

№1

В каждой из четырех игр либо y кого-то ~~одного~~
Один ~~кто~~ не отвергнет вариант, либо все
отвергнут. Значит, в первых двух играх
большая часть отвергнет, а в последней примут
всегда, кроме случая 10:10.

Ответ: 1-^{ая}~~ая~~: 0

2-~~ой~~^{ой}: 0

3-~~ей~~^{ей} и 4-~~ой~~^{ой}: x и $(20-x)$ при $x \leq 20$ и $x \neq 10$

№ 2

$$\text{Пусть, } t = |x-2|^2 = (2-x)^2 = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$1 - |x-2|^2 - (2-x)^2(1 - (x-2)^2) = (x^2 - 4x + 4)^2$$

$$1 - t - t(1-t) = t^2$$

$$1 - t - t + t^2 = t^2$$

$$t = 0,5 \geq 0$$

$$(x-2)^2 = 0,5 = \frac{1}{2}$$

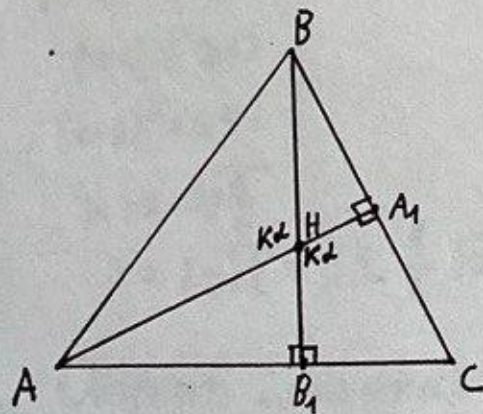
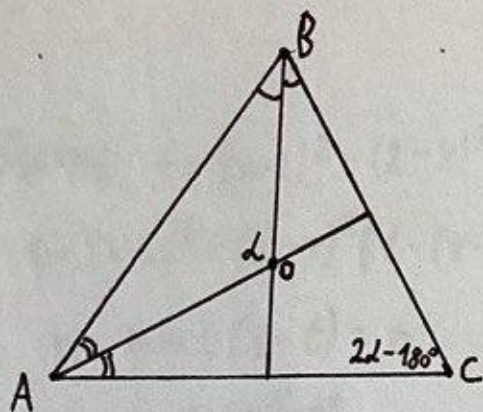
$$x-2 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = 2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

Ответ: 2 решения: $x_1 = 2 + \frac{1}{2} \sqrt{2}$

$$x_2 = 2 - \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

№3



Центр вписанной окружности - это точка пересечения биссектрис.

Пусть, $\angle AOB = l \Rightarrow \angle AHB = Kl$

Считаем угол ACB, используя $\angle AOB$:

$$\angle OAB + \angle OBA = 180^\circ - l \cdot 2$$

$$\angle CAB + \angle ABC = 360^\circ - 2l$$

$$\angle ACB = 180^\circ - (\angle CAB + \angle ABC) = 2l - 180^\circ$$

Считаем угол ACB, используя $\angle AHB$:

$$\angle B_1HA_1 = \angle AHB = Kl$$

Сумма углов четырехугольника равна 360°

$$\Rightarrow \angle ACB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + Kl) = 180^\circ - Kl$$

$$\angle ACB = 2l - 180^\circ = 180^\circ - Kl$$

$$\Rightarrow l = \frac{360^\circ}{K+2} \Rightarrow \angle ACB = \frac{720^\circ}{K+2} - 180^\circ =$$

$$= \frac{360^\circ - 180K}{K+2} = \frac{180^\circ(2-K)}{K+2}$$

П.к. все углы $> 0^\circ \Rightarrow 2-K > 0$ и $K > 0 \Rightarrow 0 < K < 2$

П.к. треугольник остроугольный, $\frac{180^\circ(2-K)}{K+2} < 90^\circ$

$$\frac{4-2K}{K+2} < 1 \Rightarrow 4-2K < K+2 \Rightarrow 2 < 3K \Rightarrow K > \frac{2}{3}$$

