Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета | Для билета

Вариант задания 1

№2

$$1-|x-2|^2-(2-x)^2\left(1-(x-2)^2\right)=\left(x^2-4x+4\right)^2$$

~~При $x\geq2$~~ $|a|^2=a^2 \Rightarrow |x-2|^2=(x-2)^2$

$$1-(x-2)^2-(x-2)^2+(x-2)^4=\left((x-2)^2\right)^2$$

$$1-2(x-2)^2+\cancel{(x-2)^4}-\cancel{(x-2)^4}=0$$

$$1-2x^2+8x-8=0 \quad |\cdot(-1)$$

$$2x^2-8x+7=0$$

$$D=64-4\cdot2\cdot7=8$$

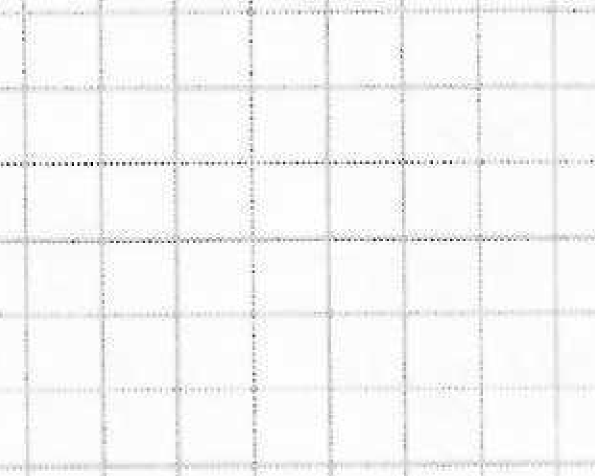
$$x=\frac{8\pm\sqrt{8}}{2\cdot2}=\frac{8\pm2\sqrt{2}}{4}=2\pm0{,}5\sqrt{2}=\underline{2\pm\sqrt{0{,}5}}$$

