



Профиль: Компьютерное моделирование и графика

Вариант: 1

Класс: 8

Задача 1 (10 баллов). Решите уравнение.

$$(2x - y)^2 - z(2y - 4x) + z^2 + |z^2 - x^2| + \sqrt{y - x^2} |x - 1 + y| = 0$$

Задача 2 (10 баллов). В треугольнике ABC с целочисленными сторонами проведена биссектриса BL. Найти стороны если: $\frac{AB}{LC} = \frac{BC^2}{AL}$; $\frac{BC}{AL} = 2$.

Задача 3 (10 баллов). Найдите все значения параметра a, при которых система уравнений имеет только одно решение

$$\begin{cases} y^2 - 9xy + 18x^2 + 5y - 36x - 14 = 0 \\ y + 2 = a(x - 5) \end{cases}$$

Задача 4 (10 баллов). См. лист 2.

Задача 5 (10 баллов). Задачу решить для фигур, заданных в задаче 4 в горизонтальной плоскости проекции.

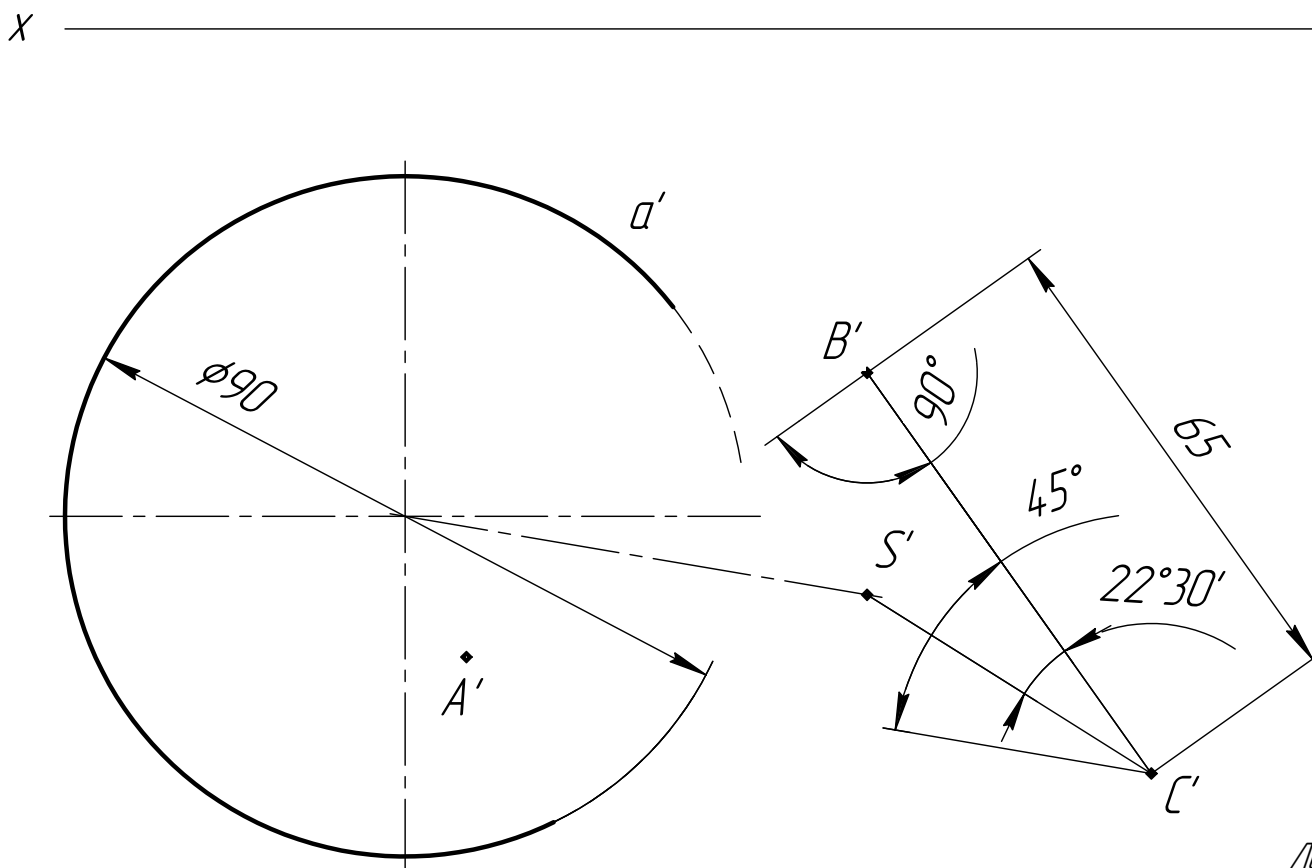
Окружность с центром в точке S' касается окружности a' , а также отрезков $B'C'$ и $A'S'$. Найти площадь треугольника $A'B'S'$, если точка S' удалена от центра окружности a' на 62 мм.

