

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 8

№ 1.

$$\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x^2+x-1} \geq 2x^2-2x-3$$

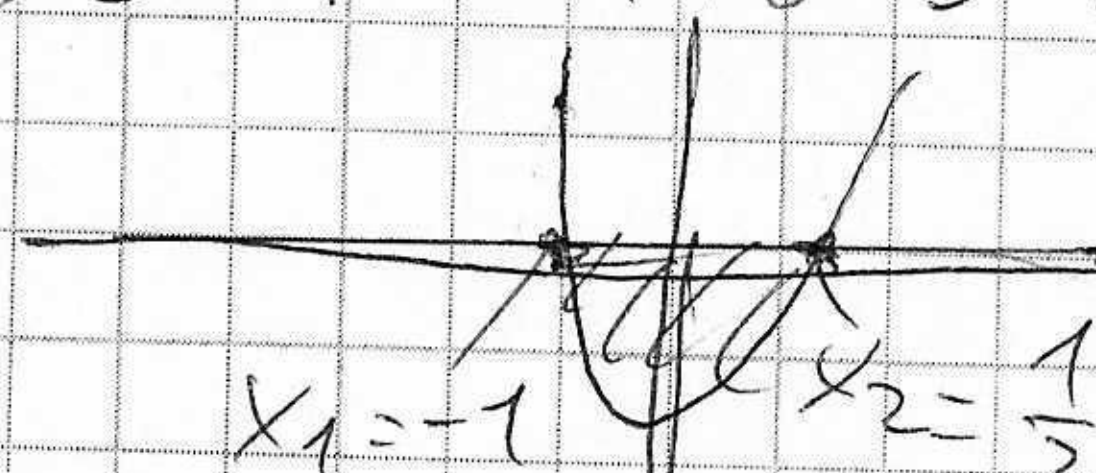
$3x+2 \geq 0$ т.к. $\sqrt{3x+2}$ под корнем.

$$3x \geq -2 \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3}$$

$$\sqrt{2x^2+x-1} \geq 0 \Rightarrow 2x^2+x-1 \geq 0 \text{ т.к. под корнем}$$

$$2x^2+x-1 \geq 0 \quad D=1+8=9 \quad x_1, x_2 = \frac{-1 \pm 3}{4} = -1; \frac{1}{2}$$

то есть



т.к. параболка при x^2

$x_1 = -1$ $x_2 = \frac{1}{2}$ положительный то

уравнения будут положительны между

корнями. то есть $x \in [0; 2.5]$, $x \geq -\frac{2}{3}$ и

$x < -1$ или $x > \frac{1}{2}$

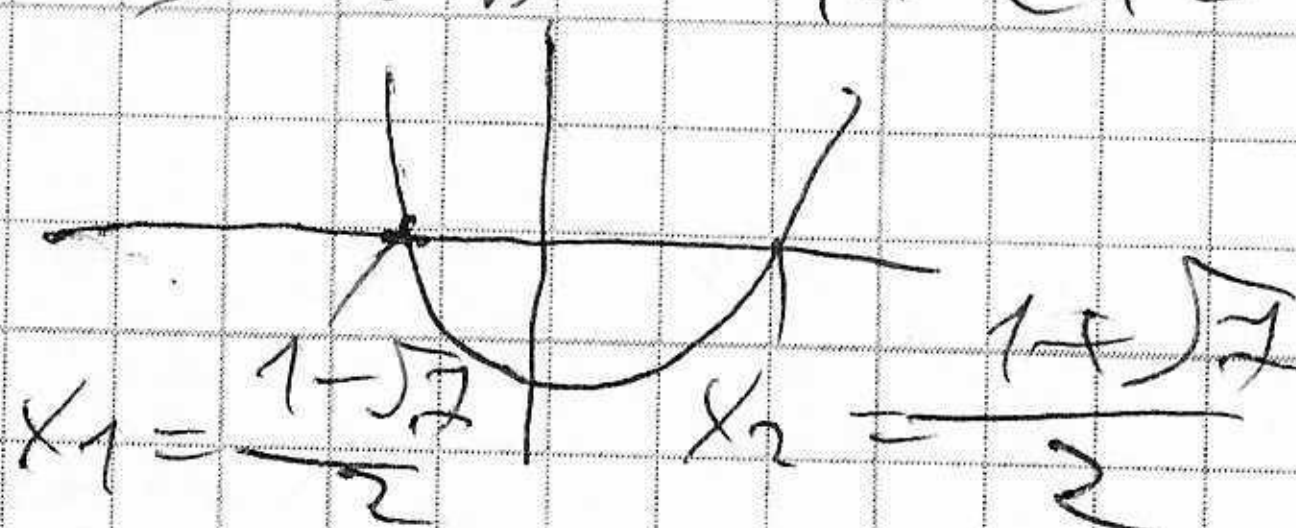
или познже значения от $-\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ т.к. при $x < \frac{1}{2}$ один из корней