~~При $x<2$~~

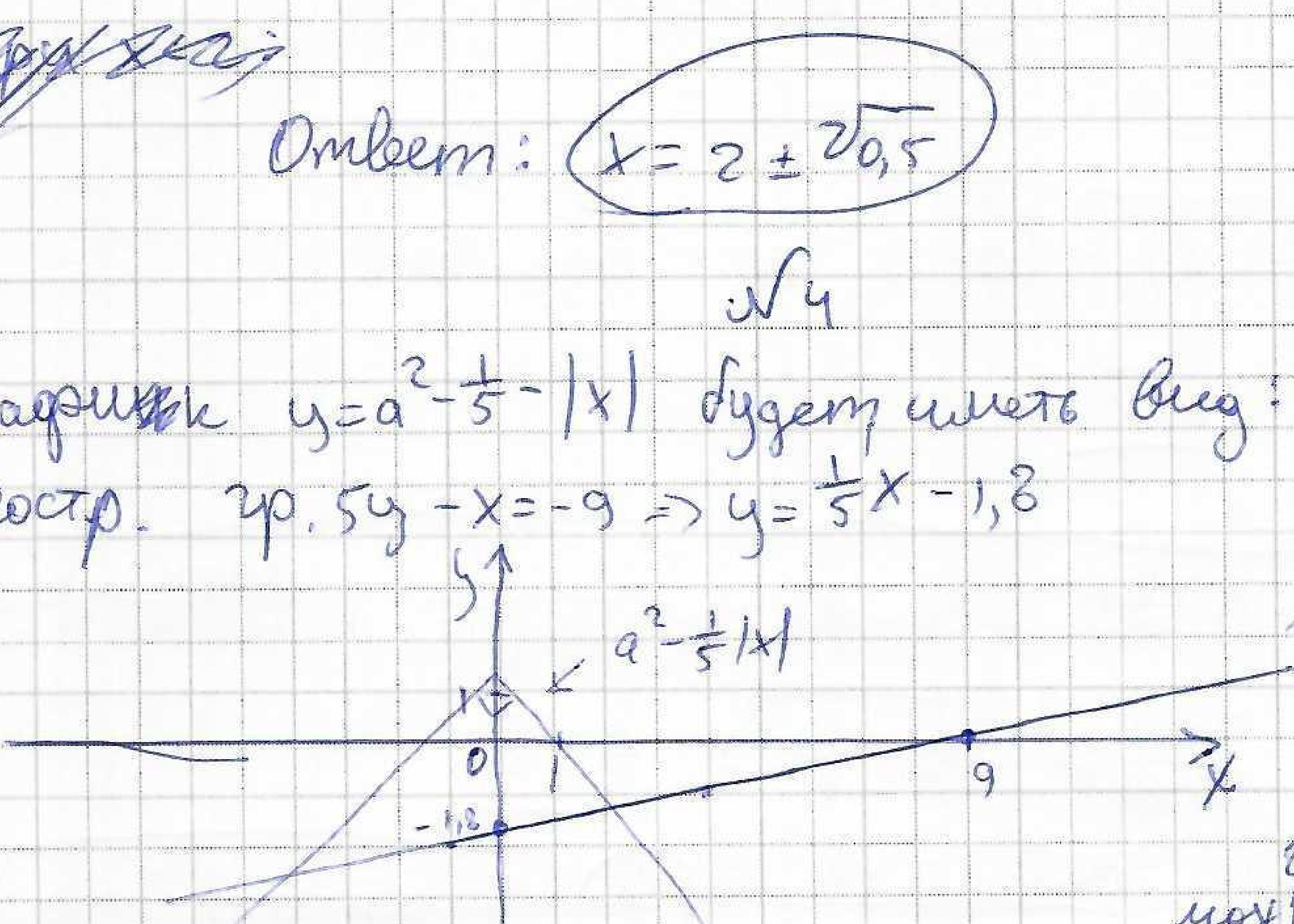
Ответ: $x=2\pm\sqrt{0{,}5}$

№4

График $y=a^2-\frac{1}{5}-|x|$ будет иметь вид:



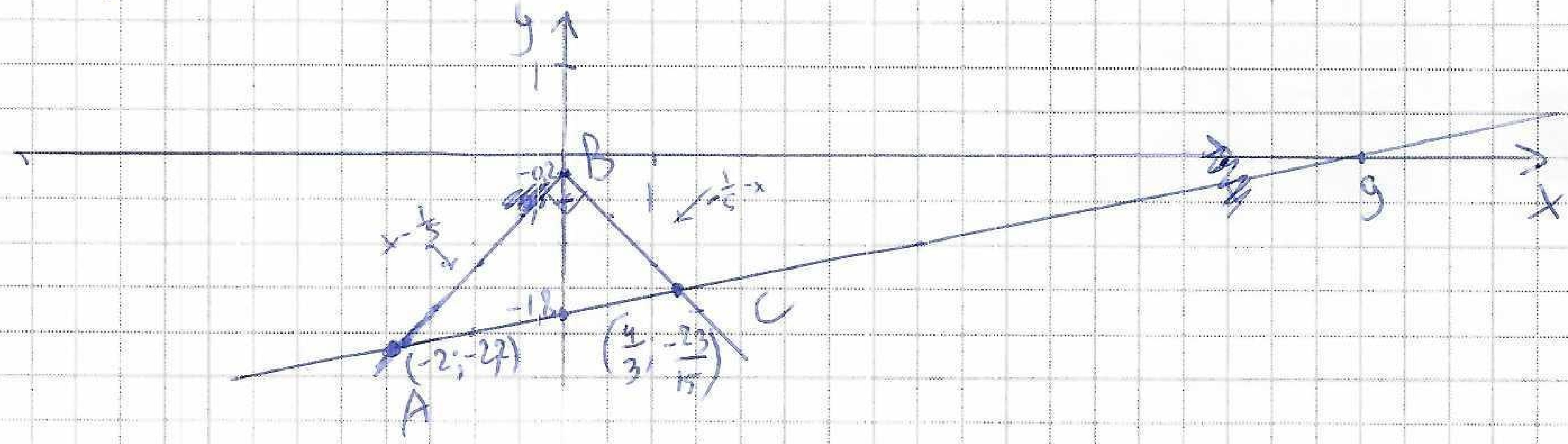
Постр. гр. $5y-x=-9 \Rightarrow y=\frac{1}{5}x-1{,}8$



Чтобы S была наим., нужно, чтобы гр. $a^2-\frac{1}{5}-|x|$ был как можно ниже $\Rightarrow a^2$ — наим.

$a^2 \geq 0 \Rightarrow a^2_{min} = 0.$

При $a=0$ гр. $a^2-\frac{1}{5}-|x|$ пересек. ось y в точке $-\frac{1}{5}$ и ограничт. наим. S.



$S_{ABC} = \frac{AB\cdot BC}{2}$ (т.к. $\angle ABC = 90°$).

