Задача №2.

$$16-4(3-x)^2-(x-3)^2(4-(x-3)^2)=(x^2-6x+9)^2,$$

Пусть $(x-3)^2=t$. Тогда получим:

$16-4t-t(4-t)=t^2,$

$16-4t-4t+t^2=t^2,$

$16-8t=0,$

$-8t=-16,$

$t=2.$

Тогда

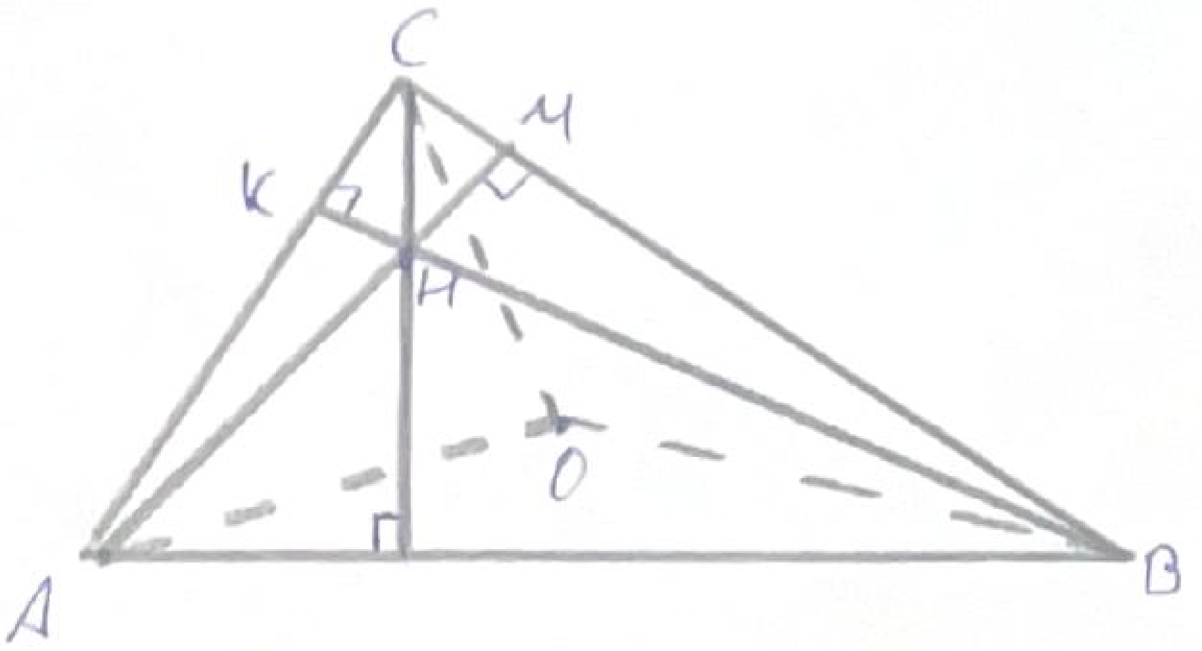
$(x-3)^2=2,$

$x-3=\pm\sqrt{2},$

$x=3\pm\sqrt{2}.$

Ответ: $3\pm\sqrt{2}.$

Задача №3.



$\angle AOB = k \cdot \angle AHB$.

Пусть ~~$\angle AH$~~ $\angle AHB = \beta$. Тогда

$\angle AOB = k \cdot \beta$.

Из KHMC:

$\angle KHB = 180^\circ - \angle C$ (вертик.)

AO и BO - биссектрисы. Следовательно

$\angle AOB = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle C) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle C$.

$k \cdot \beta = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ + \frac{1}{2}(180^\circ - \beta)$,

$k \cdot \beta = 180^\circ - \frac{1}{2}\beta$,

$\beta \cdot \frac{2k+1}{2} = 180^\circ$,

$\beta = \frac{360^\circ}{2k+1}$. Тогда

$\angle ACB = 180^\circ - \beta = 180^\circ - \frac{360^\circ}{2k+1} = \frac{360^\circ k - 180^\circ}{2k+1} = 180^\circ \cdot \frac{2k-1}{2k+1}$.