будет отрицателен: $[0; 2.5]$; $x \geq \frac{1}{2}$

Заметим что $2x^2-2x-3 : D=4+24=28$

$$x_1, x_2 = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$$



По этой функции $2x^2 - 2x - 3$ отрицательна
при значении $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$



Заметим что $\sqrt{3x+2} \geq \sqrt{2x^2+x-1}$ если
идем в обратную сторону то

$\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x^2+x-1}$ — отрицательна. Возведем в квадрат
 $3x+2 \geq 2x^2+x-1$ при $x \geq \frac{1}{2}$ и по ОДЗ.

$2x^2 - 2x - 3 \leq 0$ Заметим это тоже функция,
что и справа в неравенстве, а значит
из этого делаем вывод, что при значении
 $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$ левая часть будет положи-
тельна, а права отрицательна, а при
любых этих значениях не входящих в наш
квадрат будет наоборот и неравенство
не будет выполняться.

П. и ОДЗ $x \geq \frac{1}{2}$ то ответ будет от $\frac{1}{2}$ до

$\frac{1+\sqrt{7}}{2}$
Ответ: $x \in \left[\frac{1}{2}; \frac{1+\sqrt{7}}{2} \right]$ * включительно.



Вариант задания

1

Лист работы 3 из 8

№2.

Рассмотрим треугольник $\triangle POK$. По теореме Менелая:

$$\frac{NQ}{QK} \cdot \frac{KO}{OP} \cdot \frac{PM}{MN} = 1$$

$$\frac{48}{54} \cdot \frac{KO}{OP} \cdot \frac{2}{5} = 1 \Rightarrow \frac{KO}{OP} = \frac{25}{8}$$

рассмотрим треугольник $\triangle MQN$, по теореме Менелая в нем:

$$\frac{NP}{PM} \cdot \frac{MQ}{QN} \cdot \frac{QK}{KN} = \frac{3}{2} \cdot \frac{MO}{OQ} \cdot \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \frac{MO}{OQ} = \frac{6}{5}$$

Рассмотрим треугольник $\triangle MPK$.

