8 Класс. “Профессор Жуковский”. 1 вариант.

Задача 1. (10 баллов)

Расстояние от выхода из метро до корпуса МГТУ им Баумана, где проходит олимпиада “профессор Жуковский”, составляет 0,87 км. Олимпиада начинается в 10:00. В кабинете надо быть за пять минут до начала, а на гардероб и подъем к аудитории участнику потребуются дополнительные 10 минут. Средняя длина шага участника олимпиады составляет 75 см. Определите диапазон времени, во сколько участнику Олимпиады необходимо выйти из дверей метро, чтобы успеть вовремя и нигде не задерживаться. Известно, что самым быстрым темпом человек делает 116 шагов в минуту, а самый медленный темп походки составляет 58 шагов в минуту.

Решение:

1) Определим, во сколько участнику необходимо быть у входа в здание Олимпиады. Для этого вычтем из конечного времени 15 минут.

10:00 - 15 минут = 9:45.

2) Определим, сколько шагов необходимо сделать участнику, чтобы добраться до Олимпиады. Для этого поделим расстояние от метро до корпуса МГТУ на длину одного шага, не забыв перевести размерности в СИ:

$n = \frac{L}{l} = \frac{870}{0,75} = 1160$ шагов.

3) Определим время, которое он затратит при движении быстрым темпом. Для этого поделим количество шагов на число шагов в минуту:

$t_1 = \frac{1160}{116} = 10$ минут.

Аналогично определим время при движении медленным темпом:

$t_2 = \frac{1160}{58} = 20$ минут.

4) Определим диапазон времени выхода из метро:.

9:45 - 20 минут = 9:25

9:45 - 10 минут = 9:35

Получившийся диапазон времени выхода из метро 9:25 - 9:35.

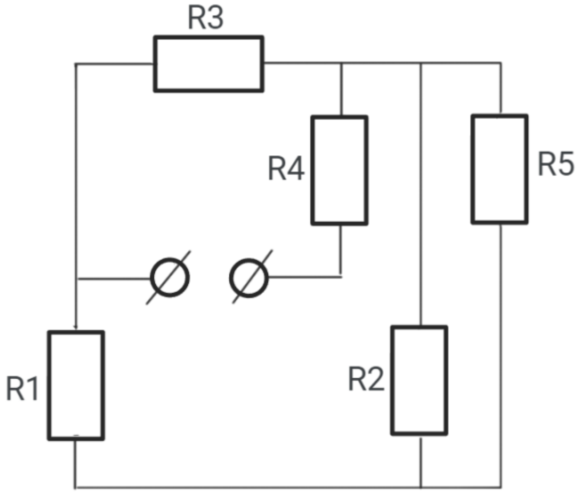
Ответ: 9:25 - 9:35.

Критерии:

Правильно записана формула определения количества шагов.	2 балла
Правильно записана формула времени движения.	3 балла
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ.	5 баллов
ИТОГО:	**10 баллов.**

Задача 2. (15 баллов)

Из пяти нагревательных элементов собрали схему, указанную на рисунке. Элементы 1 и 3 опущены в заполненный водой калориметр объемом 450 мл, а остальные элементы нагревают 3940 г льда. Определите, какая часть льда растает к моменту закипания воды, если к цепи приложено постоянное напряжение U = 220 В. До включения вся система долгое время находилась при температуре 0°C. Известно, что сопротивление каждого нагревательного элемента, кроме четвертого, равняется 12 Ом. Сопротивление четвертого нагревательного элемента равняется 14.8 Ом. Удельная теплоемкость воды 4160 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплота плавления льда 300 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, плотность воды 1000 кг/м^3. Теплоемкостью нагревательных элементов и нагревом окружающей среды пренебречь. Считать сопротивление нагревательных элементов при изменении температуры постоянным.



Решение:

Рассчитаем общее сопротивление цепи:

Сопротивления R2 и R5 подключены параллельно друг другу и последовательно резистору R1. Элемент R3 подключен параллельно R1, R2 и R5. R4 подключен ко всем последовательно.

Таким образом, суммарное сопротивление цепи $R_0 = \frac{(R_1 + \frac{R_2 R_5}{R_2 + R_5}) R_3}{R_3 + R_1 + \frac{R_2 R_5}{R_2 + R_5}} + R_4 = 22$ Ом.