Задача 6 (20 баллов). См. лист 3.



Задача 4 (10 баллов). Основание пирамиды $A'B'C'$ и основание наклонного конуса a' лежат в горизонтальной плоскости проекций. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Проекция вершины обозначена как S' в горизонтальной плоскости проекций. Высота конуса 80 мм. Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин проекций и видимости линий;
- 3) оформить все изображения в соответствии с ЕСКД.

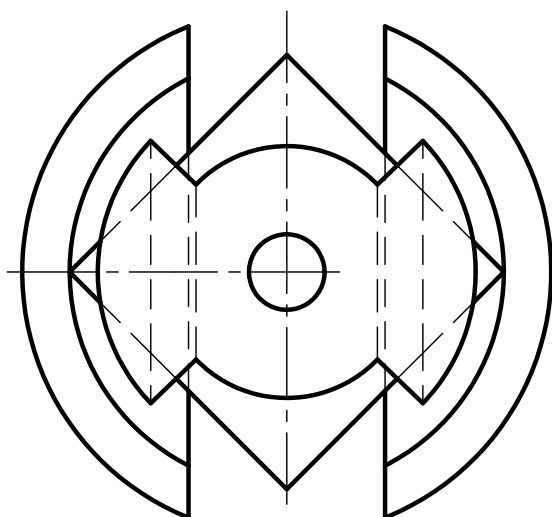
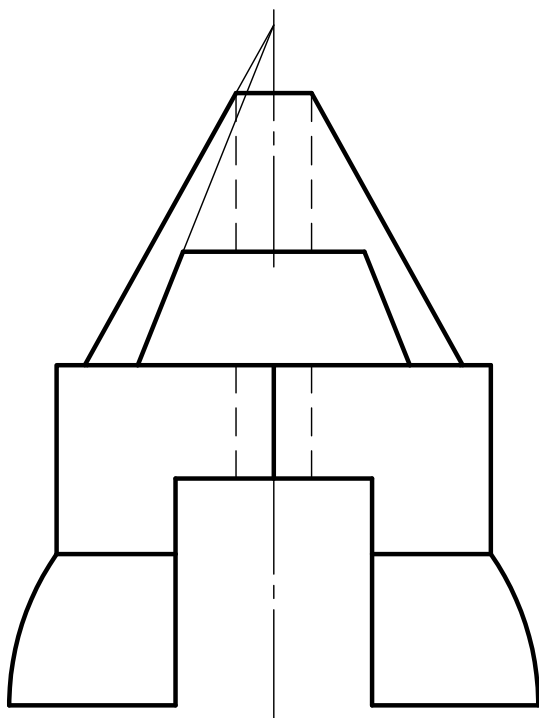




Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.

