

Задача 1

Вариант 1

Снаряд массой m пускают горизонтально с башни высотой h с начальной скоростью v_0 . Найдите время удаления снаряда от основания башни. Трением о воздух пренебречь.

Вариант 2

Снаряд массой m пускают горизонтально с башни высотой h с начальной скоростью v_0 . Найдите разницу между временем полёта и временем удаления от основания башни. Трением о воздух пренебречь.

Решение:

$$\begin{cases} x = vt \\ y = h - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \Rightarrow r = \sqrt{(vt)^2 + \left(h - \frac{gt^2}{2}\right)^2}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\left((vt)^2 + \left(h - \frac{gt^2}{2}\right)^2 \right) = r^2 = v^2 t^2 + h^2 - hgt^2 + \frac{g^2 t^4}{4}$$

Время приближения к основанию

$$t = \frac{\sqrt{2hg - 2v^2}}{g}$$

Вариант 1

Время удаления от основания

$$\square t = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{\sqrt{2hg - 2v^2}}{g}$$

Вариант 2

$$\square t = \frac{\sqrt{2hg - 2v^2}}{g}$$

Критерии оценивания

0,25	Верно записаны кинематические законы движения снаряда.
0,5	Найдено правильно расстояние между точкой траектории полета снаряда и основанием башни, а также произведено исследование этой функции.
0,75	Получено выражение для времени с ошибкой в вычислениях.
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

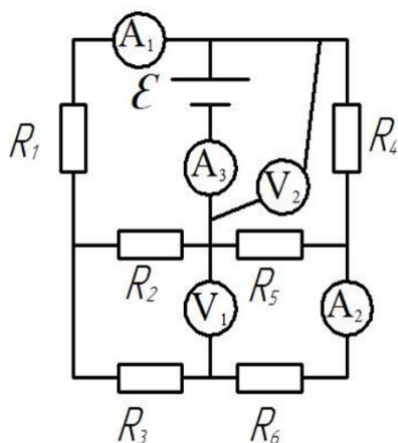


Рис. 1

Задача 2

Вариант 1

Для электрической цепи, представленной на рис. 1, определить показания приборов (считать идеальными), если $E = 50$ В, $R_1 = 4$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_5 = 6$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_6 = 3$ Ом. Внутренним сопротивлением источника ЭДС пренебречь.

Решение:

1) Так как сопротивления $R_1 = R_4$, то потенциалы узлов 1 и 1' равны, значит участок с сопротивлениями R_3 и R_6 закорочен, тогда показания прибора $A_2 = 0$ А.

2) R_1 и R_2 соединены последовательно $R_{1-2} = R_1 + R_2 = 4 + 6 = 10$ Ом, R_4 и R_5 последовательно $R_{4-5} = R_4 + R_5 = 10$ Ом,

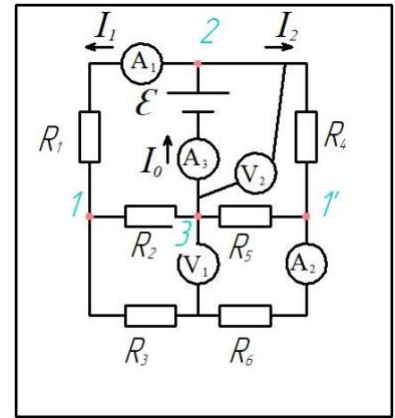
$$R_{1-2} \text{ и } R_{4-5} \text{ параллельно } R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_{1-2} \cdot R_{4-5}}{R_{1-2} + R_{4-5}} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом/}$$

$$\text{Отсюда ток источника } I_0 = \frac{E}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{50}{5} = 10 \text{ А,}$$

показания прибора $A_3 = 10$ А, вольтметр показывает ЭДС источника $V_2 = 50$ В.

3) Показания прибора $A_1 = 5$ А, $V_1 = I_2 \cdot R_2 = 5 \cdot 6 = 30$ В.

Ответ: $A_1 = 5$ А, $V_1 = 30$ В, $A_2 = 0$ А, $V_2 = 50$ В, $A_3 = 10$ А.