Ответ: $\angle ACB = \frac{180^\circ(2-K)}{K+2}$

$$\frac{2}{3} < K < 2$$

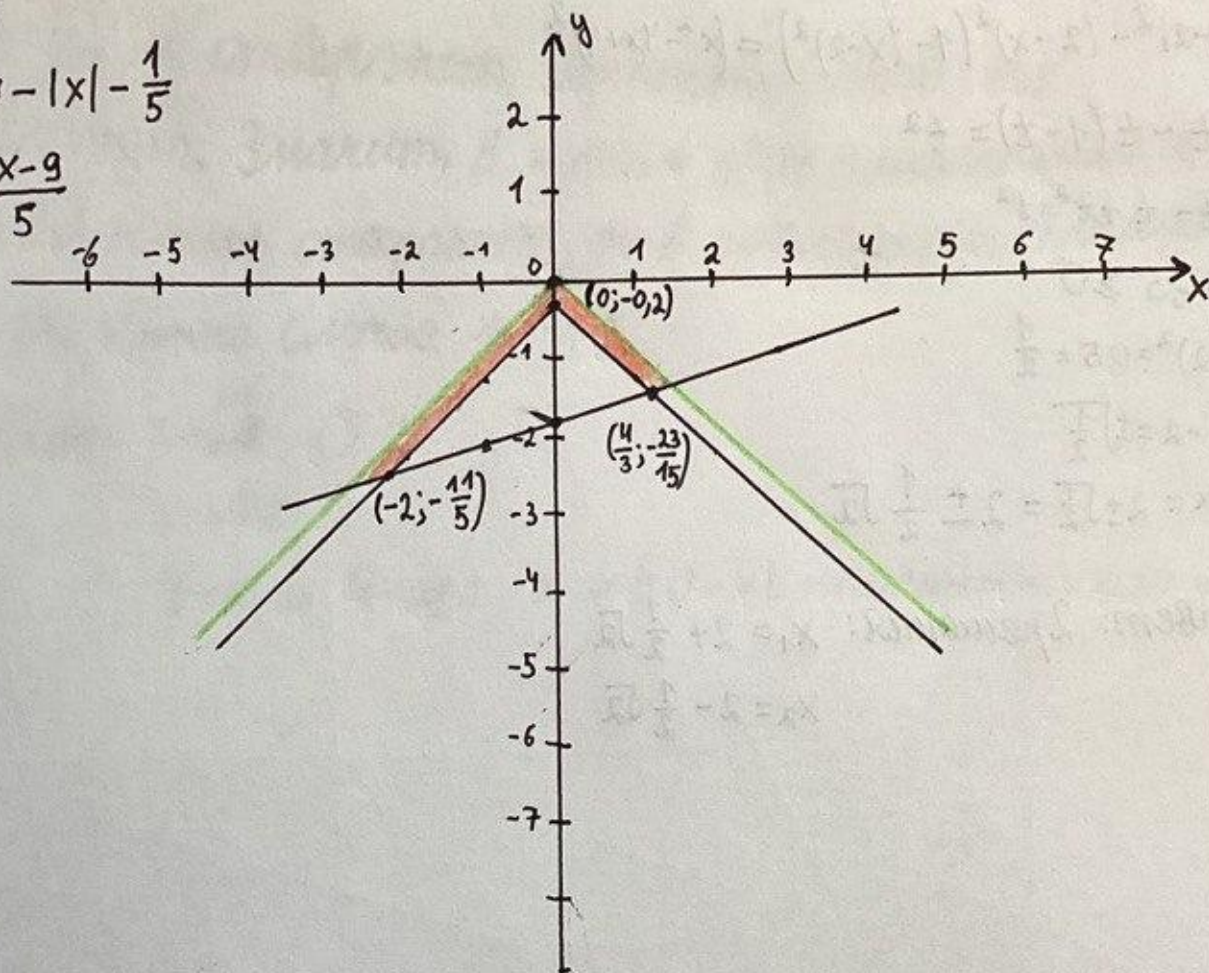
№ 4

Построим графики функций при минимальном значении

$$a^2 = 0$$

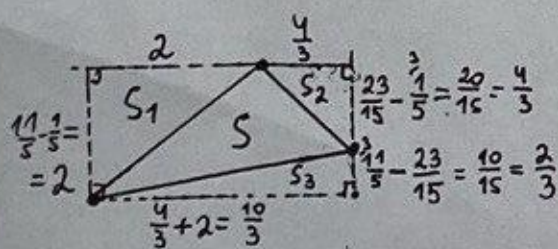
$$y = -|x| - \frac{1}{5}$$

$$y = \frac{x-9}{5}$$



П.к. $a^2 \geq 0$ при $\forall a$, график $y = -|x| - \frac{1}{5} + a^2$ может двигаться вверх по оси y . При этом, самое маленькое значение y при $x=0$ достигается при $a^2=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{5}$. Если поднять график выше, увеличив значение a^2 (новый график изображен зелёным цветом), то подвинется дополнительная площадь (закрашена красным). \Rightarrow min площадь при $a^2=0$

$\Rightarrow a=0$. Посчитаем её. Найдём точки пересечения графиков:
 $-|x| - \frac{1}{5} = \frac{x-9}{5} \Rightarrow -5|x| - 1 = x - 9$
 $\begin{cases} x \geq 0: -5x - 1 = x - 9 \Rightarrow x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \geq 0; y = \frac{x-9}{5} = -\frac{23}{15} \\ x < 0: 5x - 1 = x - 9 \Rightarrow x = -\frac{8}{4} = -2 < 0; y = \frac{x-9}{5} = -\frac{11}{5} \end{cases}$



$$S_1 + S_2 + S_3 + S = \frac{10}{3} \cdot 2 = \frac{20}{3}$$

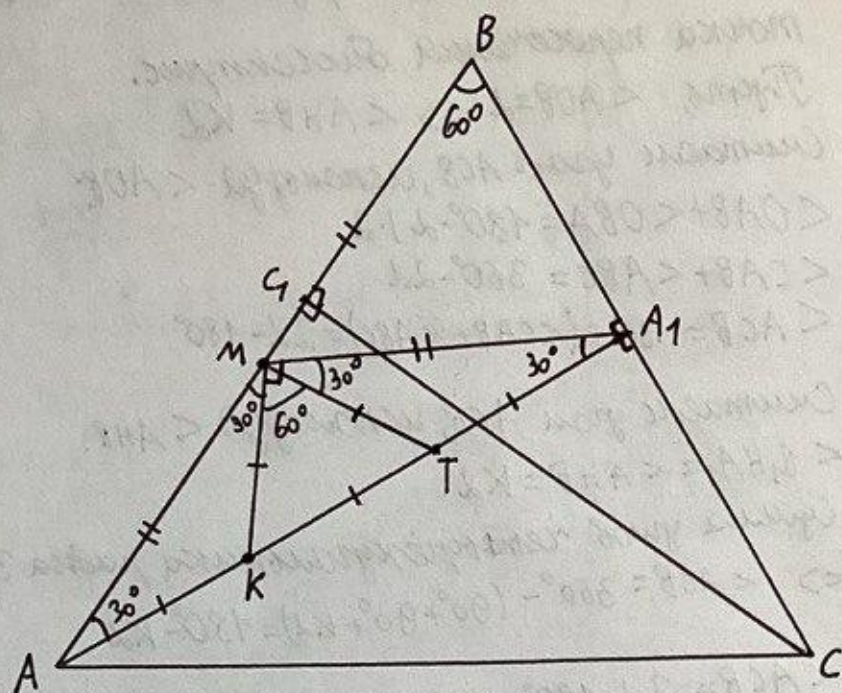
$$S_1 = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

$$S_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{9}$$

$$S_3 = \frac{2 \cdot \frac{10}{3}}{2} = \frac{10}{3} \Rightarrow S = \frac{20}{3} - 2 - \frac{8}{9} - \frac{10}{3} = \frac{20}{3} - 4 = \frac{8}{3}$$