$h \cdot 8d = 48 = S_{\text{ром}}$ (т.к. высота из точки M общая

$h \cdot 25d = S_{\text{мок}}$ окружается на сторону PK

$$hd = \frac{48}{8} \cdot 2 = 12$$

$$\frac{25hd}{2} = \frac{25 \cdot 12}{2} = 150 = S_{\text{мок}}$$

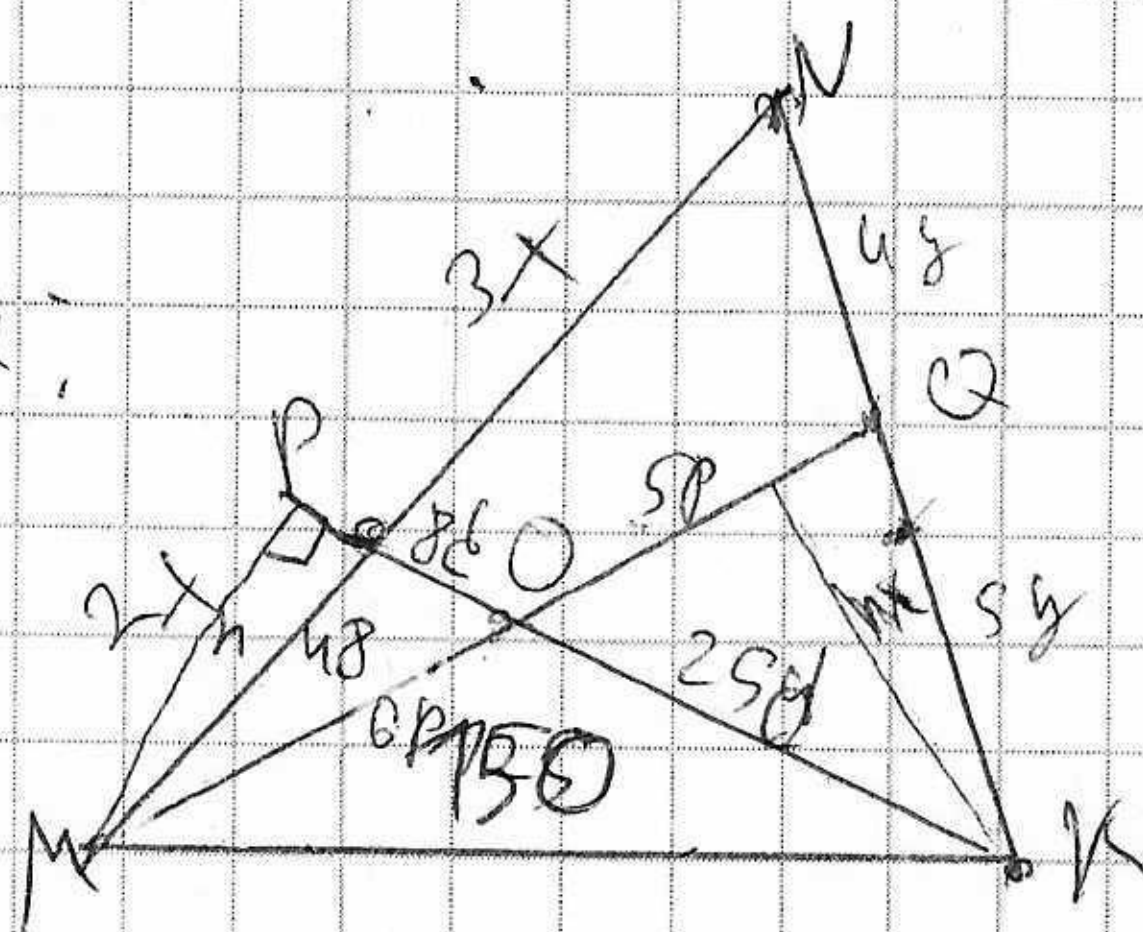
Рассмотрим треугольник $\triangle MQK$.

$S_{\text{мок}} = \frac{6p \cdot h_x}{2}$; $S_{\text{оок}} = \frac{5p \cdot h_x}{2}$ т.к. высота из точки

$$ph_x = \frac{150 \cdot 2}{6} = 50$$

$$S_{\text{оок}} = \frac{5 \cdot 50}{2} = 125$$

Ответ: площадь треугольника $KOQ = 125$



N 3.



