Задача 6.

Шестого числа, т.е. через 5 дней, стоимость материалов была равна ~~$\frac{1{,}75}{2}$ части от изначальной суммы. Стоимость через n дней вычисляется как: $S=\left(1+\frac{k}{100}\right)^n\cdot S_0$, где S_0 — изначальная стоимость, k — численное значение прибыли в процентах. То есть $1{,}75=\left(1+\frac{k}{100}\right)^5\cdot \frac{2}{2}$ $7/8=\left(1+\frac{k}{100}\right)^6$~~

1,75р. Значит каждый день Она снижается на $\frac{(2-1{,}75)}{5}=0{,}05$ т.р. $=50$ рублей.

Тогда цена в день t равна $c(t)=2000-50(t-1)$ рублей.

Тогда стоимость комплекта равна $c(t)\cdot k(t)=(1+0{,}08t)(2000-50(t-1))=$

$=(1+0{,}08t)(2050-50t)=2050-50t+164t-4t^2=2050+114t-4t^2$

Чтобы цена была меньше изначальной, $114t\leq 4t^2 \Leftrightarrow 57(2t)<(2t)^2$, $2t>57\Rightarrow t$. Таким образом минимальная цена будет на 30 день, и равна $2050+3420-3600=2050-180=1870$ р. Чтобы посчитать итоговую цену, умножим это на $40\cdot 25\%=10$.

Ответ: 18700 рублей, на 30-й день.

Задача ~~3~~ 4

Пусть $k = a^2$ ($k \geq 0$). Тогда

$y_1 = k + 0{,}2 - |x|$

$y_2 = \frac{-x}{5} - 1{,}8 = -0{,}2x - 1{,}8$.

~~Рассмотрим~~ Так как $|x|$ стоит без коэффициента, угол y_1 в точке 0 составит 90^0. (т.к. если $x > 0$, $y_1 = -x + b$, $\arctan(\frac{d}{dx}(-x+b)) = -45^0$;
если $x < 0$, $y_1 = x + b$; $\arctan(\frac{d}{dx}(x+b)) = 45^0$. $45^0 - (-45^0) = 90^0$).

Значит образовавшийся треугольник всегда будет прямоугольным.

Найдём координаты точек пересечения:

Для $x > 0$, $k + 0{,}2 - x = -0{,}2x - 1{,}8 \Rightarrow 0{,}8x - k = 2 \Rightarrow x_I = 2{,}5 + 1{,}25k$

$x < 0$, $k + 0{,}2 + x = -0{,}2x - 1{,}8 \Rightarrow 1{,}2x + k = -2 \Rightarrow x_{II} = -1\frac{2}{3} - \frac{5}{6}k$

По x можно найти сторону: (если смотреть на проекции на абсциссу и ординату, поскольку угол наклона 45^0, получаем р/б тр. $45^0 - 90^0 - 45^0$, т.е. катеты равны, а по теореме пифагора гипотенуза будет $\sqrt{2}\cdot$катет; поскольку сторона начинается в $x = 0$, гипотенуза будет $|x|\sqrt{2}$). Тогда площадь равна

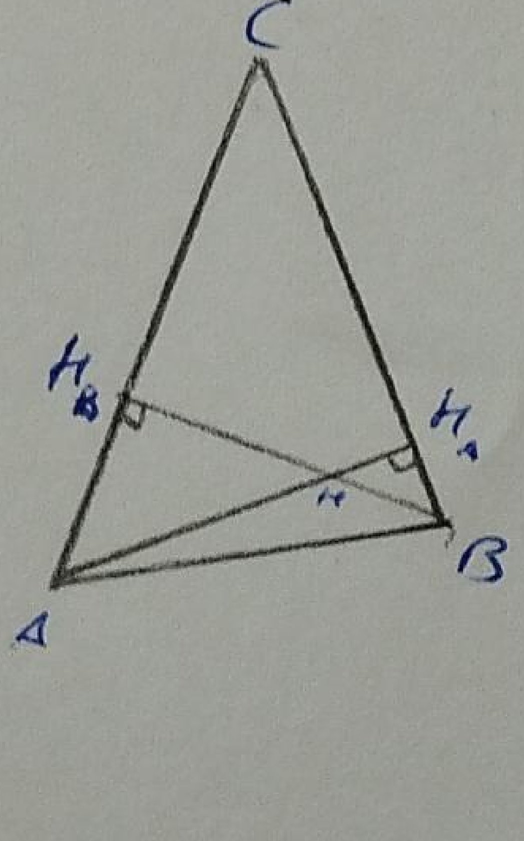
$\frac{1}{2}\sqrt{2}x_I\sqrt{2}x_{II} = \frac{1}{2}(2{,}5 + 1{,}25k)\sqrt{2}(1\frac{2}{3} - \frac{5}{6}k)\sqrt{2} = (\frac{1}{2}\cdot 2)(\frac{25}{6} + \frac{50}{12}k + \frac{25}{24}k^2) = \frac{25}{6} + \frac{50}{12}k + \frac{25}{24}k^2$