Ответ: при $a=0$ площадь минимальна
 $S_{\min} = \frac{8}{3}$

№5



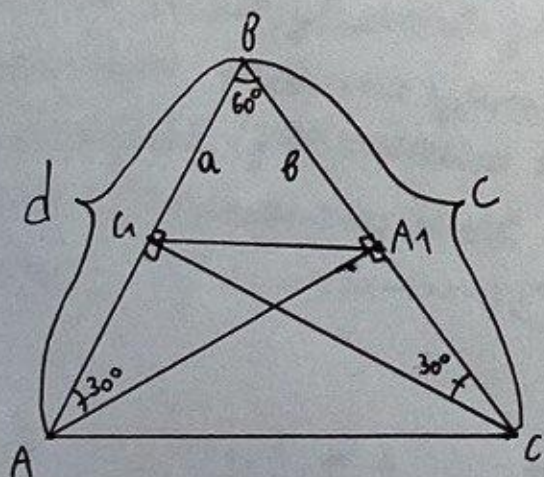
$A_1M = AM = MB$ т.к. A_1M - медиана $\triangle AA_1B$ и $\angle AA_1B = 90^\circ$

T - середина $KA_1 \Rightarrow AK = KT = TA_1$

MT - медиана в $\triangle KMA_1$ и $\angle A_1MK = 90^\circ \Rightarrow MT = KT = TA_1 = AK$
 $\triangle MA_1T$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle MAK = \angle MA_1T$

$\triangle AMK = \triangle A_1MT$ по I признаку $\Rightarrow MK = MT = KT$ ($\triangle MKT$ - равносторонний) $\Rightarrow \angle MAK = \angle MA_1T = 90^\circ - \angle TKM = 30^\circ$

$\Rightarrow \angle ABA_1 = 90^\circ - \angle A_1AB = 60^\circ$



П.к. в прямоугольном треугольнике напротив угла в 30° лежит катет, равный половине гипотенузы:

$$c = 2a, d = 2b$$

$$2 = \frac{c}{a} = \frac{d}{b} \text{ и } \angle ABC = \angle A_1BC_1 = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1BC_1$$

коэффициентом 2.

$$\Rightarrow AC = 2A_1C_1 = 10$$

Ответ: $AC = 10$

№6

$S(t)$ - зависимость стоимости от номера дня. По условию

$S(t)$ - линейная зависимость. $S(t) = Kt + b$

$$S(1) = K + b = 1,975$$

$$S(7) = 7K + b = 1,675$$

$$-6K = 0,3 \Rightarrow K = -0,05$$

$$b = 1,975 - K = 1,975 + 0,05 = 2,025$$

$$S(t) = -0,05t + 2,025$$

$$K(t) = 1 + 0,1t$$

Стоимость одного комплекта в день t :

$$S(t) \cdot K(t) = (-0,05t + 2,025)(1 + 0,1t) = -0,05t^2 - 0,005t^2 + 2,025 + 0,2025t = -0,005t^2 + 0,1525t + 2,025$$

Это парабола ветвями вниз. max этой функции при $t = \frac{-b}{2a} = \frac{-0,1525}{2 \cdot (-0,005)} = \frac{152,5}{2 \cdot 5} = 15,25$

Т.е. max стоимость будет в 15 день (т.к. 15,25 ближе к 15, чем к 16). В этот день стоимость комплекта:

$$x = -0,005t^2 + 0,1525t + 2,025 = -\frac{5}{1000} \cdot 225 + \frac{1525}{10000} \cdot 15 + 2,025 = -\frac{9}{8} + \frac{183}{80} + \frac{81}{40}$$

$$40x = -9 \cdot 5 + \frac{183}{2} + 81 = 91,5 + 81 - 45 = 127,5$$

$$40x \cdot 1,2 = 127,5 \cdot 1,2 = 153$$

Ответ: на 15 день

Наибольшая стоимость партии 153 тысячи руб.