Так как $0^\circ < \angle ACB < 180^\circ$, то

$0^\circ < 180^\circ \cdot \frac{2k-1}{2k+1} < 180^\circ$,

$0 < 2k - 1 < 2k+1$,

$k > \frac{1}{2}$.

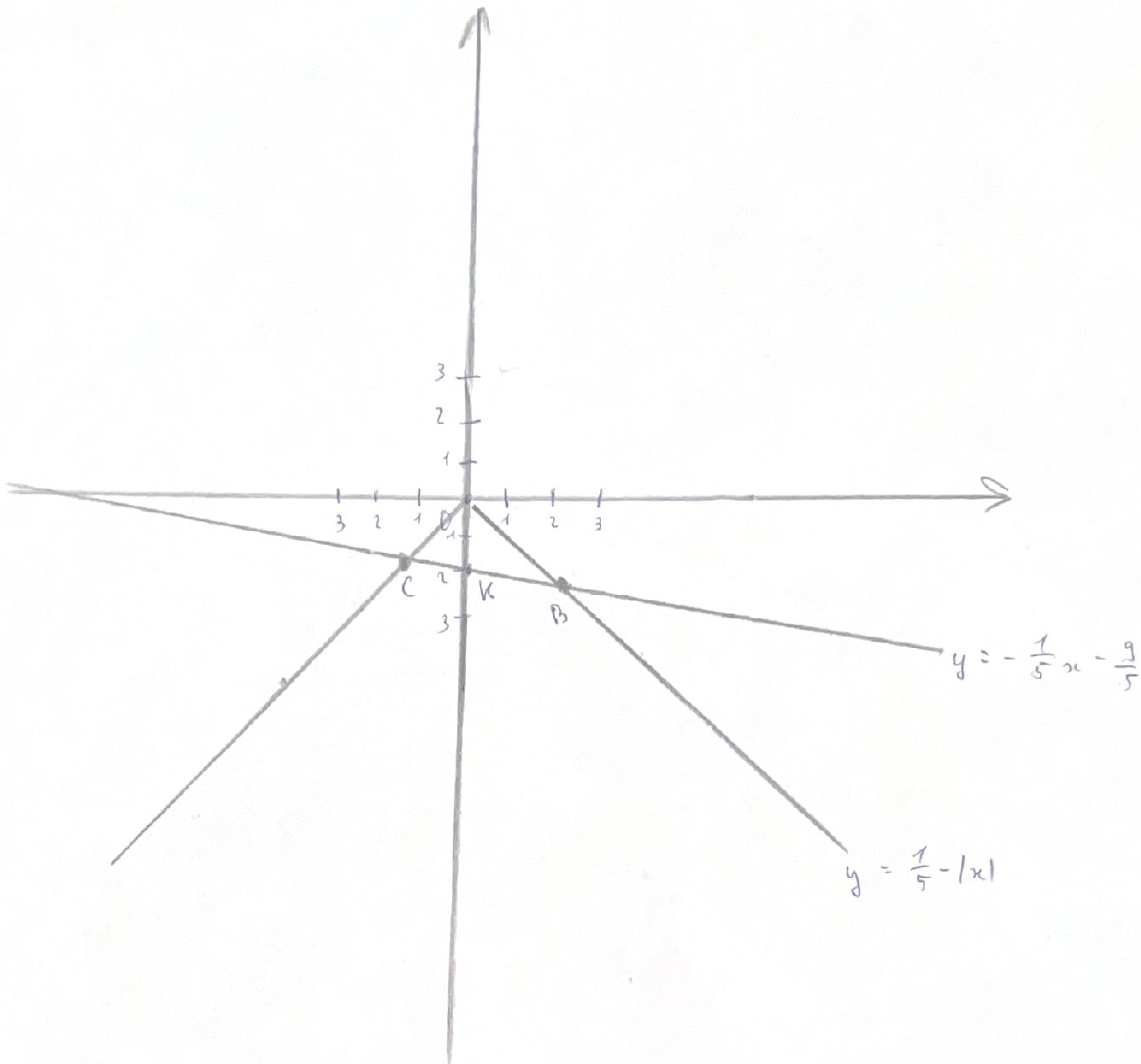
Значит, k может принимать значения $k > \frac{1}{2}$.

