Лист 1

№2 (вариант 1)

$$1-|x-2|^2-(2-x)^2\left(1-(x-2)^2\right)=\left(x^2-4x+4\right)^2$$

$$|x-2|^2=(x-2)^2,\quad (2-x)^2=(x-2)^2,\quad (x^2-4x+4)=(x-2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1-(x-2)^2-(x-2)^2\left(1-(x-2)^2\right)=\left((x-2)^2\right)^2$$

Сделаем замену $a=(x-2)^2$:

$$1-a-a(1-a)=a^2$$

$$1-a-a+\cancel{a^2}=\cancel{a^2}$$

$$1-2a=0$$

$$2a=1$$

$$a=\frac{1}{2}$$

$$(x-2)^2=\frac{1}{2}$$

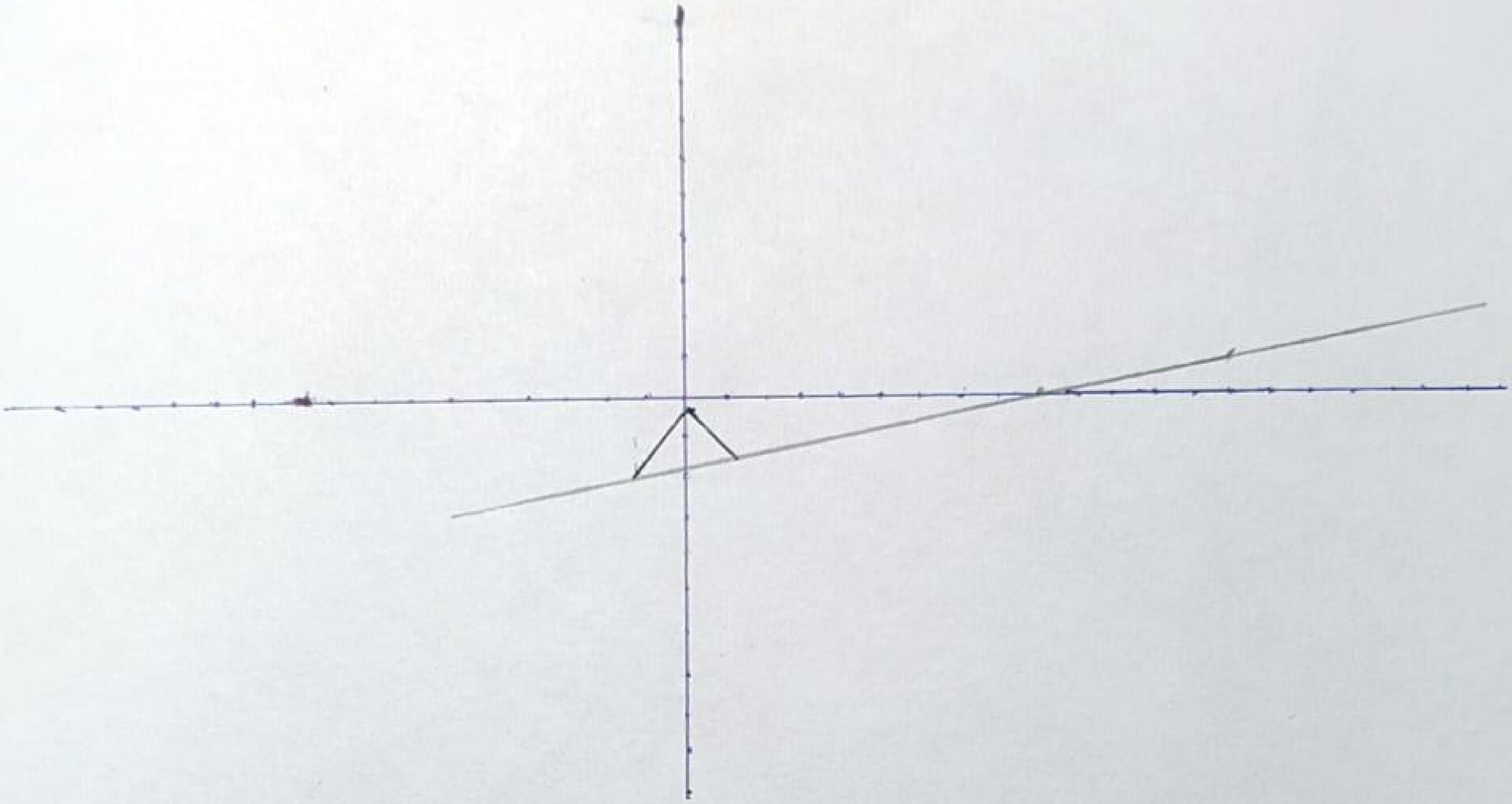
$$x-2=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x=2\pm\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}\pm 1}{\sqrt{2}}$$