Критерии оценивания

0,25	Верно определен способ подключения элементов с сопротивлениями R_3 и R_6
0,5	Верно определены показания приборов V_1, A_2
0,75	Верно определены показания приборов V_1, A_2, V_2, A_3
1,0	Верно определены показания приборов A_1, V_1, A_2, V_2, A_3

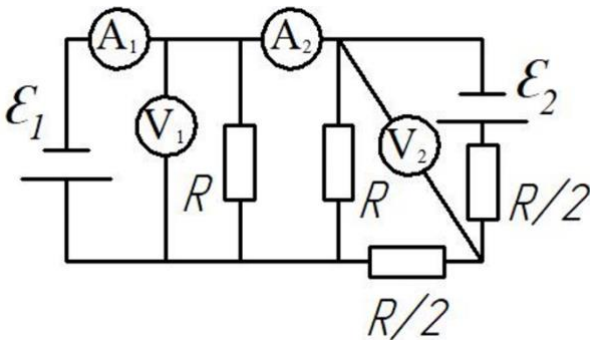


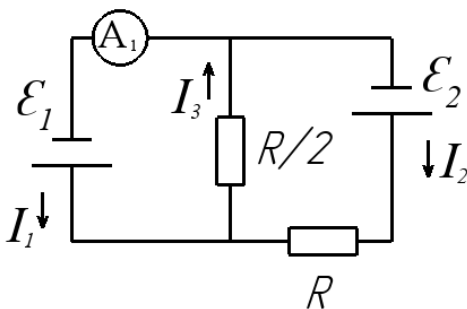
Рис. 2

Вариант 2

Для электрической цепи, представленной на рис. 1 определить показания приборов (считать идеальными) если $E_1 = 60$ В, $E_2 = 30$ В, $R = 5$ Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

Решение:

1) Преобразуем параллельное подключение 1 и 2 - получим $R/2$, последовательное 3 и 4 - получим R , составим уравнения по законам Кирхгофа:



$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ E_1 = I_3 \cdot R/2 \\ E_2 = I_2 \cdot R + I_3 \cdot R/2 \\ I_3 = I_1 + I_2 \\ I_3 = E_1 \cdot 2/R = 120/5 = 24 \text{ А} \\ E_2 = I_2 \cdot R + 24 \cdot R/2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_3 = E_1 \cdot 2/R = 120/5 = 24 \text{ А} \\ I_2 = -\frac{30}{5} = -6 \text{ А} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = 24 \text{ А} \\ I_2 = -6 \text{ А} \\ I_1 = 30 \text{ А} \end{cases}$$

2) Ток, проходящий через амперметр $A_2 = I_3/2 + I_2 = 18 \text{ A}$

вольтметр показывает ЭДС источника $V_1 = 60 \text{ В}$

вольтметр показывает ЭДС источника $V_2 = E_2 + I_2 \cdot R/2 = 30 + 6 \cdot 2,5 = 45 \text{ В}$

Амперметр $A_1 = 30 \text{ A}$

Ответ: $A_1 = 30 \text{ A}$, $V_1 = 60 \text{ В}$, $A_2 = 18 \text{ A}$, $V_2 = 45 \text{ В}$

0,25	Верно определены показания V_1
0,5	Верно определены показания приборов V_1, A_1
0,75	Верно определены записаны выражения для определения V_2, A_2 , но допущена арифметическая ошибка
1,0	Верно определены показания приборов A_1, V_1, A_2, V_2

Задача 3

Вариант 1

Оптическая система состоит из двух плоско-выпуклых линз L_1 и L_2 , соприкасающихся плоскими поверхностями так, что их главные оптические оси совпадают. За линзами на некотором расстоянии расположен экран. Сначала убрали линзу L_2 . На главной оптической оси линзы L_1 поместили точку A и получили её действительное изображение на экране, не меняя положение экрана. Оказалось, что если точку A сдвинуть на $h_1 = 2 \text{ см}$ перпендикулярно оптической оси, то её изображение сдвинется на $H_1 = 3 \text{ см}$. Затем линзу L_1 заменили на L_2 . Оказалось, что в этом случае, действительное изображение точки A , при сдвиге в перпендикулярном направлении на $h_2 = 4 \text{ см}$, и прежнем положении экрана, сместится на $H_2 = 2 \text{ см}$. На какое расстояние сместится действительное изображение точки A в системе из двух линз, если точку сдвинуть на $h_3 = 5 \text{ см}$ перпендикулярно к оптической оси, не меняя положение экрана? Ответ укажите в см, округлив до целых.