Найдем силу тока, протекающую по цепи, и затем — распределение всех токов и напряжений:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_o} = 10 \text{ А } = I_4 = I_{125}$$

$$U_4 = I_4 R_4 = 148 \text{ В}.$$

$$U_3 = U_{125} = U_0 - U_4 = 72 \text{ В } => I_3 = \frac{U_3}{R_3} = 6 \text{ А}$$

$I_1 = I_0 - I_3 = 4 \text{ А } = I_{25} => U_1 = I_1 R_1 = 48 \text{ В}$

Т.к. R2 = R5, то: $I_2 = I_5 = \frac{I_{25}}{2} = 2 \text{ А} => U_2 = U_5 = I_5 R_5 = 24 \text{ В}$

Теперь мы знаем распределение всех токов и напряжений. Нам не составит труда по закону Джоуля-Ленца записать тепловую мощность, выделяемую на каждом нагревательном элементе:

$$P_1 = I_1 U_1 = 192 \text{ Вт}$$
$$P_2 = I_2 U_2 = 48 \text{ Вт}$$
$$P_3 = I_3 U_3 = 432 \text{ Вт}$$
$$P_4 = I_4 U_4 = 1480 \text{ Вт}$$
$$P_5 = I_5 U_5 = 48 \text{ Вт}$$

Запишем законы сохранения энергии:

(1) $c m_{\text{в}} \Delta t = P_1 \tau + P_3 \tau$

(2) $\lambda m_{\text{л}} = P_5 \tau + P_2 \tau + P_4 \tau$

Из первого уравнения найдем время:

$\tau = \frac{c m_{\text{в}} \Delta t}{P_1 + P_3} = 300$ с.

Подставим во второе и найдем массу растаявшего льда:

$$m_{\text{л}} = \frac{(P_5 + P_2 + P_4)\tau}{\lambda} = 1.576 \text{ кг}.$$

Найдем, какая это часть от всей массы льда:

$$k = \frac{m_{\text{л}}}{M} = 0.4$$

Ответ: 0,4.

Критерии:

Правильно записаны формулы нахождения сопротивлений на последовательном и параллельном участках цепи	1 балл
Верно составлена эквивалентная цепь	2 балла
Правильно найдено общее сопротивление	2 балла
Правильно записана формула мощности тока	1 балл
Правильно записан закон Ома для участка цепи	1 балл
Правильно записаны законы сохранения энергии	3 балла
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	5 баллов
ИТОГО:	**15 баллов.**

Задача 3. (15 баллов)
После проведения в школе фестиваля занимательной физики у преподавателей осталось много абсолютно одинаковых конструкторов. В каждом из них, помимо прочего оборудования, находилось по несколько пружин с одинаковой жесткостью и длиной. Забавы ради, они решили собрать из этих пружин следующую конструкцию. Одну пружину прикрепили к крюку на потолке, затем к этой пружине была прикреплена доска и к этой доске – уже две параллельные пружины. Таким образом, увеличивая в каждом ряду количество пружин в два раза, добились того, что последним шел ряд из 32 пружин. Его прикрепили к последней доске и стали вертикально растягивать всю конструкцию с некой силой. Определите, на сколько сможет сместиться край растягиваемой конструкции, если весом всех досок и пружин можно пренебречь, а все доски в процессе растяжения оставались строго параллельны друг другу? Известно, что отношение растягивающей силы к жесткости одной пружины равняется α = 32 см.
Решение:
Запишем формулу закона Гука:

$$F = k\Delta l$$

При соединении пружин параллельно их жесткости складываются $k_0 = k_1 + k_2 + \ldots + k_n$.
При соединении последовательно $\frac{1}{k_0} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots + \frac{1}{k_n}$.
Учтем, что $\alpha = \frac{F}{k} => \frac{1}{k} = \frac{\alpha}{F}$.
Запишем формулу нахождения общего коэффициента жесткости последовательного соединения шести рядов пружин:
$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} + \frac{1}{k_5} + \frac{1}{k_6}$.
Подставим жесткость каждого ряда:

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{k} + \frac{1}{2^1 k} + \frac{1}{2^2 k} + \frac{1}{2^3 k} + \frac{1}{2^4 k} + \frac{1}{2^5 k}$$

Вынесем k и подставим закон Гука для всей конструкции:

$$\frac{L}{F} = \frac{1}{k}(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5})$$

Подставим условие задачи и приведем к общему знаменателю сумму дробей в скобках:

$$\frac{L}{F} = \frac{\alpha}{F}(\frac{2^5}{2^5} + \frac{2^4}{2^5} + \frac{2^3}{2^5} + \frac{2^2}{2^5} + \frac{2}{2^5} + \frac{1}{2^5})$$

Сократим F, подставим α и найдем L:

$$L = \alpha(\frac{2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1}{2^5})$$

$L = 0.32\frac{63}{32} = 0.63$ метра.