Ответ: $x=\dfrac{2\sqrt{2}\pm 1}{\sqrt{2}}$

№4 (вариант 1) Лист 2

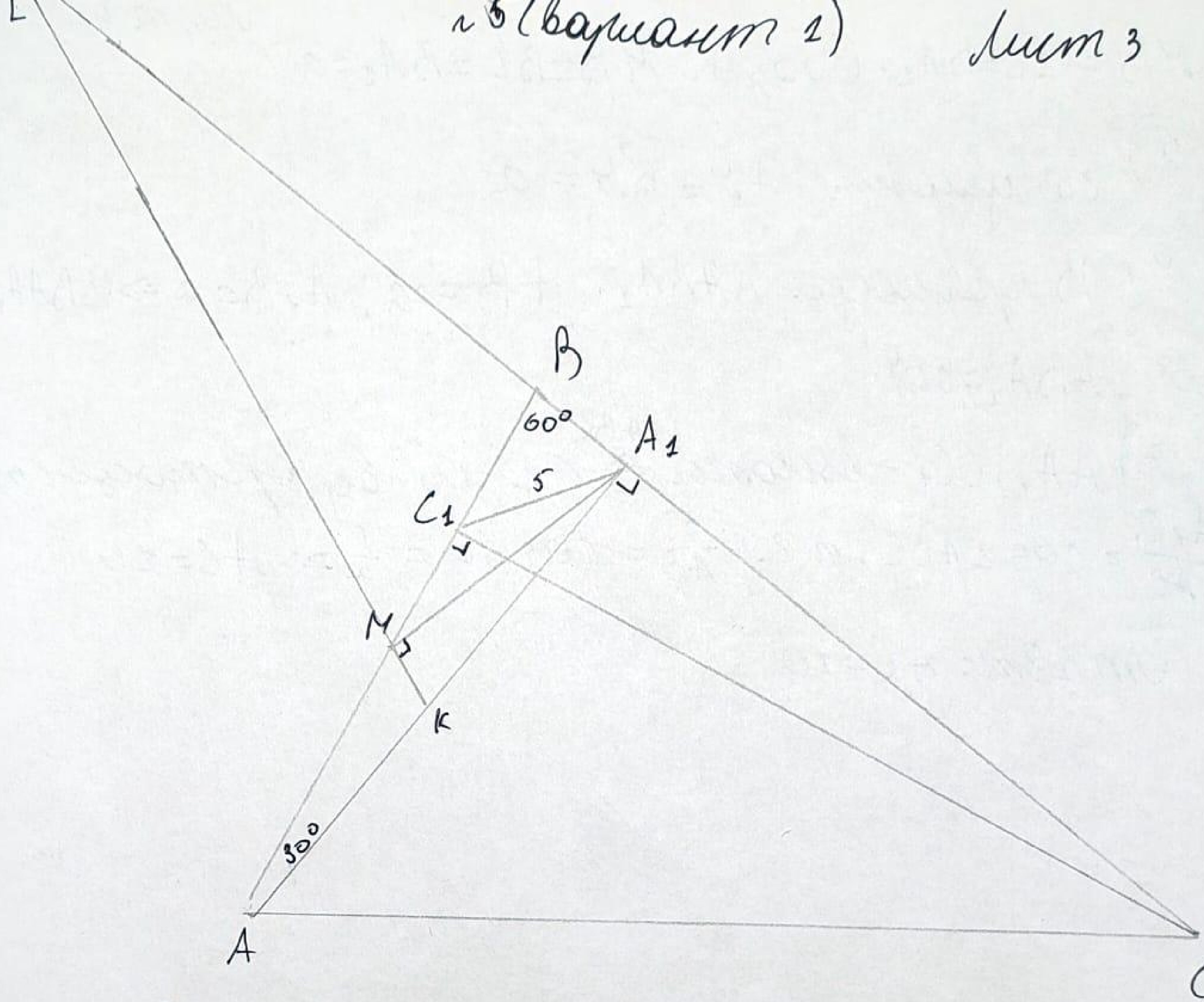
Рассмотрим графики функций $y = -\frac{1}{5} - |x|$ и $5y - x = -9$:



Карандашом − $5y - x = -9$

Черной ручкой − $y = -\frac{1}{5} - |x|$

Если к функции $y = -\frac{1}{5} - |x|$ добавить ~~квадрат~~ a^2, где $a \neq 0$, то график функции поднимется и фигура ограниченная графиками увеличится, как и её площадь. Но мы хотим добиться наименьшей площади $\Rightarrow a = 0$.