Вариант 2

Оптическая система состоит из двух плоско-выпуклых линз L_1 и L_2 , соприкасающихся плоскими поверхностями так, что их главные оптические оси совпадают. За линзами на некотором расстоянии расположен экран. Сначала убрали линзу L_2 . На главной оптической оси линзы L_1 поместили точку A и получили её действительное изображение на экране, не меняя положение экрана. Оказалось, что если точку A сдвинуть на $h_1 = 2 \text{ см}$ перпендикулярно оптической оси, то её изображение сдвинется на $H_1 = 5 \text{ см}$. Затем линзу L_1 заменили на L_2 . Оказалось, что в этом случае, действительное изображение точки A , при сдвиге в перпендикулярном направлении на $h_2 = 6 \text{ см}$, и прежнем положении экрана, сместится на $H_2 = 3 \text{ см}$. На какое расстояние сместится действительное изображение точки

А в системе из двух линз, если точку сдвинуть на $h_3 = 3$ см перпендикулярно к оптической оси, не меняя положение экрана? Ответ укажите в см, округлив до целых.

Решение.

Во всех случаях расстояние от линзы до экрана f одинаковое

$$\frac{f}{d_1} + 1 = D_1 f, \quad \frac{f}{d_2} + 1 = D_2 f, \quad \frac{f}{d_1} + \frac{f}{d_2} + 2 = (D_1 + D_2) f,$$

$$\frac{H_1}{h_1} = \frac{f}{d_1} = D_1 f - 1, \quad \frac{H_2}{h_2} = \frac{f}{d_2} = D_2 f - 1, \quad \frac{H_3}{h_3} = (D_1 + D_2) f - 1 = \frac{f}{d_1} + \frac{f}{d_2} + 1 = \frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_2} + 1$$

$$\text{Откуда } H_3 = h_3 \left(\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_2} + 1 \right)$$

вар	h_1 , см	H_1 , см	h_2 , см	H_2 , см	h_3 , см	H_3 , см
1	2	3	4	2	5	15
2	2	5	6	3	3	12

Критерии оценивания

0,25	Написаны выражения оптической силы каждой линзы и её увеличения
0,5	Написаны выражения суммарной оптической силы линз и увеличения.
0,75	Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

Задача 4

Вариант 1

Одноатомный газ участвует в цикле, представленном на рисунке и представляющем из себя равнобедренную трапецию (см. рисунок). Найдите КПД цикла, если давление в процессе 1-2 увеличивается в 2 раза. Ответ, дайте в процентах, округлив значение до десятых.

Решение:

$$n = 2$$

$$U_{23} = 0$$

$$U_{41} = 0$$

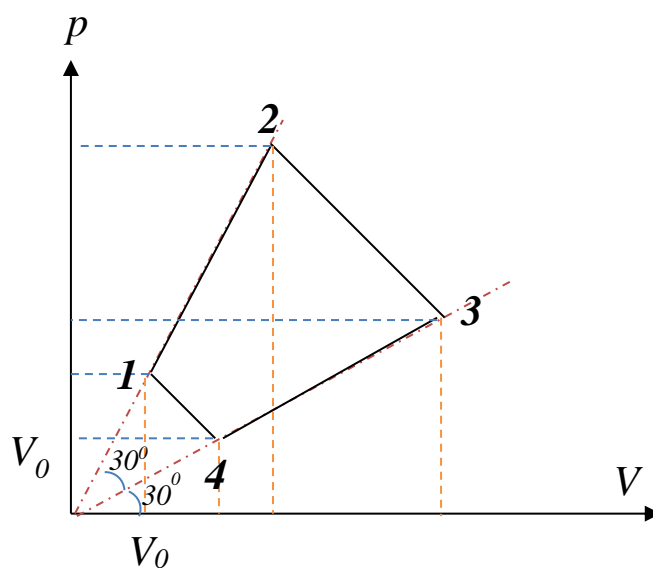
$$U_{12} = \frac{i}{2} V_0^2 \sqrt{3} (n^2 - 1)$$

$$U_{34} = -\frac{i}{2} V_0^2 \sqrt{3} (n^2 - 1)$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} V_0^2 \sqrt{3} (n^2 - 1)$$

$$A_{23} = V_0^2 n^2$$

$$A_{34} = -\frac{1}{2} V_0^2 \sqrt{3} (n^2 - 1)$$



$$A_{41} = -V_0^2$$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = V_0^2(n^2 - 1)$$

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = U_{12} + A_{12} + A_{23} = V_0^2 \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} (n^2 - 1)(i + 1) + n^2 \right\}$$

$$Q_X = Q_{34} + Q_{41} = U_{34} + A_{34} + A_{41} = -V_0^2 \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} (n^2 - 1)(i + 1) + 1 \right\}$$

$$\eta = \frac{n^2 - 1}{\frac{\sqrt{3}}{2} (n^2 - 1)(i + 1) + n^2} = 20,8\%$$

Вариант 2

Одноатомный газ участвует в цикле, представленном на рисунке и представляющем из себя равнобедренную трапецию (см. рисунок). Найдите КПД цикла, учитывая, что работа, совершаемая газом в процессе 2-3, в пять раз больше работы, совершаемой над газом в процессе 4-1. Ответ, дайте в процентах, округлив значение до десятых.