Ответ: 63 см.

Критерии:

Верно записана формула закона Гука	2 балла
Верно записана формула для определения общей жесткости при последовательном соединении пружин	3 балла
Верно записана формула для определения общей жесткости при параллельном соединении пружин	3 балла
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	7 баллов
ИТОГО:	**15 баллов**

Задача 4. (20 баллов)

В цилиндрическом калориметре с водой, полностью исключающем взаимодействие с окружающей средой, находится цилиндр льда, примерзший ко дну и стенкам так, что свободное место в калориметре есть только над гладкой поверхностью льда. Высота цилиндра льда составляет h = 0,8H от высоты внутреннего объема калориметра. Температура льда в калориметре равна 0°С. В калориметр вливают воду температурой 54°С. Дожидаются установления теплового равновесия, после чего всю воду удаляют. Определите, после какого наименьшего целого числа выливаний воды калориметр окажется пустым. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплоемкость воды 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, удельная теплота плавления льда 0,3 $\frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$, плотность воды 1000 кг/м^3, плотность льда 900 кг/м^3.

Решение:

Учтем, что необходимо вливать воду до краев, так как только так число переливаний окажется наименьшим. Запишем уравнение теплового баланса:

$\lambda m_л = c m_в \Delta t$, где $m_л$ - масса растаявшего льда после одного переливания. Тогда:

$$\lambda\rho_л V_л = c\rho_в V_в \Delta t$$
$$\lambda\rho_л S h_л = c\rho_в S h_в \Delta t$$

Пусть k - отношение высоты растаявшего льда к высоте столба воды до начала теплообмена. Тогда:

$$\lambda\rho_л S k h_в = c\rho_в S h_в \Delta t$$
$$k = \frac{c\rho_в \Delta t}{\lambda\rho_л} = 0{,}84$$

Получается, что после установления теплового баланса растает слой льда высотой в 0,84 от высоты слоя воды.

После каждого выливания воды в калориметре освободится место, чтобы залить $f = f_0H + kf_0H = Hf_0(1+k)$, где f_0 - начальное отношение высоты свободного места к высоте калориметра.
Тогда после первого выливания освободится место:

$$f_1 = Hf_0(1+k) = H \cdot 0.2(1+0.84)) = 0.368H$$

После второго:

$$f_2 = Hf_1(1+k) = H \cdot 0.368 \cdot 1.84 = 0.67712H$$

После третьего:

$$f_3 = Hf_2(1+k) = H \cdot 0.67712 \cdot 1.84 \approx 1{,}25H$$

Расчеты показывают, что когда третий раз зальют воду, то ее внутренней энергии хватит на то, чтобы растопить больше льда, чем останется в калориметре.
В итоге потребуется третий раз вылить воду, чтобы калориметр оказался пустым.
Ответ: 3 раза.
Критерии:

Верно записано уравнения теплового баланса при одном переливании	4 балла
Верно найдено и пояснено количественное отношение параметров после одного переливания, необходимое для решения задачи	6 баллов
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	10 баллов
ИТОГО:	**20 баллов**

Задача 5. (20 баллов)
На испытательном полигоне проверяли новый материал для производства современных транспортных средств. Полый твердый куб, из которого полностью откачали воздух, помещали в различные среды. Если полностью поместить этот куб в воду, то сила, которую необходимо будет приложить к кубу для его удержания под водой была на ΔT = 16 кН больше, чем для удержания под поверхностью спирта. Известно, что в опыте со спиртом куб полностью погрузили в доверху залитый резервуар и перестали удерживать. Тогда он поднялся к крышке и стал оказывать на нее давление одной гранью, равное P = 824 Па. Определите толщину стенок куба. Известно, что плотность материала ρ = 2800 кг/м^3, плотность воды ρ_1 = 1000 кг/м^3, плотность спирта ρ_2 = 800 кг/м^3. Ускорение свободного падения принять за 10 м/с^2.
Решение.
Определим длину ребра куба. Для этого запишем условие равновесия куба под водой и в спирте.
Составим уравнения для каждого случая:

$$T_1 = F_{A1} - mg$$
$$T_2 = F_{A2} - mg$$

Подставим силу Архимеда:

$$T_1 = \rho_1 g a^3 - mg$$
$$T_2 = \rho_2 g a^3 - mg$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$\Delta T = (\rho_1 - \rho_2) g a^3$$

Получим формулу для расчета стороны куба и для удобства сразу посчитаем ее:

$a = \sqrt[3]{\frac{\Delta T}{(\rho_1 - \rho_2) g}} = \sqrt[3]{\frac{16000}{(1000-800)10}} = 2$ метра.

