



Для  
билета

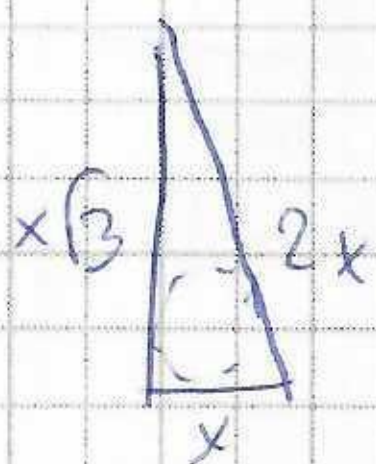


Вариант задания

2

Лист работы 1 из 4

Задача 3 продолжение



$$3 - \sqrt{3} = \frac{x(1 + \sqrt{3} - 2)}{2} = \frac{x(\sqrt{3} - 1)}{2}, \text{ отсюда}$$

$$x = \frac{2(3 - \sqrt{3})}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} = 2\sqrt{3}$$

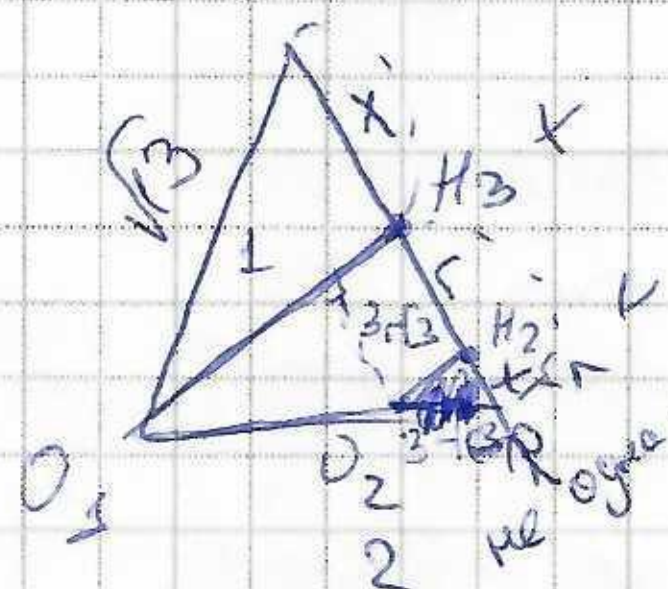
2)  $BH_1 = BH_2$  (отрезки кас-ых), отсюда

$$BH_1 = x - \Gamma_{\text{впис}} = 2\sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3$$

3) Вспомогат. это опис-окр касается ка

ждо сер-пер. к СВ, АС, АВ, отсюда

$H_3$  - середина СВ. полагая картинку. Р.С.



$$H_3H_2 = x - r + r = x$$

$O_1H_3$  по т. Пифагора

$$O_1C^2 = CH_3^2 = 13 - 12 = 1$$

$O_1O_2$  по т. Пифагора

$$1^2 + (2 - \sqrt{3})^2 + (3 - \sqrt{3})^2 = 1 + 4 - 4\sqrt{3} + 3 + 9 - 6\sqrt{3} + 3 =$$

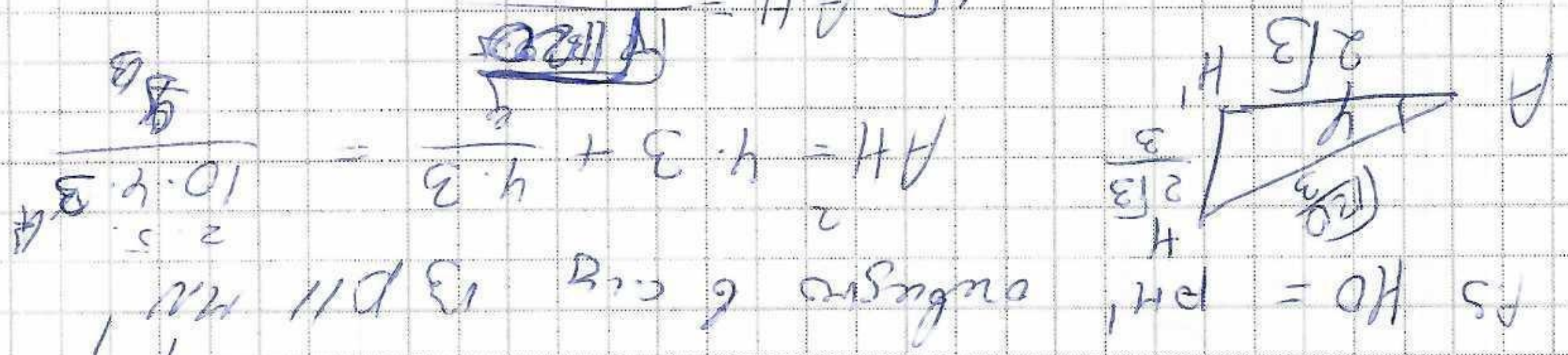
$$19 - 10\sqrt{3}, \text{ т.е. } O_1O_2 = \sqrt{19 - 10\sqrt{3}} \text{ - ответ.}$$