Решение:

$$n = \sqrt{5}$$

$$U_{23} = 0$$

$$U_{41} = 0$$

$$U_{12} = \frac{i}{2} V_0^2 \sqrt{3} (n^2 - 1)$$

$$U_{34} = -\frac{i}{2} V_0^2 \sqrt{3} (n^2 - 1)$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} V_0^2 \sqrt{3} (n^2 - 1)$$

$$A_{23} = V_0^2 n^2$$

$$A_{34} = -\frac{1}{2} V_0^2 \sqrt{3} (n^2 - 1)$$

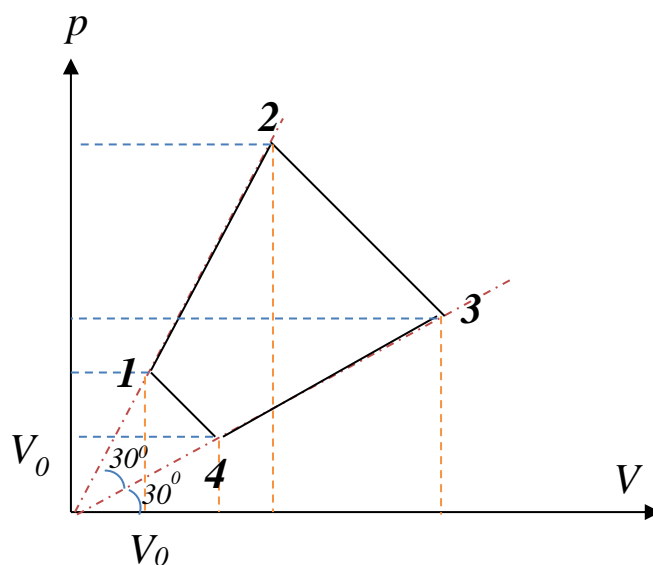
$$A_{41} = -V_0^2$$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = V_0^2 (n^2 - 1)$$

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = U_{12} + A_{12} + A_{23} = V_0^2 \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} (n^2 - 1)(i + 1) + n^2 \right\}$$

$$Q_X = Q_{34} + Q_{41} = U_{34} + A_{34} + A_{41} = -V_0^2 \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} (n^2 - 1)(i + 1) + 1 \right\}$$

$$\eta = \frac{n^2 - 1}{\frac{\sqrt{3}}{2} (n^2 - 1)(i + 1) + n^2} = 21,2\%$$



Критерии оценивания

0,25	Верно найдены координаты всех точек, записана верная формула для вычисления КПД.
0,5	Верно указаны процессы, в которых подводится и отводится тепло. Записано первое начало термодинамики и формулы для вычисления работы и внутренней энергии.
0,75	Верно вычислены работы, внутренние энергии, количество теплоты необходимые для КПД, но результат КПД получен с ошибкой.
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

Задача 5

Вариант 1

Над бесконечной горизонтальной тонкой незаряженной проводящей закреплённой плоскостью подвесили на невесомой диэлектрической пружине жесткостью k_0 небольшой металлический шарик, массой m и зарядом q ($q > 0$). Начальное расстояние от центра шарика до плоскости составляет L . В некоторый момент времени систему вывели из положения равновесия. Найдите период установившихся колебаний. Расстояние L достаточно велико по отношению к смещению шарика. Вихревыми токами в плоскости пренебречь.

Решение:

Условие равновесия с учётом метода изображений: $k_0 x_0 = mg + k \frac{q^2}{4L^2}$

Уравнение динамики: $ma = -k_0(x + x_0) + mg + k \frac{q^2}{4(L-x)^2}$

$$\text{Получаем период: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_0 - \frac{2kq^2}{4L^3}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2L^3 m}{2L^3 k_0 - kq^2}}$$

Вариант 2

Над бесконечной горизонтальной тонкой незаряженной проводящей закреплённой плоскостью подвесили на невесомой диэлектрической пружине жесткостью k_0 небольшой металлический шарик, массой m и зарядом q ($q < 0$). Начальное расстояние от центра шарика до плоскости составляет L . В некоторый момент времени систему вывели из положения равновесия, сместив шарик на y вверх ($y \ll L$). Найдите максимальную скорость шарика. Расстояние L достаточно велико по отношению к смещению шарика. Вихревыми токами в плоскости пренебречь.