Теперь запишем формулу давления куба на крышку резервуара со спиртом:

$$P = \frac{F_{A2} - mg}{S}$$

Подставим силу Архимеда:

$$Pa^2 = \rho_2 g a^3 - mg$$

Учтем, что куб полый с толщиной стенок d и длиной внешнего ребра a. Тогда запишем, что из куба “вырезан” куб со стороной b, равной a - 2d:

$$Pa^2 = \rho_2 g a^3 - \rho(a^3 - b^3) g$$

$$Pa^2 = \rho_2 g a^3 - \rho(a^3 - (a - 2d)^3) g$$

$$\frac{Pa^2}{g} = \rho_2 a^3 - \rho(a^3 - (a - 2d)^3)$$

$$a^3 - (a - 2d)^3 = \frac{\rho_2 a^3 g - Pa^2}{g\rho}$$

$$\frac{a^3 g\rho - \rho_2 a^3 g + Pa^2}{g\rho} = (a - 2d)^3$$

$$a - 2d = \sqrt[3]{\frac{a^3 g\rho - \rho_2 a^3 g + Pa^2}{g\rho}}$$

$$2d = a - \sqrt[3]{\frac{a^3 g\rho - \rho_2 a^3 g + Pa^2}{g\rho}}$$

$d = \left(a - \sqrt[3]{\frac{a^3 g\rho - \rho_2 a^3 g + Pa^2}{g\rho}}\right)/2 = \left(2 - \sqrt[3]{\frac{2^3 \cdot 10 \cdot 2800 - 800 \cdot 2^3 \cdot 10 + 824 \cdot 2^2}{10 \cdot 2800}}\right)/2 = 0.1$ метра

Ответ: 10 сантиметров.

Критерии:

Верно записана формула силы Архимеда	2 балла
Верно записаны условия равновесия тела	3 балла
Верно найдена длина ребра куба	3 балла
Верно записана формула давления куба на крышку резервуара	2 балла
Верно найдена сторона полости	3 балла
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	7 баллов
ИТОГО	**20 баллов**

Ситуационные задачи
8 класс
Вариант 1

Для 3D-печати применяются термопласты (специальные полимерные материалы) с температурой плавления 90°С. Плотность материала 900 кг/м^3, удельная теплоемкость 3200 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления 590000 Дж/кг. Начальная температура термопласта 20°С.

Найдите тепловую мощность нагревателя, в котором осуществляется плавление термопласта, если принтер должен обеспечить печать со скоростью перемещения головки не менее 30 мм/с при диаметре сопла 0,5 мм.

Найдите полное время печати сплошной детали объемом 15 см^3, если доля времени непосредственно процесса печати составляет 65% от общего времени изготовления (включающего подготовительные операции) этого изделия.

Площадь круга вычисляется по формуле $S = \frac{\pi d^2}{4}$, где d – диаметр круга.

Решение:

Объемный расход материала равен произведению скорости печати u на площадь сечения сопла s:

$$v = u \cdot s = u \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 30 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{3{,}14 \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 5{,}89 \cdot 10^{-9}\ \text{м}.$$

Массовый расход равен произведению объемного расхода материала на его плотность ρ:

$$m = v \cdot \rho = \frac{\pi d^2}{4} \cdot u \cdot \rho = 5{,}89 \cdot 10^{-9} \cdot 900 = 53 \cdot 10^{-7}\ \text{кг/с}.$$

Тепловая мощность идет на нагрев и плавление пластика

$$N = \frac{Q}{t} = m(c(T_{\text{пл}} - T_0) + r) = \frac{\pi d^2}{4} \cdot u \cdot \rho(c(T_{\text{пл}} - T_0) + r)$$
$$= 53 \cdot 10^{-7}(3200(90 - 20) + 590000) = 4{,}31\ \text{Вт}.$$

Время непосредственно печати равно отношению объема изделия к объемному расходу материала:

$$t = \frac{V}{v} = \frac{15 \cdot 10^{-6}}{5{,}89 \cdot 10^{-9}} = 2547\ \text{с} = 42{,}45\ \text{мин}.$$

Полное время печати

$$\tau = \frac{t}{0{,}65} = 3918\ \text{с} = 65{,}3\ \text{мин} = 1{,}088\ \text{ч} = 1\text{ч}\ 5\ \text{мин}.$$

Ответ: $N = 4{,}31$ Вт, $\tau = 1{,}088$ ч.

Критерии

Ситуационная задача

	Верные элементы решения	**Количество баллов**
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20