1) Продлим KM за M и CB за B до пересечения. Пусть L-точка их пересеч.

2) По т. Менелая в $\triangle ABA_1$ при сек. KM:

$$\frac{A_1K}{KA}\cdot\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BL}{LA_1}=1$$

По условию $\frac{A_1K}{KA}=2$, $\frac{AM}{BM}=1$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\cdot 1\cdot\frac{BL}{LA_1}=1$$

$$\frac{BL}{LA_1}=\frac{1}{2}\Rightarrow BL=BA_1$$

3) $BL=BA_1 \Rightarrow B$ - середина $A_1L \Rightarrow$ в $\triangle A_1ML$ MB - медиана.

4) $\angle A_1ML=90^\circ$ (т.к. $\angle A_1MK=90^\circ$), MB-мед. в $\triangle A_1ML \Rightarrow$

$\Rightarrow MB = BL = BA_1$. Обозн. $MB = BL = BA_1 = a$

5) По условию $AM = BM = a$

6) В прямоуг. $\triangle ABA_1$. $AB = 2a$, $A_1B = a \Rightarrow \angle BAA_1 = 30^\circ$, $\angle ABA_1 = 60^0$

7) AA_1, CC_1 - высоты в $\triangle ABC$ $\Rightarrow$ по св-ву ортоцентра.

$\frac{A_1C_1}{AC} = \cos\angle ABC$, т.е. $\frac{5}{AC} = \cos 60 = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 10$

Ответ: $AC = 10$

№6 (вариант 1) Лист 5

Пусть $a(t)$ - стоимость материалов на t-м дне. Она будет иметь вид: $a(t) = c - x(t-1)$ где c - начальная стоимость, x - уменьшение цены каждый день. По условию $c = 1975$, а $a(7) = 1675$, т.е.

$a(7) = 1975 - x(7-1) = 1975 - 6x = 1675$

$6x = 1975 - 1675 = 300$

$x = 50$

Значит $a(t) = 1975 - 50(t-1)$

Пусть $f(t)$ - стоимость одного комплекта на дне t. По условию $f(t) = a(t) \cdot k(t)$. Партия состоит из 40 комплектов, при оформлении заказа стоимость партии увеличивается на 20% $\Rightarrow$ на дне t, стоимость заказа будет равна $f(t) \cdot 40 \cdot 1{,}2 = f(t) \cdot 48 \Rightarrow$ для максимизации стоимости заказа нужно максимизировать $f(t)$ на участке $t \in [1;30]$, где $t \in N$.

$f(t) = a(t) \cdot k(t)$

$\cancel{f(t) = (1975 - 50t) \cdot (1 + 0{,}1t)}$

$\cancel{f(t) = 1975 - 50t + 197{,}5t}$

$f(t) = (1975 - 50(t-1)) \cdot (1 + 0{,}1t)$

$f(t) = (1975 - 50t + 50) \cdot (1 + 0{,}1t)$

$f(t) = (2025 - 50t)(1 + 0{,}1t)$

$f(t) = 2025 - 50t + 202{,}5t - 5t^2$

$f(t) = -5t^2 + 152{,}5t + 2025$

Лист 6

График полученной функции $f(t)$ - парабола с ветвями вниз ⇒ её макс. значение находится в её вершине. Найдём t вершины:

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{-152,5}{2 \cdot (-5)} = \frac{-152,5}{-10} = 15,25$$

По условию t - ~~...~~ ч.н., ближайшее натуральное знач. к $15,25$ - $t = 15$. Подставим его в функцию:

~~f(t)~~

$$f(15) = -5 \cdot 15^2 + 152,5 \cdot 15 + 2025 = -5 \cdot 225 + 152,5 \cdot 15 +$$

$$+ 2025 = -1125 + 2287,5 + 2025 = 3187,5$$

Значит макс. стоимость комплекта ~~...~~ 3187,5 рублей. Найдём стоимость оформления заказа на партию в этот день:

$$3187,5 \cdot 40 \cdot 1,2 = 3187,5 \cdot 48 = 153\,000$$ рублей.

Ответ: на 15 день, 153 000 рублей.