Решение:

Условие равновесия с учётом метода изображений: $k_0 x_0 = mg + k \frac{q^2}{4L^2}$

Уравнение динамики: $ma = -k_0(x + x_0) + mg + k \frac{q^2}{4(L-x)^2}$

$$\text{Получаем частоту: } \omega = \sqrt{\frac{k_0 - \frac{2kq^2}{4L^3}}{m}} = \sqrt{\frac{2L^3 k_0 - kq^2}{2L^3 m}}$$

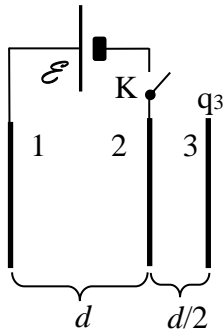
Следовательно, максимальная скорость шарика: $v_{\max} = y\omega = y \sqrt{\frac{k_0 - \frac{2kq^2}{4L^3}}{m}} = y \sqrt{\frac{2L^3 k_0 - kq^2}{2L^3 m}}$

Критерии оценивания

0,25	Записаны законы для описания колебательного движения. (Условие равновесия, формула периода, 2-ой закон Ньютона или ЗСЭ, Закон Кулона).
0,5	Записан вывод уравнения колебания через уравнение динамики или ЗСЭ без метода изображений.
0,75	Записан вывод уравнения колебания через уравнение динамики или ЗСЭ с учетом метода изображений.
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

Задача 6

Вариант 1



Три одинаковые пластины расположены параллельно друг другу, как показано на рисунке. Пластины 1 и 2 не заряжены, а пластина 3 заряжена положительным зарядом $q_3 = 2.0 \cdot 10^{-7}$ Кл. К пластинам 1 и 2 присоединен через незамкнутый ключ К источник эдс $\mathcal{E} = 200$ В. Какое количество тепла выделится при замыкании ключа К? Принять диэлектрическую проницаемость среды равной 1. Величина площади каждой пластины $S = 0,08$ м², $d = 1$ мм. Поле заряженных пластин считать однородным. Принять $\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ Ф/м. Ответ укажите в мкДж, округлив до целых.

Решение.

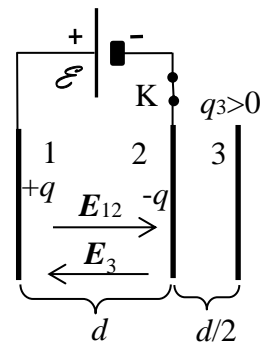
Напряжение между пластинами 1 и 2 известно.

$$\xi = \left(\frac{q}{\epsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\epsilon_0 S} \right) d, \quad q = \frac{\epsilon_0 S}{d} \xi + \frac{q_3}{2}$$

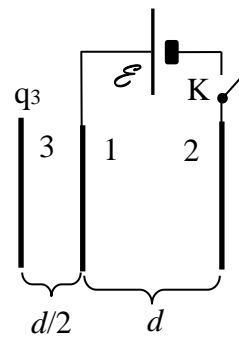
$$A = \xi q = \xi \left(\frac{\epsilon_0 S}{d} \xi + \frac{q_3}{2} \right),$$

$$\Delta W = \frac{\epsilon_0 S}{2d} E^2$$

$$Q = A - \Delta W = E \left(\frac{\epsilon_0 S}{d} E + \frac{q_3}{2} \right) - \frac{\epsilon_0 S}{2d} E^2 = \frac{E}{2} \left(\frac{\epsilon_0 S}{d} E + q_3 \right)$$



Вариант 2



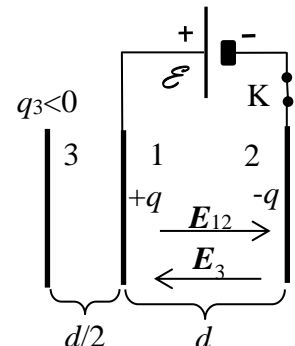
Три одинаковые пластины расположены параллельно друг другу, как показано на рисунке. Пластины 1 и 2 не заряжены, пластина 3 заряжена отрицательным зарядом $q_3 = -2.0 \cdot 10^{-7}$ Кл. К пластинам 1 и 2 присоединен через незамкнутый ключ К источник эдс $\mathcal{E} = 150$ В. Какое количество тепла выделится при замыкании ключа К? Принять диэлектрическую проницаемость среды равной 1. Величина площади каждой пластины $S = 0,08$ м². Величина $d = 1$ мм. Поле заряженных пластин считать однородным. Принять $\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ Ф/м. Ответ укажите в мкДж, округлив до целых.