Найдём координаты A:

$x-\frac{1}{5} = \frac{x-9}{5}$

$5x-1 = x-9$

$4x=-8$

$x=-2 \Rightarrow y = -2-\frac{1}{5} = -2,2 \Rightarrow A=(-2;-2,2)$

Найдём коорд. C:

$-x-\frac{1}{5} = \frac{x-9}{5}$

$-5x-1 = x-9$

$6x=8$

$x=\frac{4}{3} \Rightarrow y=-\frac{4}{3}-\frac{1}{5} = -\frac{23}{15} \Rightarrow C=\left(\frac{4}{3}; -\frac{23}{15}\right)$

Найдём AB:

$AB = \sqrt{(-0,2-(-2,2))^2 + (0-2)^2}$ по т. Пифагора.

$\sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Найдём BC:

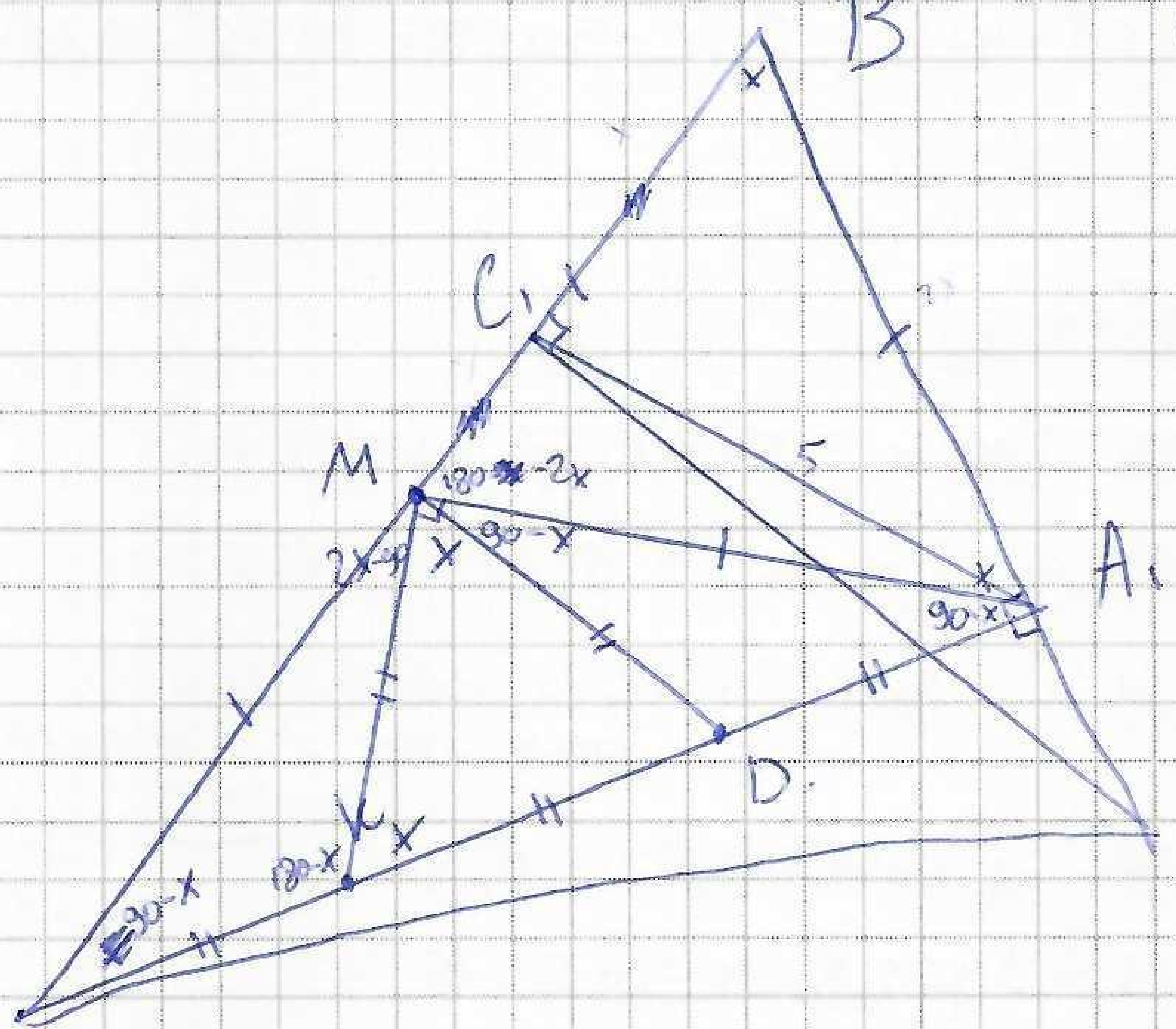
$BC = \sqrt{\left(-\frac{1}{5} - \left(-\frac{23}{15}\right)\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 0\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{23}{15}-\frac{3}{15}\right)^2 + \frac{16}{9}} =$

$= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{16}{9}} = \sqrt{2\cdot\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$

$S_{ABC} = \frac{AB\cdot BC}{2} = \frac{2\sqrt{2}\cdot\frac{4}{3}\sqrt{2}}{2} = \frac{8}{3}$ $\boxed{\text{Ответ: } a=0,\ S=\frac{8}{3}}$

Вариант задания 1 Лист работы 2 из 2

№5



Отметим на A_1K такую точку D, что $KD = A_1D \Rightarrow = AK$ (т.к. $AK : A_1K = 1:2$)

A_1M - мед. в пр. уг. $\triangle ABA_1$

$A_1M = AM = BM$

MD - мед. в пр. уг. $\triangle KMA_1 \Rightarrow MD = KD = A_1D$

Обозн. $\angle MKD$ за x

$\angle KMD = x$, $\angle DMA_1 = 90 - x = \angle MA_1D \Rightarrow \angle MA_1B = x = \angle MBA_1$

$\angle BMA_1 = 180 - 2x \Rightarrow \angle AMK = 2x - 90$,

$\angle MKA = 180^\circ - x \Rightarrow \angle MAK = 90 - x$.

$\triangle KAM = \triangle DMA_1$ (по 1 пр., $AK = MD$, $AM = MA_1$, рав уг.) $\Rightarrow MK = A_1D$

$\triangle MKD$ - р/ст. $\Rightarrow x = 60^\circ \Rightarrow \triangle MBA_1$ - р/ст., т.к. р/б и уг. при осн. $= 60^\circ \Rightarrow BA_1 = MA_1 = MB \Rightarrow$

№6

Пусть кажд. день ст. материалов уменьш. на x.

$1,975 - 6x = 1,675$

$6x = 0,3 \Rightarrow x = 0,05$ тыс. руб.

Найдём зависимость $S(t)$ - S стоимость заказа.

$t-1$ - дней прошло

$S(t) = (1,975 - (t-1) \cdot 0,05)(1 + 0,1t) \cdot 40 \cdot 1,2 = (1,975 - 0,05t + 0,05)(1 + 0,1t) \cdot 48 =$

$= (2,025 - 0,05t)(1 + 0,1t) \cdot 48 = 2,025 + 0,2025t - 0,05t - 0,005t^2 =$

$2,025+0,1975t-0,005t^2 = -0,001(5t^2-197,5t-$

$-2025) = 0,001(2025+197,5t-5t^2)$

Найдём макс. знач., для этого найдём мин. знач. $5t^2-197,5t-$

-2025

$5t^2-197,5t-2025 = 5(t^2-39,5t-405) = 5(t^2-39,5t+19,75^2-19,75^2-$

$\frac{39,5t}{2\cdot t} = 19,75$

$-405) = 5((t-19,75)^2-19,75^2-405)$

min знач. 0 $\Rightarrow$ мин. знач. $= 5\cdot(-19,75^2-405) =$

$= 5\cdot(-390,0625-405) = 5\cdot(-795,0625) =$

$= -3975,3125$, при $t = 19,75$, но t – цел. $\Rightarrow$ ближайш. к 19,75 цел. ч. это $\boxed{20}$

мин. знач. $= (20-19,75)^2 - 3975,3125 =$

$= 0,0625 - 3975,3125 = -3975,25$

$$\begin{array}{r} \times\ 19,75 \\ 19,75 \\ \hline 9875 \\ 13825 \\ 17775 \\ 1975 \\ \hline 390,0625 \end{array}$$