Требуется:

- 1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;*
- 2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза;*
- 3) все изображения оформить в соответствии с ЕСКД;*
- 4) нанести размеры, причем их количество должно быть минимальное, но однозначно определяющее форму фигуры;*
- 5) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.*



Задача 1 (10 баллов). Решите уравнение.

$$(2x - y)^2 - z(2y - 4x) + z^2 + |z^2 - x^2| + \sqrt{y - x^2} |x - 1 + y| = 0$$

Решение. Первые три слагаемые составляют полный квадрат, и все другие слагаемые неотрицательны при условии выполнения ОДЗ: $y \geq x^2$. Поэтому уравнение выполнено только при одновременном равенстве нулю всех слагаемых. Причем последнее слагаемое равно нулю либо когда $y = x^2$, либо $y = 1 - x$.

Заметим, что $x=y=z=0$ является решением.

$$y = 1 - x \wedge y = 2x + z \wedge z = x; \Rightarrow \left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right);$$

Рассмотрим варианты: 1)

$$2) \quad y = 1 - x \wedge y = 2x + z \wedge z = -x; \Rightarrow \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right);$$

$$3) \quad y = x^2 \wedge y = 2x + z \wedge z = -x; \Rightarrow (1; 1; -1);$$

$$4) \quad y = x^2 \wedge y = 2x + z \wedge z = x; \Rightarrow (3; 9; 3)$$

$$\text{Ответ: } (0; 0; 0); (3; 9; 3); (1; 1; -1); \left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

Баллы	Критерии
15	Решение верно.
12	Решение верно, но допущена одна арифметическая ошибка.
10	Ход решения верный, но какое-то решение упущено из-за сбоя в логике, рассмотрены не все четыре варианта.
5	Собран полный квадрат, либо выяснено, что все слагаемые неотрицательны. Но не учтена одз, либо нет дальнейшего рассмотрения случаев, либо потеряно более двух случаев.

Задача 2 (10 баллов). В треугольнике ABC с целочисленными сторонами

проведена биссектриса BL. Найти стороны если: $\frac{AB}{LC} = \frac{BC^2}{AL}; \frac{BC}{AL} = 2$.

Решение.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC} \quad \text{- свойство биссектрисы.}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC \cdot LC}{AL} = 2LC \quad \text{- из условия}$$

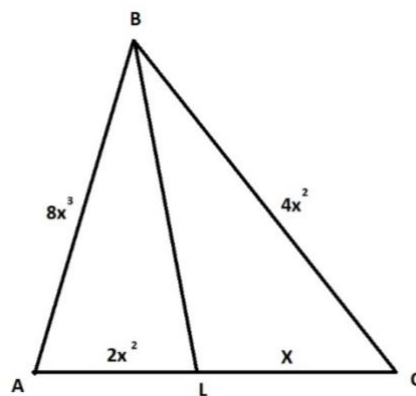
задачи.

$$AL = 2LC^2$$

Пусть

$$LC = x \Rightarrow AL = 2x^2 \Rightarrow BC = 2AL = 4x^2$$

$$AB = 2LC \cdot BC = 8x^3$$



Выбрав целое значение x , мы получим треугольник с целочисленными сторонами. Но действительно ли он существует?

Пример: $x=1$, тогда стороны треугольника = 3,4,8. Следовательно такой треугольник не существует, т.к. не выполнено неравенство треугольника.

Докажем, что оно не будет выполнено и для любого $x > 1$.

Должно выполняться: $8x^3 < 4x^2 + 2x^2 + x = 6x^2 + x \leq 7x^2$ не выполнено

при $x > 1$. Следовательно $x \in (0;1) \Rightarrow 4x^2 < 4$. А значит возможно три случая:

- $4x^2 = 3 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 8x^3 \notin Z$
- $4x^2 = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 8x^3 \notin Z$
- $4x^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = BC = AC = 1$

Ответ: сторона равностороннего $\triangle ABC$ равна 1

Баллы	Критерии
10	Решение верно.
8	Решение верно, но недостаточно обоснованно или допущена одна ошибка.
6	Рассмотрено неравенство треугольников.
4	Стороны треугольника выражены через x .
2	Есть правильное рассуждение, которое могло бы привести к решению задачи.
0	Решение неверно или отсутствует