Решение. Напряжение между пластинами 1 и 2 известно.

$$E = \left(\frac{q}{\epsilon_0 S} - \frac{|q_3|}{2\epsilon_0 S} \right) d, \quad q = \frac{\epsilon_0 S}{d} E + \frac{|q_3|}{2}$$

$$A = E q = E \left(\frac{\epsilon_0 S}{d} E + \frac{|q_3|}{2} \right), \quad \Delta W = \frac{\epsilon_0 S}{2d} E^2$$

$$Q = A - \Delta W = E \left(\frac{\epsilon_0 S}{d} E + \frac{|q_3|}{2} \right) - \frac{\epsilon_0 S}{2d} E^2 = \frac{E}{2} \left(\frac{\epsilon_0 S}{d} E + |q_3| \right)$$



вар	ЭДС, В	S , м ²	q_3 , Кл	d , м	$\frac{\varepsilon_0 S}{d} E$, Кл	Q , Дж	Q , мкДж
1	200	0.08	$+2.0 \cdot 10^{-7}$	0.001	$1.41 \cdot 10^{-7}$	$34 \cdot 10^{-6}$	34
2	150	0.08	$-2.0 \cdot 10^{-7}$	0.001	$1.06 \cdot 10^{-7}$	$23 \cdot 10^{-6}$	23

Критерии оценивания

0,25	Написано выражение для напряжения между пластинами. Найдены заряды пластин 1 и 2.
0,5	Записаны закон сохранения энергии. Найдены выражения для работы источника и изменения энергии.
0,75	Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.



Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Физика

Предмет: Физика

Класс: 11

Задание 1 (максимальная оценка 8 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Верно записаны кинематические законы движения снаряда.	2
Найдено правильно расстояние между точкой траектории полета снаряда и основанием башни, а также произведено исследование этой функции.	4
Получено выражение для времени с ошибкой в вычислениях.	6
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	8

Задание 2 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
ВАРИАНТ 1: Верно определен способ подключения элементов с сопротивлениями R_3 и R_6 ВАРИАНТ 2: Верно определены показания V_1	3
ВАРИАНТ 1: Верно определены показания приборов V_1, A_2 ВАРИАНТ 2: Верно определены показания приборов V_1, A_1	5
ВАРИАНТ 1: Верно определены показания приборов V_1, A_2, V_2, A_3 ВАРИАНТ 2: Верно определены записаны выражения для определения V_2, A_2 , но допущена арифметическая ошибка	8
ВАРИАНТ 1: Верно определены показания приборов A_1, V_1, A_2, V_2, A_3 ВАРИАНТ 2: Верно определены показания приборов A_1, V_1, A_2, V_2	10

Задание 3 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Написаны выражения оптической силы каждой линзы и её увеличения	3
Написаны выражения суммарной оптической силы линз и увеличения.	5
Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу	8
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	10

Задание 4 (максимальная оценка 12 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Верно найдены координаты всех точек, записана верная формула для вычисления КПД.	3
Верно указаны процессы, в которых подводится и отводится тепло. Записано первое начало термодинамики и формулы для вычисления работы и внутренней энергии.	6
Верно вычислены работы, внутренняя энергии, количество теплоты необходимые для КПД, но результат КПД получен с ошибкой.	9
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	12

Задание 5 (максимальная оценка 16 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Записаны законы для описания колебательного движения. (Условие равновесия, формула периода, 2-ой закон Ньютона или ЗСЭ, Закон Кулона).	4
Записан вывод уравнения колебания через уравнение динамики или ЗСЭ без метода изображений.	8
Записан вывод уравнения колебания через уравнение динамики или ЗСЭ с учетом метода изображений.	12
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	16

Задание 6 (максимальная оценка 24 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Написано выражение для напряжения между пластинами. Найдены заряды пластин 1 и 2.	6
Записаны закон сохранения энергии. Найдены выражения для работы источника и изменения энергии.	12
Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу	18
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	24

Ситуационная задача

11 класс

Вариант 1

(20 баллов) Орбитальная станция массой 75 тонн представляет собой полый цилиндр с внешним диаметром 5 м, внутренним диаметром 4,5 м при длине 10 метров.

Для комфортного проживания космонавтов на станции создаётся «искусственная» гравитация, возникающая в результате закручивания станции относительно её продольной оси. Станция приводится во вращение четырьмя ракетными двигателями тягой 100 Н каждый, расположенными на внешней поверхности станции и направленными по касательной к ней. Конструкция двигателей позволяет им работать продолжительное время.

