2}{2} \nu R (T_A - T_D) = \frac{i+2}{2} \nu R T_A \left(1 - \frac{V_A}{V_B} \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1}\right).$$

Для определения КПД цикла сложим все работы и разделим на сумму  
теплот:

$$\eta = \frac{A_{AB} + A_{DA}}{Q_{AB} + Q_{DA}}.$$

$$\eta = \frac{P_A V_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A}\right) + P_A (V_A - V_D)}{P_A V_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A}\right) + \frac{i+2}{2} \nu R T_A \left(1 - \frac{V_A}{V_B} \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1}\right)}$$

$$\eta \approx 21\%$$

$$\eta_{\text{Карно}} = 60\%$$

$$\frac{\eta}{\eta_{\text{Карно}}} = 0,35.$$

Среднеквадратичная скорость молекул газа:

$$\frac{V_D}{V_B} = \sqrt{\frac{T_D}{T_B}} = \sqrt{\frac{V_A}{V_B} \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1}}.$$



### ***Критерии оценивания***

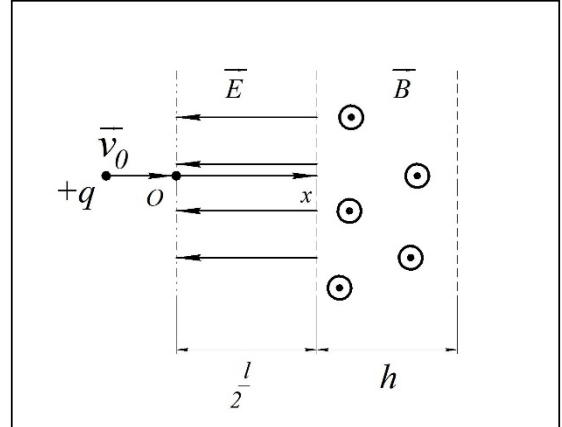
Критерии оценивания задания 3		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Верно записано первое начало термодинамики для изотермического, изобарного и адиабатного процессов, записано уравнение Пуассона для адиабатного процесса, записано выражение для КПД цикла Карно.	3
3	В полном объеме выполнен предыдущий критерий. А также верно определены температура и давление газа в каждой точке ( $A, B, C, D$ ), записано выражение для определения среднеквадратичной скорости молекул идеального газа.	5
4	В полном объеме соблюдены два предыдущих критерия, вдобавок верно определена работа и количество теплоты, подводимое к газу во всех четырех процессах цикла.	8
5	Соблюдены условия по предыдущим трем критериям, верно найдено отношение КПД цикла к КПД Цикла Карно и верно найдено отношение среднеквадратичной скорости в точке $D$ к среднеквадратичной скорости в точке $B$ (1-й вариант).	10





#### Задача 4.

Точечный положительный заряд  $q$  массой  $m$ , движущийся со скоростью  $v_0$  в вакууме, влетает в ограниченную область, где есть электрическое поле, направленное вдоль горизонтальной оси  $x$  (см. рисунок). Проекция напряженности электрического поля меняется по закону  $E_x = -bx$  ( $b$  - известная положительная постоянная). Пройдя путь равный половине от



максимально возможного, заряд попадает в ограниченную область, где есть однородное магнитное поле  $B$  шириной  $h$ . Силой тяжести пренебречь.

Найдите

- 1) скорость заряда при прохождении участка электрического поля;
- 2) угол  $\alpha$ , на который вектор скорости заряда отклонился от первоначального направления при вылете из магнитного поля.

**Решение:**

Уравнение динамики:

$$ma = -qbx$$

Получаем период:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{qb}}$$

Решение уравнения динамики:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

Подставляя исходные данные, находим время пролета:

$$t = \frac{T}{12}$$



Находим скорость:

$$v = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

В магнитном поле:

$$qvB = m \frac{v^2}{R}$$

Из рисунка находим:

$$\alpha = \arcsin \frac{2qBh}{\sqrt{3}mv_0}$$

### ***Критерии оценивания***

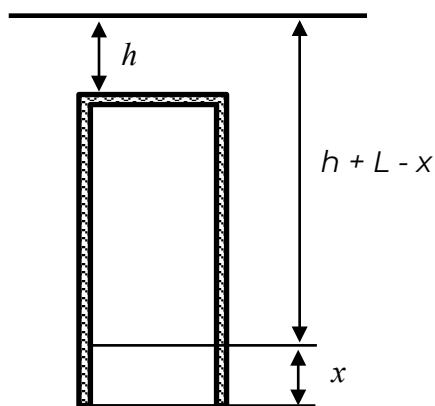
Критерии оценивания задания 4		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Задача решена без учета переменного электрического поля.	3
3	Верно описано движение в магнитном поле, ошибочно учтено переменное электрическое поле в уравнениях.	6
4	Верно описано движение в электрическом и магнитном полях с незначительными вычислительными ошибками.	9
5	Задача решена полностью верно.	12



### Задача 5.

Пустой сосуд в форме тонкостенного прямого цилиндра, с одной стороны закрытого дном, медленно погружают открытой горловиной вертикально вниз в воду. Когда расстояние от дна сосуда до поверхности воды стало равным  $h = 2$  м, сосуд плотно закрыли крышкой и достали из воды. А затем оставили в вертикальном положении крышкой вниз на горизонтальной поверхности. В какой-то момент времени внезапно крышка открылась, и сосуд подпрыгнул на высоту  $H$ , но крышка осталась на столе. Оцените эту высоту  $H$  в предположении, что описанные процессы изотермические. Масса сосуда без крышки равна  $m = 2$  кг, массой воздуха в сосуде пренебречь. Длина сосуда  $L = 0,5$  м, площадь сечения  $S = 0,08$  м<sup>2</sup>. Атмосферное давление  $10^5$  Па, плотность воды  $10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Жидкость покидает сосуд равноускорено. Силами сопротивления и трения пренебречь. Ответ приведите в метрах, округлив до десятых.

#### Решение:



При погружении сосуда в него снизу через открытую горловину зайдёт вода. Пусть  $x$  – это толщина слоя жидкости в сосуде. Условие изотермического сжатия воздуха

$$(p_0 + \rho g(h + L - x))S(L - x) = p_0SL$$

После открытия крышки сосуд поднимается за счет разности давлений воздуха

внутри и снаружи  $ma = \rho g(h + L - x)S - mg$ .

По условию, жидкость вытекает из сосуда равноускорено, т.е. сосуд

поднимается в это время с постоянным ускорением  $a = \frac{\rho g S}{m}(h + L - x) - g = \text{const}$ .

Находим начальную скорость сосуда при взлёте  $V_0 = \sqrt{2ax}$ .



Из закона сохранения энергии высота подъёма

$$H = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{2ax}{2g} = \frac{a}{g}x$$

$h, \text{ м}$	$L, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$S, \text{ м}^2$	$m, \text{ кг}$	$a, \text{ м/с}^2$	$H, \text{ м}$
2	0.5	0.058	0.08	2	966.82	5.6

### Критерии оценивания

Критерии оценивания задания 5		
№	Элемент решения	Балл
1	Не удовлетворяет ни одному из условий	0
2	Написаны выражения для давления воздуха при погружении сосуда	4
3	Написаны выражения для ускорения сосуда и высоты подъёма.	8
4	Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу	12
5	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	16