Задача 3 (15 баллов). Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений имеет только одно решение

$$\begin{cases} y^2 - 9xy + 18x^2 + 5y - 36x - 14 = 0 \\ y + 2 = a(x - 5) \end{cases}$$

Решение. Решим первое уравнение как квадратное относительно y .

$$D = (3x + 9)^2; y = 6x + 2; y = 3x - 7; \text{ пересечем со вторым уравнением. 1)}$$

$$6x + 2 = a(x - 5) - 2; x(a - 6) = 5a + 4; a = 6 \emptyset; a \neq 6, x = \frac{5a + 4}{a - 6}; \quad 2)$$

$$3x - 7 = a(x - 5) - 2; x(a - 3) = 5a - 5; a = 3 \emptyset; a \neq 3, x = \frac{5a - 5}{a - 3}; \quad 3) \text{ решения могут совпадать:}$$

$$\frac{5a - 5}{a - 3} = \frac{5a + 4}{a - 6}; a = \frac{7}{4}.$$

Задача допускает графическое решение. Прямая, являющаяся графиком второго уравнения, 2 раза пересекает совокупность прямых из первого уравнения, кроме случаев

прохождения через точку их пересечения ($a = \frac{7}{4}$) и случаев параллельности ($a = 3; a = 6$)

Ответ: $3; 6; \frac{7}{4}$.

Баллы	Критерии
15	Верное обоснованное решение
10	Допущена вычислительная ошибка при верном ходе решения.
5	Верно найдены два значения параметра a из трех.