Ответ: $k > \frac{1}{2}$.

Задача н.4 (лист 1)

$y = a^2 + \frac{1}{5} - |x|$; $\qquad 5y + x = -9,$

$y = -\frac{1}{5}x - \frac{9}{5}.$



$K(0; -\frac{9}{5})$

$A(0; a^2 + \frac{1}{5})$

Искомая фигура: $\triangle ABC$.

$S_{ABC} = S_{ACK} + S_{ABK}$

Задача №4 (лист 2)

Заметим, что график функции $y = a^2 + \frac{1}{5} - |x|$ поднимается по оси OY при увеличении $|a|$

$-\frac{1}{5}x - \frac{9}{5} = a^2 + \frac{1}{5} - |x|;$

При $x \geq 0$:

$-\frac{1}{5}x - \frac{9}{5} = a^2 + \frac{1}{5} - x,$

$\frac{4}{5}x = a^2 + 2,$

$4x = 5a^2 + 10,$

$x = \frac{5a^2+10}{4}$

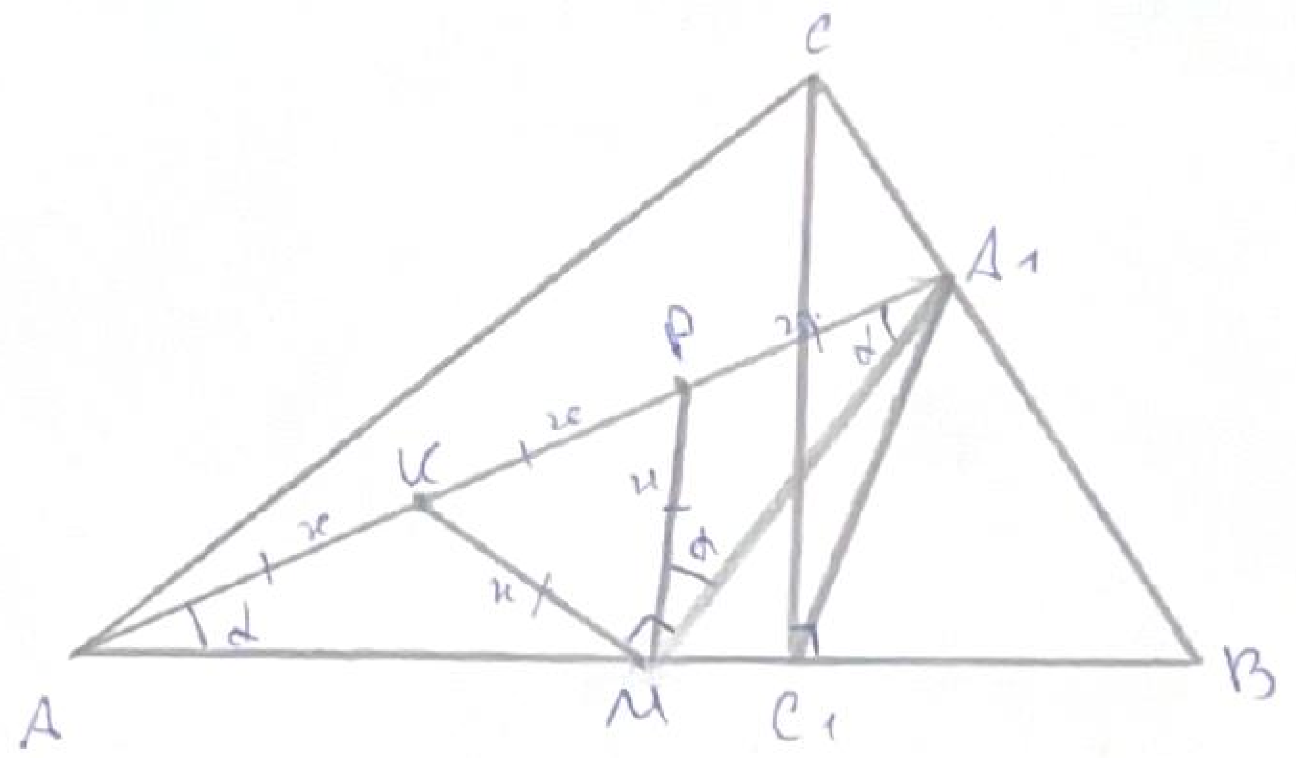
$y = -\frac{1}{5} \cdot \frac{5a^2+10}{4} - \frac{9}{5} = -\frac{a^2+2}{4} - \frac{9}{5}.$