Видим, что площадь увеличивается от k, поскольку $k \geq 0$, $S \geq \frac{25}{6}$.

$S = \frac{25}{6}$ при $k = 0$, $\Rightarrow a = 0$.

Ответ: $a = 0$, $S = 4\frac{1}{6}$

Задача 3.



Пусть $\alpha = \angle CAB$, $\beta = \angle CBA$.

Тогда $\angle ABH_B = 90^0 - \alpha$, (по св. пр. тр)

$\angle BAH_A = 90^0 - \beta$.

В треугольнике AHB, $\angle ABH \equiv \angle ABH_B$,

$\angle BAH \equiv \angle BAH_A$.

Тогда $\angle AHB = 180^0 - \angle ABH - \angle BAH = 180^0 - (90^0 - \alpha) - (90^0 - \beta) = \alpha + \beta$.

$C = 180^0 - (\alpha + \beta) \Rightarrow C = 180^0 - \angle AHB$.

Центр вписанной окружности лежит на точке пересечения медиан. Тогда при $\lim_{C \to 0}$, $\angle AHB \to 180^0$, $\angle AOB \to 0^0$. $\Rightarrow \frac{\angle AOB}{\angle AHB} \to 0$

При $\lim_{C \to 90^0}$, $\angle AHB \to 90^0$. Наибольшие медианы достигаются в р/б тр.

Тогда, применяя немного геометрии увидим что $\angle AOB = 2\arctan(3)$

Ответ: $\angle ACB = 180^0 - \angle AHB$; $k \in (0; \frac{2\arctan 3}{90})$

Задача 2.

$$16-4|3-x|^2-(x-3)^2(4-(x-3)^2)=(x^2-6x+9)^2$$

Заметим, что так как $(-a)^2 \Leftrightarrow a^2$, $|3-x|^2 \Leftrightarrow (3-x)^2 \Leftrightarrow (x-3)^2$.

$x^2-6x+9=(x-3)^2$. Получим:

$$16-4(x-3)^2-(x-3)^2(4-(x-3)^2)=(x-3)^4$$

Пусть $y=(x-3)^2$. Заменим в полученном уравнении все $(x-3)^2$ на y:

$$16-4y-y(4-y)=y^2$$

$$16-4y-4y+y^2=y^2$$

$$16-8y=0$$

$$8y=16$$

$$y=2$$

$$y=(x-3)^2$$

$$(x-3)^2=2$$

$$x-3=\pm\sqrt{2}$$

$$x=3\pm\sqrt{2}$$

Ответ: $3\pm\sqrt{2}$

Задача 1.

Пусть осталось 2 участника. Тогда если предлагающий согласится, то второй никак не может повлиять на исход ситуации: $\overset{\vee}{10}-\overset{\times}{0}$: $\vee$ ($\vee$ - вердикт). Тогда, когда останется 3 участника если последнему дадут хотя бы 1, он согласится (иначе он получит 0, как описано ранее). То есть для предлагающего оптимальным будет: $\overset{\vee}{9}-\overset{\times}{0}-\overset{\vee}{1}$: $\vee$. Наконец рассмотрим для четырёх акционеров. Чтобы акционер согласился ему нужно дать хотя бы на 1 больше, чем в акции на 3 человека. Т.е. для второго это 10, для третьего - 1, для четвёртого - 2. Нужно, чтобы согласился хотя бы 1 из оставшихся, так как если не согласны 2 из 4, их меньше половины. Тогда получается такая расстановка: $\overset{\vee}{9}-\overset{\times}{0}-\overset{\vee}{1}-\overset{\times}{0}$: $\vee$

Если же кто-то не согласен, события будут: $9-\overset{\times}{0}-\overset{\vee}{1}-\overset{\times}{0}$, $9-0-1$, $10-0$. Как видим, если те кто должны согласиться не согласятся, они потеряют акции.

Ответ: $9-0-1-0$.