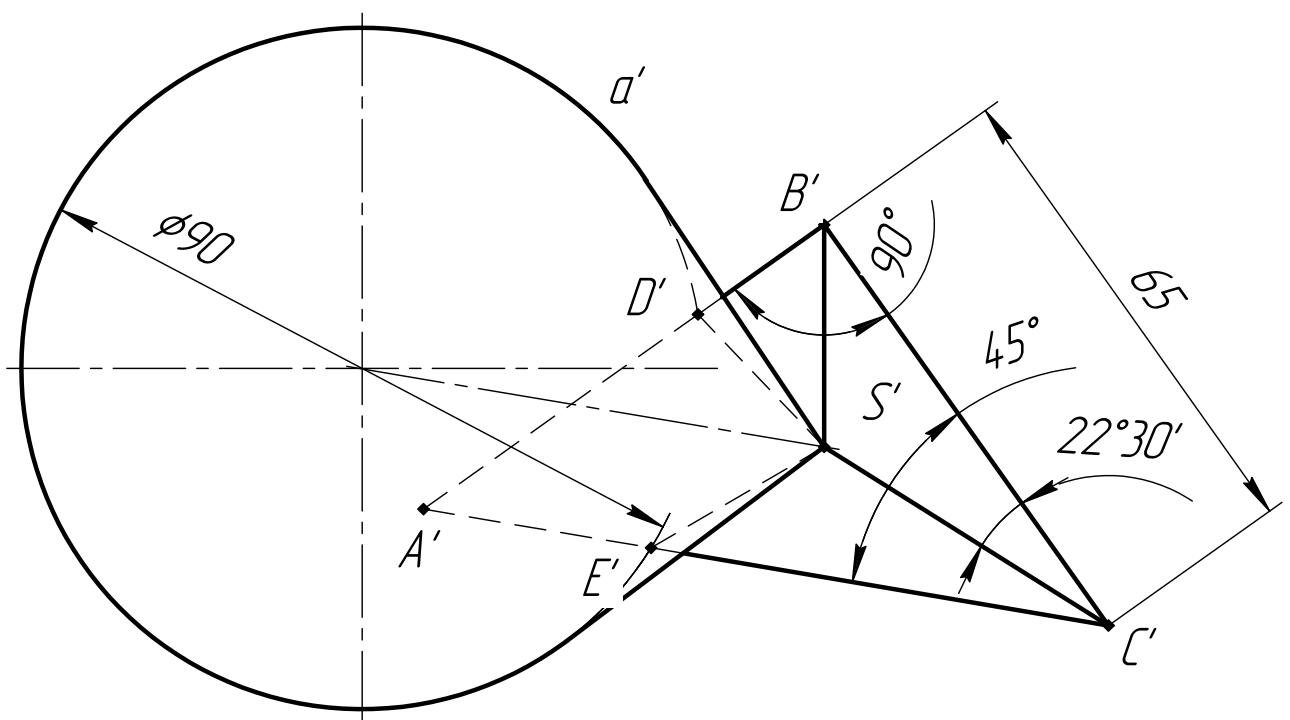
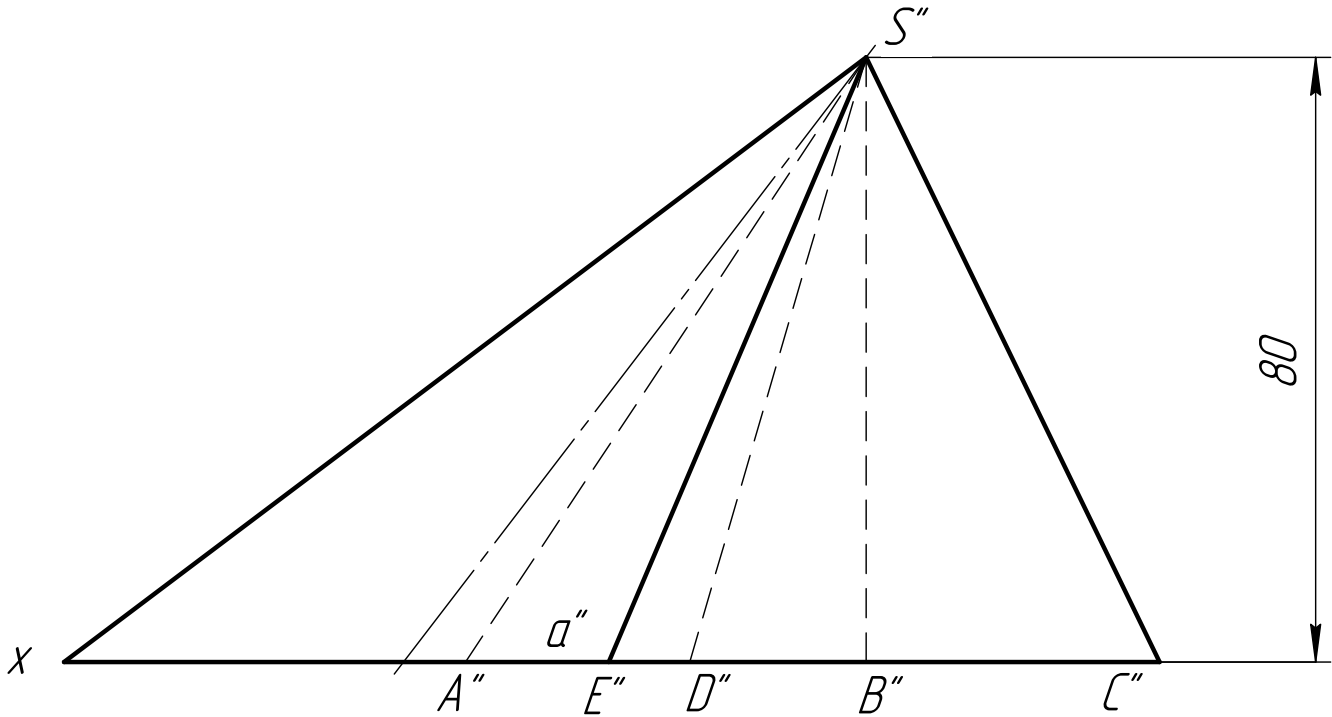
Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.