$t_1 = 3$ мин Вера За, которое имеет
проходив Виктор

$t_2 = 5$ мин Лена

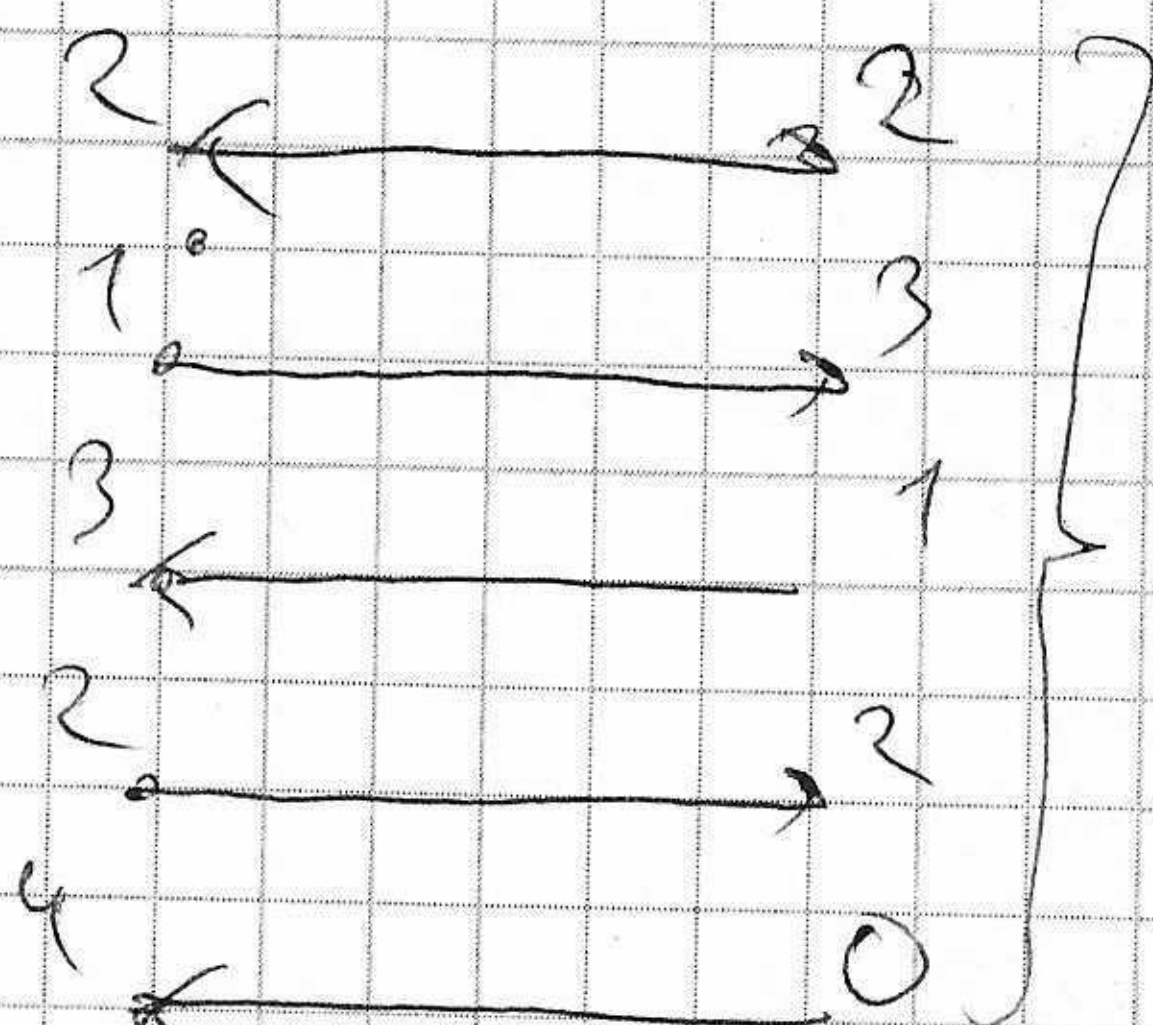
$t_3 = 10$ мин Валерий Сергеевич

$t_4 = 15$ минут Ангелина Павловна.