$B\left(\frac{5a^2+10}{4}; -\frac{a^2+2}{4} - \frac{9}{5}\right).$

При поднятии графика AK и KB увеличиваются. Значит, и площадь S_{AKB} увеличивается. Аналогично можно рассмотреть (.) C и $\triangle AKC$. Получим, что площадь S_{ABC} становится больше. Значит, минимальная площадь при $a = 0$.

Ответ: $a = 0$.

Задача №5.



Проведём MP – медиану в $\triangle KMA_1$

A_1M – медиана в $\triangle AA_1B$ => $A_1M = MA = MB$ (по св-ву)

$\triangle AMA_1$ – р/б => $\angle MAA_1 = \angle MA_1A = \alpha$.

$MP = PA_1 = KP$ (по св-ву).

Т.к. $AK : KA_1 = 1:2$, то $AK = KP = PA_1 = x$.

Т.к. $AM = MA_1$, то $\triangle AKM = \triangle A_1PM$ (по двум сторонам и углу между ними)

Значит, $PM = KM$ => $\triangle KPM$ – правильный,

$\angle KPM = 2\alpha$ (внешний в $\triangle MPA_1$) => $\alpha = 30^\circ$.

$\angle AC_1C = \angle AA_1C = 90^\circ$ => AC_1A_1C – вписанный. Тогда

$\angle AC_1A_1 = 180^\circ - \angle C = \angle A_1C_1B$.х.

Значит, $\triangle A_1BC_1 \sim \triangle ABC$ (по двум углам).

$\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{A_1B}{AB} = \sin\alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ => $A_1C_1 = \frac{AC}{2} = 7$.

Ответ: 7.

Задача. №6.

1ого числа стоимость равна 2 тыс. руб.

6ого числа стоимость равна 1,75 тыс. руб.

Значит, цена уменьшается на $\frac{2-1,75}{5}=0,05$ тыс. руб/день.

Пусть t - номер дня. Тогда в любой день цена равна

$2-0,05(t-1)$ (руб.).

Стоимость комплекта равна:

$S=(1+0,08t)(2-0,05(t-1))=(1+0,08t)(2,05-0,05t)=$

$=2,05+0,164t-0,05t-0,004t^2=$

$=2,05+0,114t-0,004t^2=0,004(512,5+28,5t-t^2)$

S принимает наибольшее значение при:

$t_{вер.}=\frac{-28,5}{-2}=14,25.$

Так как t - номер дня, то найдём

$S(15)=0,004(512,5+28,5\cdot15-15^2)=2,86.$

$S(14)=0,004(512,5+28,5\cdot14-14^2)=2,862.$

$S(14)>S(15)$, значит на 14ый день стоимость комплекта наибольшая.

$2,862\cdot40\cdot1,25=143,1$ (тыс. руб.)

Ответ: 143,1 тыс. руб.