Вариант: 1

класс: 7-9

Задача 4а (10 баллов). Основание пирамиды $A'B'C'$ и основание наклонного конуса a' лежат в горизонтальной плоскости проекции. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Проекция вершины обозначена как S' в горизонтальной плоскости проекции. Высота конуса 80 мм. Требуется:

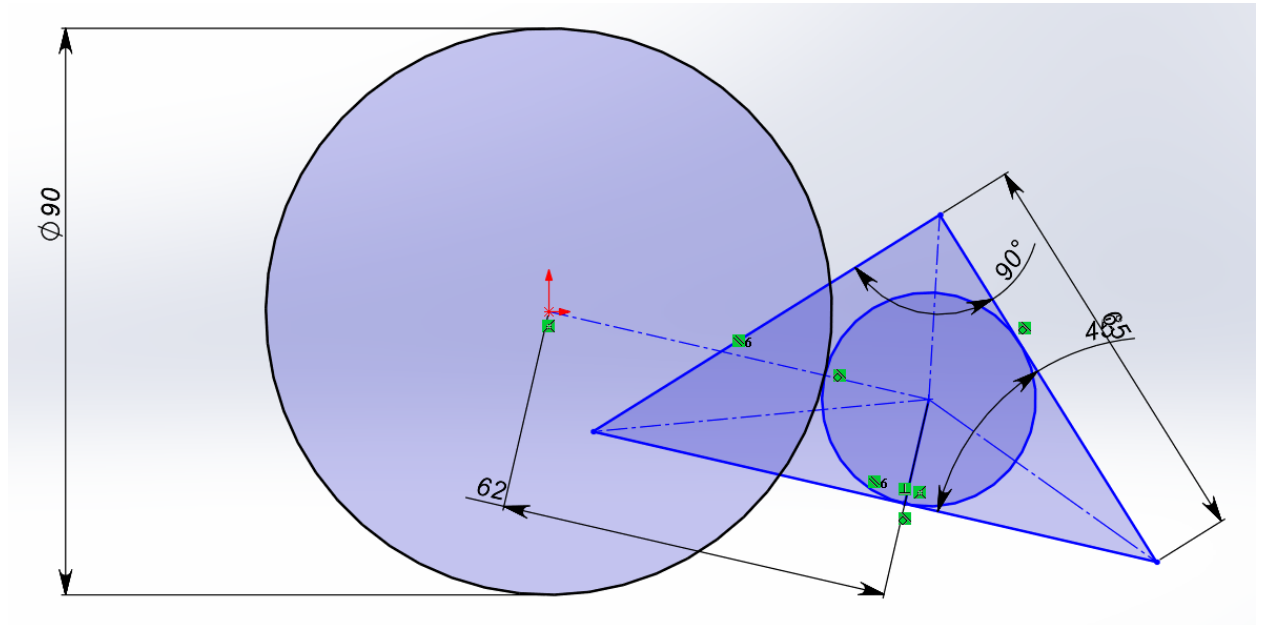
- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин проекций и видимости линий;
- 3) оформить все изображения в соответствии с ЕСКД.



№	Критерии задача 4а	Да	Нет
1	Построена фронтальная и горизонтальная проекции двух фигур	2	-
2	Построена линия пересечения фигур	2	-
3	Определена видимость очерка конуса	1	-
4	Определена видимость очерка пирамиды	1	-
5	Определена видимость участков линии пересечения	2	-
6	Чертеж оформлен с обозначением проекций вершин и границ участков линии пересечения	2	-
	Итого	до 10	

5) (10 баллов). Окружность с центром в точке S' касается окружности a' , а также отрезков $B'C'$ и $A'C'$. Найдите площадь треугольника $A'B'S'$, если точка S' удалена от центра окружности a' на 62 мм.

Решение.