Пример: В начале имеет переход Лена и Виктор
потом Виктор берет отдалека все к себе
Валерий Сергеевич и Ангелина Павловна, они
перейдут мост за 15 минут, потом на
той стороне они отдалека к себе Лене.
Она перейдет за Виктором и она будет
перейти ее переправу за 5 минут.

Ответ: $5 + 3 + 15 + 5 + 5 = 33$ минут.

Оценка: Докажем, что за меньше нельзя.
Заметим в начале такой факт, что всего
будет 5 переправлений туда и обратно п.п



5 переправ будет

Заметим, что если Валерий Сергеевич

и Ангелина Павловна в начале

будут находиться хотя бы 2 раза в переправе,
или по одному, но в разное время тогда они

будет $\geq 15 + 10 = 25$ минут т.к. в одной переправе

мы могли прибавить к времени Ангелины т.к. она

сама берет и если кто то из них



Вариант задания _____

Лист работы 5 из 8

еще раз пойдет то прибавим к времени
еще это время. Значит Аня это время
будет $\geq 25 + 10 + 15 + 3 \cdot 3 \geq 34$ минуты т.к за
еще хотя бы 3 перерыва будет столько
(скорость самого быстрого)

Значит Аня и Валерий в какой то
момент решили вместе перерыв. Заметим
если это в начале или в конце то почему
из них бы пришлось преодолевать перерыв
дважды. А мы доказали, что в таком случае
эт будет больше нашего примера.

Значит они преодолели перерыв на 3 действия.
Заметим, что в 3 этих действиях группа 2
участника и из двух времени будет меньше.
Значит ответ будет $\geq 15 + 3 \cdot 5 + 3 = 33$ минут.

Докажем, что быстрее 33 минут перерыв
не преодолеть #



Вариант задания _____

Лист работы 5 из 8

еще раз пойдет то прибавим к времени
еще это время. Значит Аня это время
будет $\geq 25 + 10 + 15 + 3 \cdot 3 \geq 36$ минуте т.к за
еще хотя бы 3 перерыва будет столько
(скорость самого быстрого)

Значит Аня и Валерий в какой то
момент решили вместе перерыв. Заметим
если это в начале или в конце то почему
из них бы пришлось преодолевать перерыв
дважды. А мы доказали, что в таком случае
эт будет больше нашего примера.

Значит они преодолели перерыв на 3 действия.
Заметим, что в 3 этих действиях группа 2
участника и из двух времени будет меньше.
Значит ответ будет $\geq 15 + 3 \cdot 5 + 3 = 33$ минут.

Докажем, что быстрее 33 минут перерыв
не преодолеть #



Вариант задания

1

Лист работы 6 из 8

№4

$$(x+2)(x+4)(x+6)(x+18) = ax^2$$

$$(x^2 + 20x + 36)(x^2 + 18x + 36) = ax^2$$

$$\left(x + 20 + \frac{36}{x}\right)\left(x + 18 + \frac{36}{x}\right) = a$$

$$x^2 + 33x + 332 + \frac{1188}{x} + \frac{1296}{x^2} = a$$

$$x^2 + 72 + \frac{1296}{x^2} + 33x + \frac{396}{x} + \frac{1188}{x} - 136 = a$$

$$\left(x + \frac{36}{x}\right)^2 + \left(\sqrt{33}x + \frac{\sqrt{33}}{x}\right)^2 - 136 = a$$

$$\left(x + \frac{36}{x}\right)^2 + \left(\sqrt{33}x + \frac{\sqrt{33}}{x}\right)^2 = a + 136$$

$a > -136$ т.к. если левая часть равна нулю.

Заметим, что $x > 0$ и $x < 0$ могут.

Заметим, что разные значения достигаются

при любых $a > -136$ кроме 0 т.к. тогда там

было бы 4 корня т.к. функции симметричны

любое значение получить можно.

Ответ: $a \in [136; \infty) \setminus \{0\}$.