$S_{AMLN} = 13\sqrt{3} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{13 \cdot 120} = \sqrt{1560}$   
 $S_{AMLN} \cdot \cos \varphi = 13\sqrt{3}$   
Отсюда:  $\frac{13\sqrt{3}}{6}$

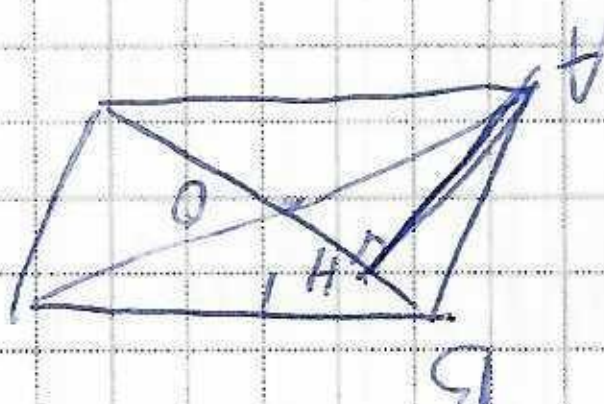
т.е.  $\cos \varphi = \frac{6\sqrt{3}}{120} = \frac{1}{20}$   
Отсюда



$S_{AMCD} = \sqrt{13} \cdot 4\sqrt{13} \cdot \frac{1}{2} = 26\sqrt{3}$   
т.е.  $AH' = 13\sqrt{3}$   
 $\frac{BO}{\frac{1}{2} S_{AMCD}} = \frac{6.5}{\frac{1}{2} \cdot 26\sqrt{3}}$

$BO \cdot AH' = \frac{1}{2} S_{AMCD}$   
 $BO \cdot 13\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 26\sqrt{3}$   
 $BO = 1$

По теореме Пифагора для  $\triangle ABO$  -  
 $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}$



и  $\angle A H' B = \angle H A H'$  (как углы при вершине)  
и  $\angle A H' B = \angle H A H'$  (как углы при вершине)

Значит  $\triangle A H' B \sim \triangle H A H'$   
по двум углам.  
Тогда  $\frac{AH'}{AH} = \frac{AB}{AH'}$   
 $\frac{1}{13\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{15}}$   
отсюда  $\sqrt{15} = 4 \cdot 13\sqrt{3} = 52\sqrt{3}$   
Значит  $\sqrt{15} = 52\sqrt{3}$   
или  $15 = 52^2 \cdot 3 = 8112$   
что неверно.