1. Обозначим центр круга a' как O' . Тогда радиус R окружности, касающейся двух сторон треугольника и круга, равен $O'S'$ минус радиус круга a' . $R = 62 - 45 = 17$
2. Площадь $A_{A'S'C'} = \frac{1}{2} A'C' * R = \frac{\sqrt{2}}{2} B'C' * R = \frac{1}{2} 65 \cdot 65 = \frac{4225}{2}$
3. Площадь $A_{B'S'C'} = \frac{1}{2} B'C' * R = 65 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 17 = \frac{1105\sqrt{2}}{2}$
4. Искомая Площадь $A_{A'S'B'} = A_{A'B'C'} - A_{A'S'C'} - A_{B'S'C'} = \frac{1}{2} B'C'^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} B'C' * R - \frac{1}{2} B'C' * R = \frac{4225}{2} - \frac{1105}{2} - \frac{1105\sqrt{2}}{2} = 2210 - \frac{1105\sqrt{2}}{2}$.

Ответ: е.

Критерии.

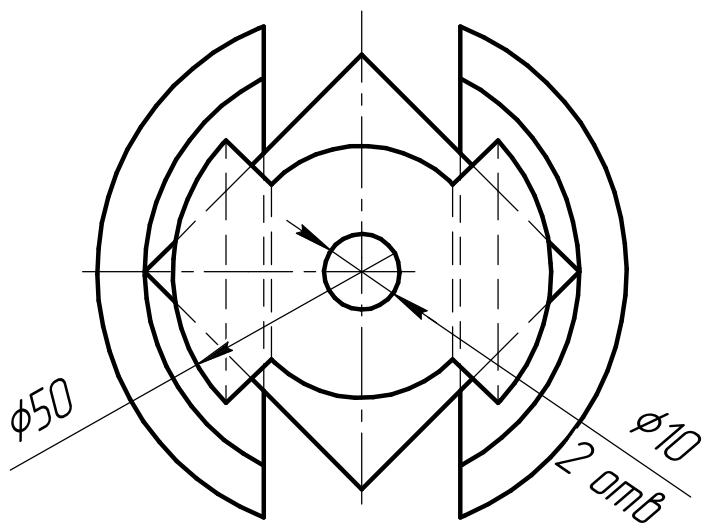
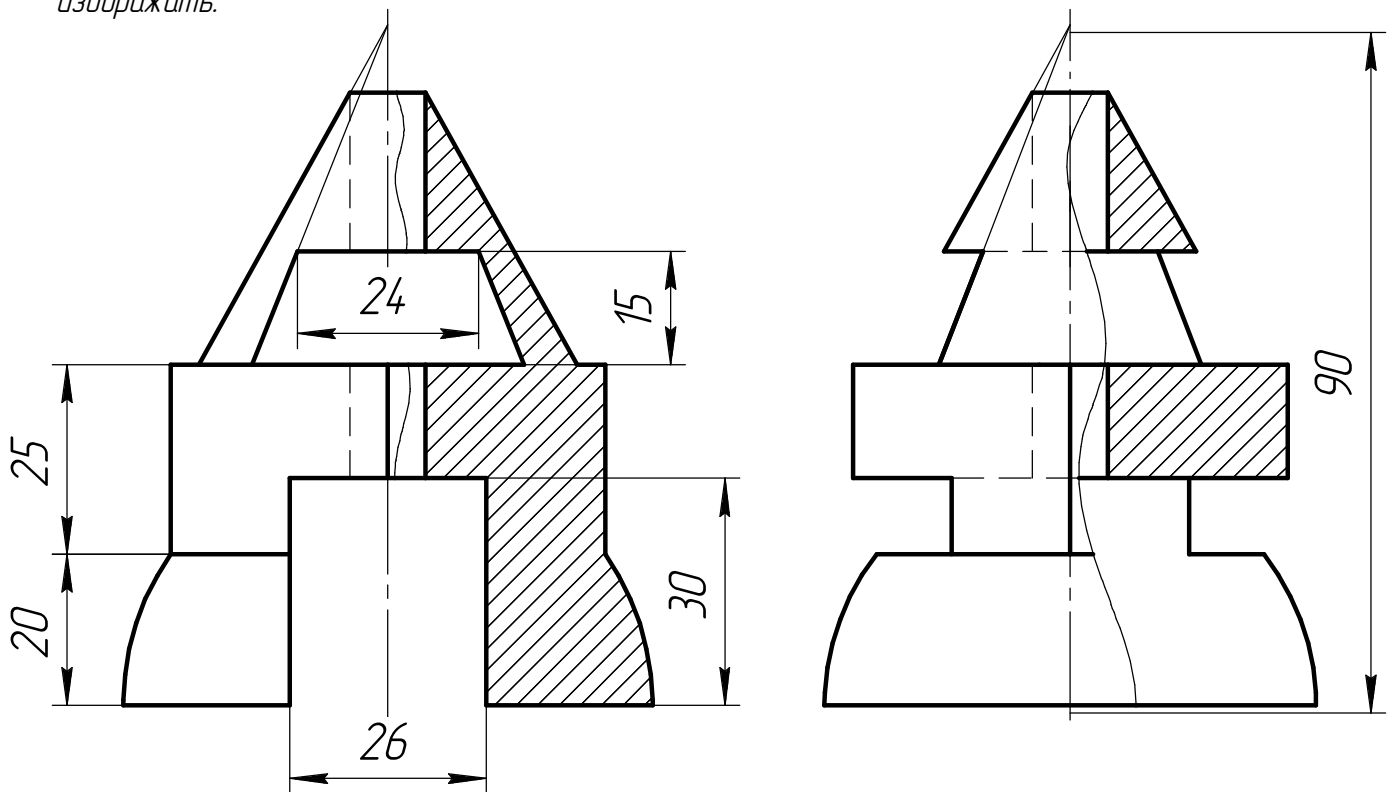
Баллы	Критерии выставления
10	Обоснованно получен правильный ответ.
8	Верно определён алгоритм решения задачи и верно найдены две из трёх площадей.
5	Верно определён алгоритм решения задачи. Найдена одна из трёх площадей.
2	Верно определён алгоритм решения задачи.
0	Задача не соответствует ни одному из перечисленных критериев

Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.
Вариант: 1 класс: 7-9

Задача 5 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.

Требуется:

- 1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
- 2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза;
- 3) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
- 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
- 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
- 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307-2011
- 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



№	Критерии задача 6 (Вариант №1)	Да	Нет
1	Общие требования:		
	Построены три изображения в проекционной связи. На видах невидимый контур показан штриховой линией и на разрезах линии невидимого контура не обозначены	4	-
2	Главный вид		
	Главный вид выполнен как соединение части вида и части фронтального разреза без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза (с указанием волнистой линии разделения вида и разреза)	4	-
3	Вид слева		
	Вид слева выполнен как соединение части вида и части профильного разреза без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза (с указанием волнистой линии разделения вида и разреза)	5	-
4	Вид сверху		
	Вид сверху выполнен без разреза (учитывать только при выполнении пункта 1)	2	-
5	Указание размеров		
	Обозначены более половины необходимых размеров	4	-
6	Оформление		
	Изображение, толщина линии и штриховка выполнены в соответствии ЕСКД	1	-
	Итого	до 20	

№	Критерии задача 6 (Вариант №2)	Да	Нет
1	Общие требования:		
	Построены три изображения в проекционной связи. На видах невидимый контур показан штриховой линией и на разрезах линии невидимого контура не обозначены	4	-
2	Главный вид		
	Главный вид выполнен как соединение половины вида и половины фронтального разреза без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза (осевая как линия разделения вида и разреза)	4	-
3	Вид слева		
	Вид слева выполнен как соединение части вида и части профильного разреза без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза (с указанием волнистой линии разделения вида и разреза)	5	-
4	Вид сверху		
	Вид сверху выполнен без разреза (учитывать только при выполнении пункта 1)	2	-
5	Указание размеров		
	Обозначены более половины необходимых размеров	4	-
6	Оформление		
	Изображение, толщина линии и штриховка выполнены в соответствии ЕСКД	1	-
	Итого	до 20	