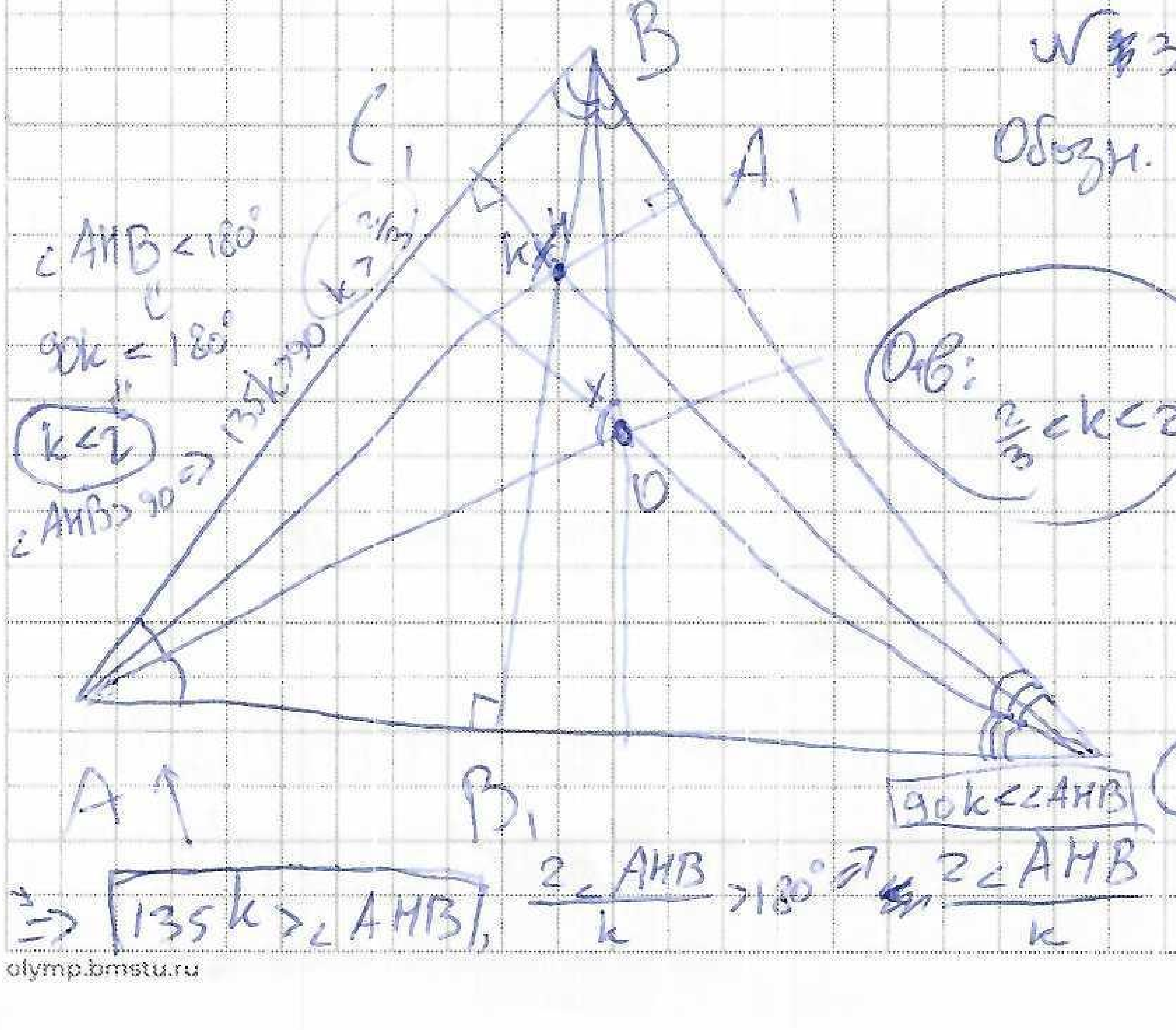
$$\begin{array}{r} \times\ 795,0625 \\ 5 \\ \hline 3975,3125 \end{array}$$

Макс. знач. $0,001(2025+197,5t-5t^2) =$

$= 0,001\cdot(-(-3975,25)) = 3,97525$ тыс. руб.

Ответ: макс. стоимость будет на 20 день и рав. 3,97525 тыс. руб.

№3



Обозн. уг. AOB за $x \Rightarrow \angle AHB = kx$

$0,5\angle A + 0,5\angle B = 180 - x$

$\angle A + \angle B = 360^\circ - 2x$

$\angle ACB = 180^\circ - 360^\circ + 2x = 2x - 180^\circ$

$x = \frac{\angle AHB}{k} \Rightarrow \angle ACB = \frac{2\angle AHB}{k} - 180^\circ$

Отв: $\frac{2}{3} < k < 2$

$\Rightarrow \boxed{135k > \angle AHB}$, $\frac{2\angle AHB}{k} > 180^\circ \Rightarrow \frac{2\angle AHB}{k} - 180^\circ < 90^\circ \Rightarrow \frac{\angle AHB}{k} < 135^\circ$