Вариант задания

2

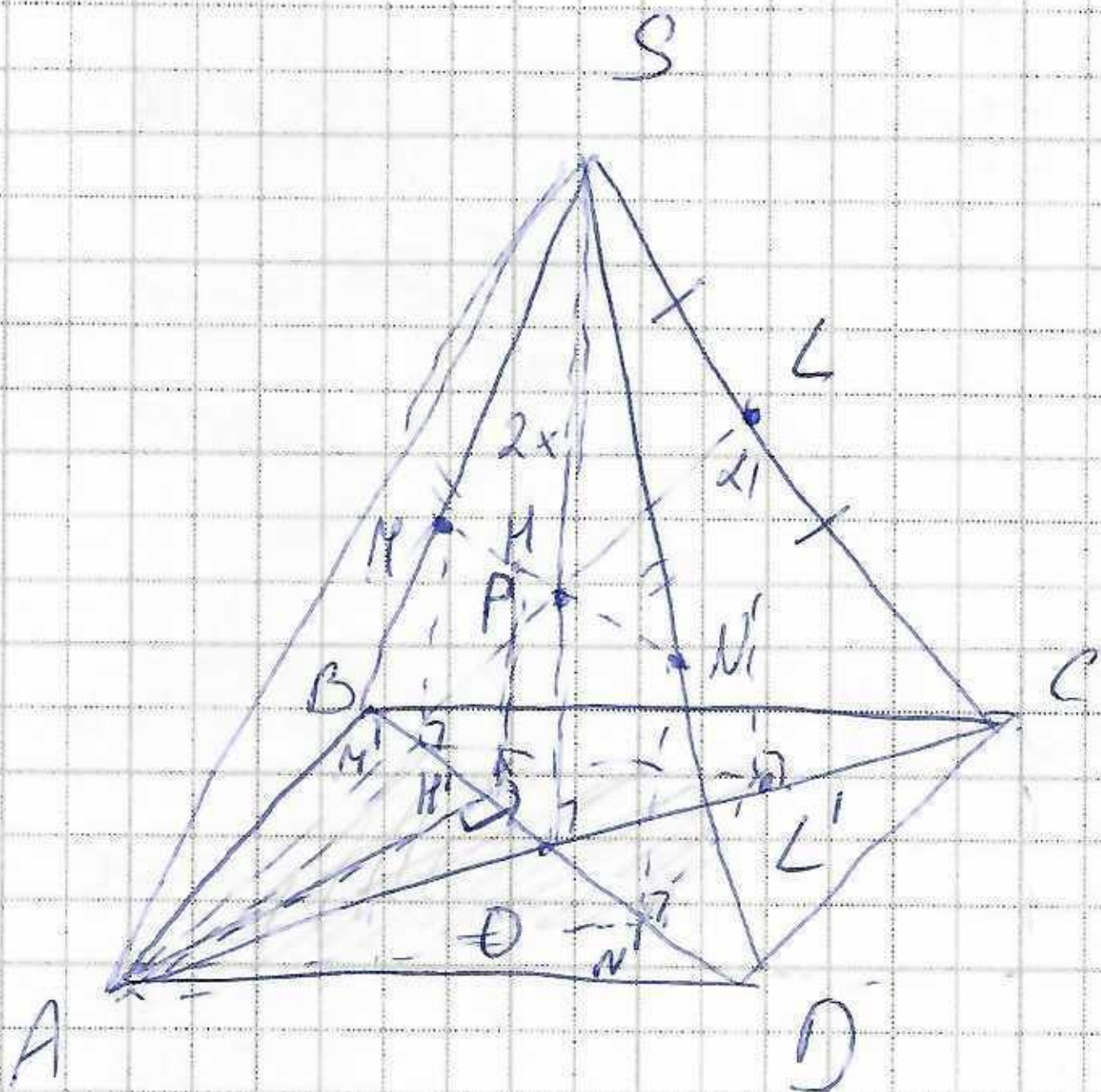
Лист работы

2 из 4

Задача

5

Стереометрия



Решение:

Заметим, что ввиду  
отношения  $\frac{SP}{PO} = 2$ ,  
Р - т. перес. медиан,  
а L - середина SC  
(в  $\triangle ASC$ ),  
отсюда APL - прямая.

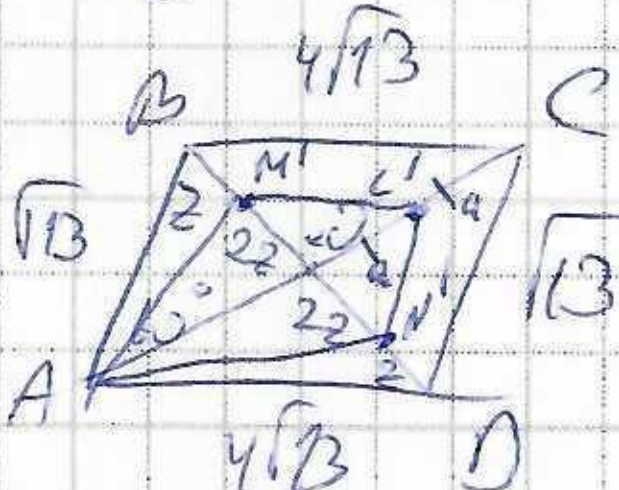
Т. Р и L  $\in$  п-ти  $\alpha$  сечения,  $\Rightarrow PL \in \alpha$ .

Но  $L \parallel BD$ , проведем MN  $\parallel BD$   
через Р, ока. точка  $\delta$  <sup>(из у-х пар-ти)</sup>  $\in \alpha$ , отсюда  
какая п-ть  $\alpha$  это AMLN. Воспользуемся

Теоремой об <sup>площади</sup> ортогональных проекциях \*

\*  $S_{проект} = S_{сеч} \cdot \cos \varphi$ , где  $\varphi$  - угол между п-ями

Опустив точки M, N, L на п-ть ABCD получим:



$$1) S_{BOC} = \frac{3z \cdot 2a \cdot \sin \alpha}{2} \quad S_{OM'L'} = \frac{2z \cdot a \cdot \sin \alpha}{2}$$
$$\frac{S_{OM'L'}}{S_{BOC}} = \frac{2z \cdot a \cdot \sin \alpha}{3z \cdot 2a \cdot \sin \alpha} = \frac{1}{3}, \text{ т.е.}$$

Р.з. (Соотн-я площадей) 2)  $S_{AM'O} = \frac{2}{3} S_{ABO}$   $\sum S_{AM'O, M'L'O} = S_{ABO}$   
через т. перес. + подобия  $\triangle BOC \sim \triangle ABO$





# Задача 1.

Гласных букв - О, А, У - 3 ш.  
Согласных - С, Б, З, К - 4 ш.