С какой угловой скоростью нужно закрутить станцию, чтобы создать внутри гравитацию, равную половине земной? Сколько для этого потребуется времени?

Вернется ли космонавт на поверхность станции в инерциальной системе отсчёта, если подпрыгнет по нормали к ней в установившемся режиме вращения? Если вернется, то в какую точку, относительно исходной? Ростом космонавта можно пренебречь. Ответ пояснить.

Дополнительная информация:

Момент инерции полого однородного цилиндра относительно продольной оси:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2),$$

где R – внешний радиус цилиндра, r – внутренний радиус цилиндра, m – масса цилиндра.

Решение:

1. Запишем связь центростремительного ускорения и угловой скорости

$$a_n = \omega^2 \cdot r,$$

где r – внутренний радиус станции.

Согласно условию задачи:

$$a_n = \frac{g}{2},$$

где g – ускорение свободного падения на Земле.

Тогда

$$\frac{g}{2} = \omega^2 \cdot r,$$

Отсюда

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2r}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 2}{2 \cdot 4,5}} = 1,48 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

2. Определим момент инерции станции относительно продольной оси, используя формулу для полого однородного цилиндра:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2),$$

где m – масса станции, R – внешний радиус станции, r – внутренний радиус станции

Численно:

$$J = \frac{1}{2} \cdot 75000 \cdot \left(\left(\frac{5}{2} \right)^2 + \left(\frac{4,5}{2} \right)^2 \right) = 424\,218,75 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Пользуясь основным уравнением динамики вращательного движения, определим угловое ускорение станции:

$$M = J \cdot \varepsilon,$$
$$\varepsilon = \frac{M}{J},$$

где M – момент внешних сил (суммарной тяги ракетных двигателей), который можно найти как:

$$M = P \cdot R \cdot n,$$

где P – тяга одного двигателя, n – число двигателей, R – внешний радиус станции.

Окончательно, для углового ускорения имеем:

$$\varepsilon = \frac{P \cdot R \cdot n}{J}.$$

Поскольку станция находится в космосе, то в период простоя двигателей потеря скорости не происходит (т.к. отсутствуют внешние силы). Тогда угловую скорость орбитальной станции можно найти как:

$$\omega = \varepsilon \cdot T,$$

где T – время работы.

$$T = \frac{\omega}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{g}{2r}} \cdot \frac{J}{P \cdot R \cdot n}.$$

Откуда время работы двигателей:

$$T = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 2}{2 \cdot 4,5}} \cdot \frac{44531,25 \cdot 2}{100 \cdot 5 \cdot 4} = 626,4 \text{ с}.$$

3. Космонавт вернется в точку, которая будет впереди по ходу вращения от исходной. Скорость космонавта в момент прыжка складывается из тангенциальной и нормальной составляющих. После отрыва от поверхности станции на космонавта не будут действовать никакие силы, поэтому он будет двигаться по прямолинейной траектории до соприкосновения с поверхностью станции. А исходная точка поверхности будет вращаться

под ним со скоростью, равной тангенциальной составляющей. Таким образом, космонавт будет двигаться с большей скоростью по меньшей траектории.

Ответ: $\omega = 1,48 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $T = 626,4 \text{ с}$.

Ситуационная задача

Вариант 2

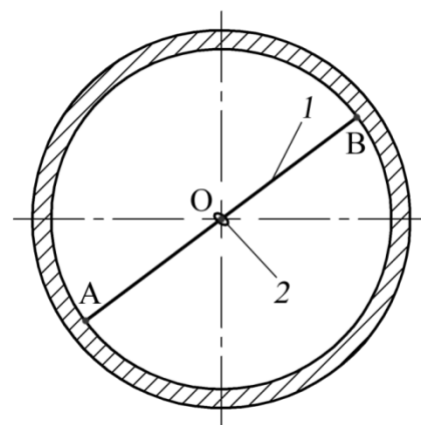
(20 баллов) Орбитальная станция массой 75 тонн представляет собой полый цилиндр с внешним диаметром 5 м, внутренним диаметром 4,5 м при длине 10 метров.

Для комфортного проживания космонавтов на станции создаётся «искусственная» гравитация, возникающая в результате закручивания станции относительно её продольной оси. Станция приводится во вращение четырьмя ракетными двигателями тягой 100 Н каждый, расположенными на внешней поверхности станции и направленными по касательной к ней.