Вариант задания

1

Лист работы 6 из 8

№4

$$(x+2)(x+4)(x+9)(x+18) = ax^2$$

$$(x^2 + 20x + 36)(x^2 + 13x + 36) = ax^2$$

$$\left(x + 20 + \frac{36}{x}\right)\left(x + 13 + \frac{36}{x}\right) = a$$

$$x^2 + 33x + 332 + \frac{1188}{x} + \frac{1296}{x^2} = a$$

$$x^2 + 72 + \frac{1296}{x^2} + 33x + \frac{396}{x} + \frac{1188}{x} - 136 = a$$

$$\left(x + \frac{36}{x}\right)^2 + \left(\sqrt{33x} + \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{x}}\right)^2 - 136 = a$$

$$\left(x + \frac{36}{x}\right)^2 + \left(\sqrt{33x} + \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{x}}\right)^2 = a + 136$$

$a > -136$ т.к. если левая часть решения неот-

рицательна, то $x > 0$ и тогда

Заметим, что разность значений достигается

при $a > -136$ кроме 0 т.к. тогда так

же было и отрицательные значения функции

любое значение получить можно.

Ответ: $a \in [136; \infty) \setminus \{0\}$.



Вариант задания

1

Лист работы 7 из 8

№ 5.

$$\angle A = x; \angle B = y; \angle C = z$$

Р. и они могут быть произвольными
пройдем в порядке: $x; y; z$

$$\text{то } y = \frac{x+z}{2}$$

$$x+y+z = 180 = \frac{3x+3z}{2} = 180 \Rightarrow$$

$$x+z = 120 \Rightarrow y = 60^\circ$$

$$\angle KBH_B = 90 - x - 30 = 60 - x$$

$$\angle BAA = 120 - \frac{x}{2}$$

$$\angle BDA_1 = 180 - 120 - \frac{x}{2} - 30 = 30 + \frac{x}{2} = \frac{y+x}{2}$$

$$\angle KCB = 90 - 90 + x = x$$

$$\angle A_1DE = b; DE \perp AC = a$$

$$\text{Поскольку сумма углов в } \triangle BDE = 180 = a + b + 60 - x + x + 30 + \frac{x}{2} = a + b + 90 + \frac{x}{2} \Rightarrow a + b = 90 - \frac{x}{2} = \frac{y+x}{2} = \frac{3y-x}{2}$$

Пусть углы из треугольника BDE тогда:

$$y-x; x+a; \frac{x+y}{2} + \frac{3y-x}{2} - a$$

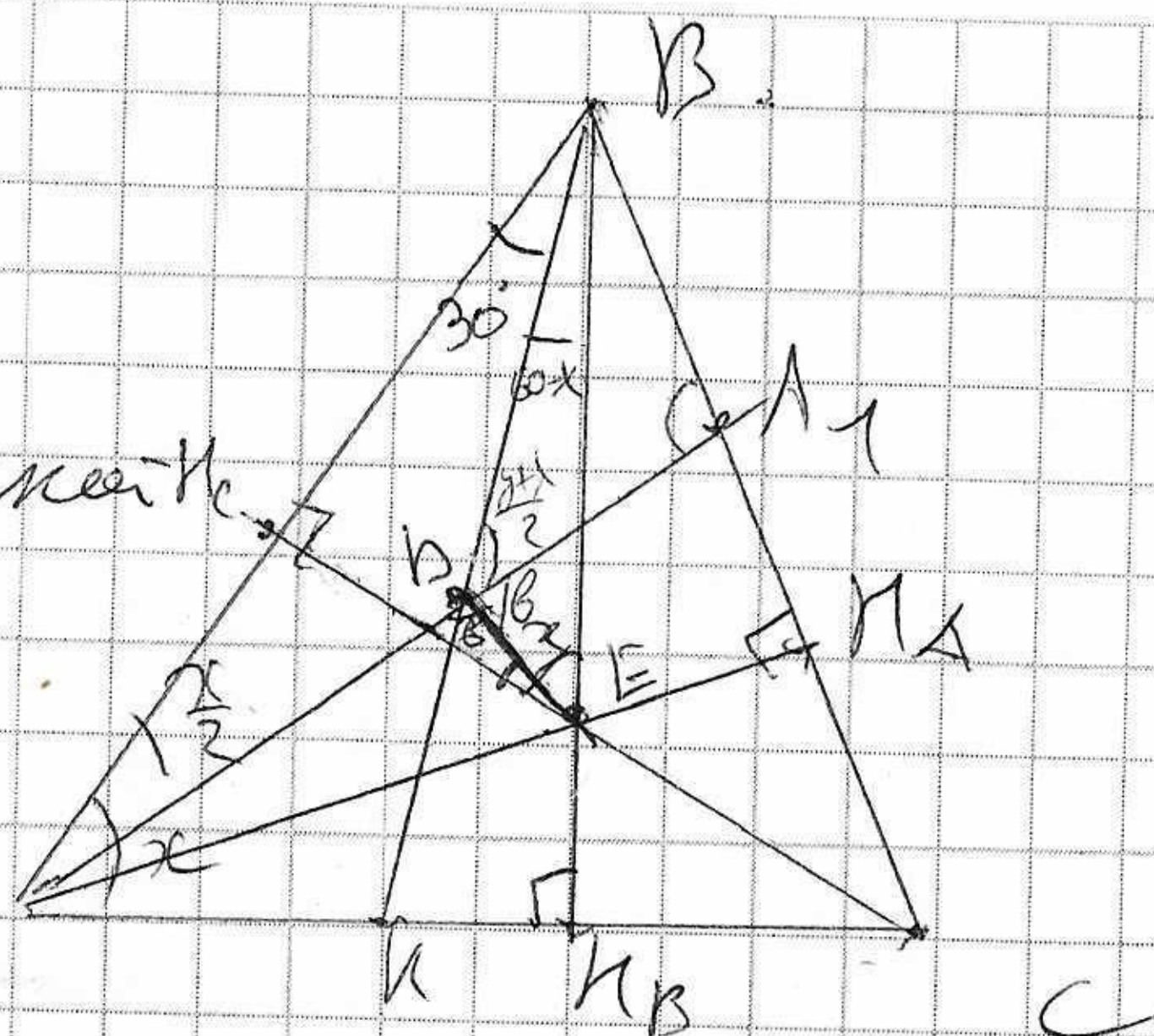
$$y-x; 2y-a$$

$$3y-x-a = 2x+a \Rightarrow a = y-x$$

~~$3y \Rightarrow 3x+3a \Rightarrow a = y-x$ но a меньше от x это противоречит условию. Парой раз не получается. В порядке BDE тогда $a = x-y$~~

Поскольку в $\triangle ADE$ сумма углов $360^\circ \Rightarrow$

$$\angle A_1DE = \frac{3y-x}{2} - y + x = \frac{y+x}{2} \Rightarrow \angle ADE = 180 - \frac{y}{2} - \frac{x}{2}$$



$$\angle ADE + \angle B + \angle DAB + \angle B + \angle B + \angle E + \angle B + \angle EPF + \angle PDA =$$

$$= \frac{2}{2} + 90 + 180 - x + 180 - \frac{2}{2} - \frac{4}{2} = 360$$

$$360 + 60 - x = 360 \Rightarrow x = 60^\circ$$



Из этого следует, что угол $\angle A = 60^\circ$

Ответ: угол $\angle A = 60^\circ$

* Полезу вершины BPE не могли быть в другом порядке т.к. при вершине B меньший угол т.к. угол $60-x$ же угла x острый и x острый значит $60-x$ не может быть 30 . А другие два угла порядка x значит они могут быть углами BPE (это было попарное полезу мы рассуждали все равно порядок не важен).