Какое время потребуется на раскрутку станции, чтобы создать внутри неё гравитацию, равную половине земной, если на каждые 5 секунд работы двигателей требуется 7,5 секунд простоя для охлаждения?

Какая сила сообщает космонавту на станции ускорение в инерциальной системе отсчёта в установившемся режиме вращения? Сделать поясняющий рисунок.

Для изучения поведения технических систем в условиях «искусственной» гравитации на станции поставили эксперимент. Взяли тонкую спицу (1), длина которой равна внутреннему диаметру станции. Ось вращения спицы (точка О) совпадает с её геометрическим центром и осью вращения станции. На спицу нанизана бусинка (2), которая может перемещаться по ней без трения. В начальный момент времени концы спицы закреплены на стенке станции (точки А и В), бусинка находится в её середине. Затем бусинка легким толчком чуть смещается от середины спицы, а концы спицы освобождаются. В каком направлении относительно вращения станции повернется спица за время движения бусинки в инерциальной системе отсчета? Ответ обоснуйте.



Дополнительная информация:

Момент инерции полого однородного цилиндра:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2),$$

где R – внешний радиус цилиндра, r – внутренний радиус цилиндра, m – масса цилиндра

Решение:

1. Определим момент инерции станции относительно продольной оси, используя формулу для полого однородного цилиндра:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2)$$

где m – масса станции, R – внешний радиус станции, r – внутренний радиус станции.

Численно:

$$J = \frac{1}{2} \cdot 75000 \cdot \left(\left(\frac{5}{2} \right)^2 + \left(\frac{4,5}{2} \right)^2 \right) = 424218,75 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Запишем связь центростремительного ускорения и угловой скорости

$$a_n = \omega^2 \cdot r,$$

где r – внутренний радиус станции.

Согласно условию задачи:

$$a_n = \frac{g}{2},$$

где g – ускорение свободного падения на Земле.

Тогда

$$\frac{g}{2} = \omega^2 \cdot r.$$

Отсюда

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2r}}.$$

Пользуясь основным уравнением динамики вращательного движения, определим угловое ускорение станции:

$$M = J \cdot \varepsilon,$$

$$\varepsilon = \frac{M}{J},$$

где M – момент внешних сил (суммарной тяги ракетных двигателей), который можно найти как:

$$M = P \cdot R \cdot n,$$

где P – тяга одного двигателя, n – число двигателей.

Окончательно, для углового ускорения имеем:

$$\varepsilon = \frac{P \cdot R \cdot n}{J}.$$

Тогда угловую скорость орбитальной станции можно найти как:

$$\omega = \varepsilon \cdot t,$$

где t – время работы двигателей.

$$t = \frac{\omega}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{g}{2r}} \cdot \frac{J}{P \cdot R \cdot n}.$$

Откуда время работы двигателей:

$$t = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 2}{2 \cdot 4,5}} \cdot \frac{44531,25 \cdot 2}{100 \cdot 5 \cdot 4} = 626,4 \text{ с.}$$

Определим общее время работы (включая пассивное). Для этого определим сколько полных циклов активной работы совершат двигатели:

$$v = \frac{t}{\tau_A},$$

где τ_A – длительность разового включения двигателя (продолжительность активной работы при разовом включении).

Численно

$$v = \frac{626,4}{5} = 125,28.$$

Из этого следует, что двигатели совершат 13 /125 полных циклов работа + простой, а 9-й / 126-й цикл будет неполный. Поэтому, общее время, потраченное на охлаждение в режиме простоя, можно найти как:

$$T_{\Pi} = 125 \cdot \tau_{\Pi}$$

где τ_{Π} – длительность однократного простоя двигателя при цикличной работе.

Тогда общее время работы:

$$T_P = T_A + T_{\Pi}$$

$$T_A = t$$

Численно:

$$T_P = 626,4 + 125 \cdot 7,5 = 1563,9 \text{ с} = 26 \text{ мин.}$$

2. Ускорение космонавту сообщает сила реакции опоры.

3. Бусинка в инерциальной системе отсчета будет двигаться под действием только силы реакции опоры спицы. Следовательно, по 3 закону Ньютона бусинка будет действовать на спицу с силой равной по модулю и противоположной по направлению. То есть в инерциальной системе отсчёта спица будет вращаться медленнее станции, а относительно станции она начнет вращаться в сторону противоположную вращению станции.

Ответ: $T_P = 1563,9 \text{ с}$.

Критерии
Ситуационная задача

	Верные элементы решения	Количество баллов
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20