Будем считать от пр-ого:

1) Пусть 3 согл. подряд К, Ф, Б, А, З, У, У  

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & 3 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{Выбираем 4-ю согл. ш.} & & & & & \end{array}$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 96$$

2) Пусть 2 сл. подряд К, Ф, Б, А, З, У, У  

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 2 & 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{1-я сл. 2-я сл. 3-я сл. 4-я сл. 5-я сл. 6-я сл. 7-я сл.} & & & & & & \end{array}$$

$$3^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 1 = 576$$

Т.е. ответ:

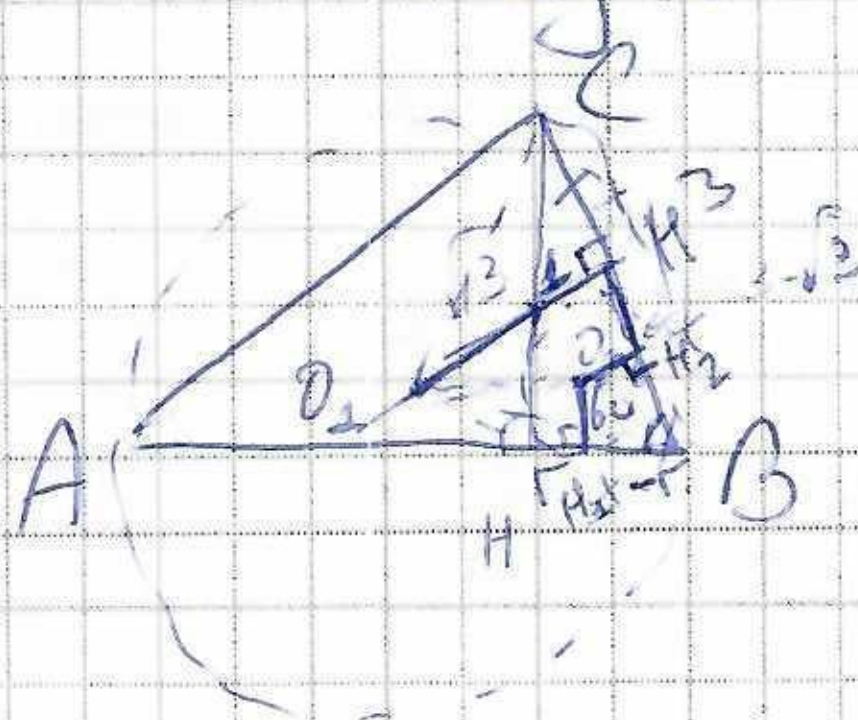
$$5040 - 864 = 4176$$

общее кол-во ш.

5040 - 864

Ответ: 4176

# Задача 3



Решение:

Опустим пр. точки  $O_1, O_2$  на прямую  $AB$

Из  $\triangle COH$  ( $\angle HCO = 30^\circ$ ) Пусть  $CB = 2x$   
 Тогда  $CH = x$ ;  $OH = x\sqrt{3}$   
 Используя это  $GO = \frac{x + x\sqrt{3} - 2x}{2}$





Вариант задания

2

Лист работы

3 из 4

Задача 2.

$P(t) = t^3 - 4t + 2$ ,  $x, y, z$  - корни. Согласно

куб. Т. Виета

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ xy+yz+xz=-4 \\ xyz=-2 \end{cases}$$

Найдём

$$x^2+y^2+z^2$$

Как известно,  $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2 + 2(xy+yz+xz)$   
0 -8

8

Заметим, что т.к.  $x, y, z$  - корни

то  $x^3 - 4x + 2 = 0$  выт, аналогично

для  $y, z$ .  $\begin{cases} x^3 = 4x - 2 \\ y^3 = 4y - 2 \\ z^3 = 4z - 2 \end{cases}$

Найдём

$$x^7+y^7+z^7$$

~~$$(x+y+z)(x^6+y^6+z^6) = x^7+y^7+z^7 + 2(x^6y+y^6z+z^6x)$$~~

~~$$\text{Получаем: } x^7+y^7+z^7 = -2(x^6y+y^6z+z^6x)$$~~

~~$$\text{Заметим 6-е степени: } (x^3)^2 = 16x^2 - 16x + 4.$$~~

~~$$x^7+y^7+z^7 = \underbrace{x \cdot (x^6)}_1 + \underbrace{y \cdot (y^6)}_1 + \underbrace{z \cdot (z^6)}_1 =$$~~

~~$$16x^3 - 16x^2 + 4x + 16y^3 - 16y^2 + 4y + 16z^3 - 16z^2 + 4z$$~~

~~$$= 16(x^3+y^3+z^3) - 16(x^2+y^2+z^2) + 4(x+y+z)$$~~

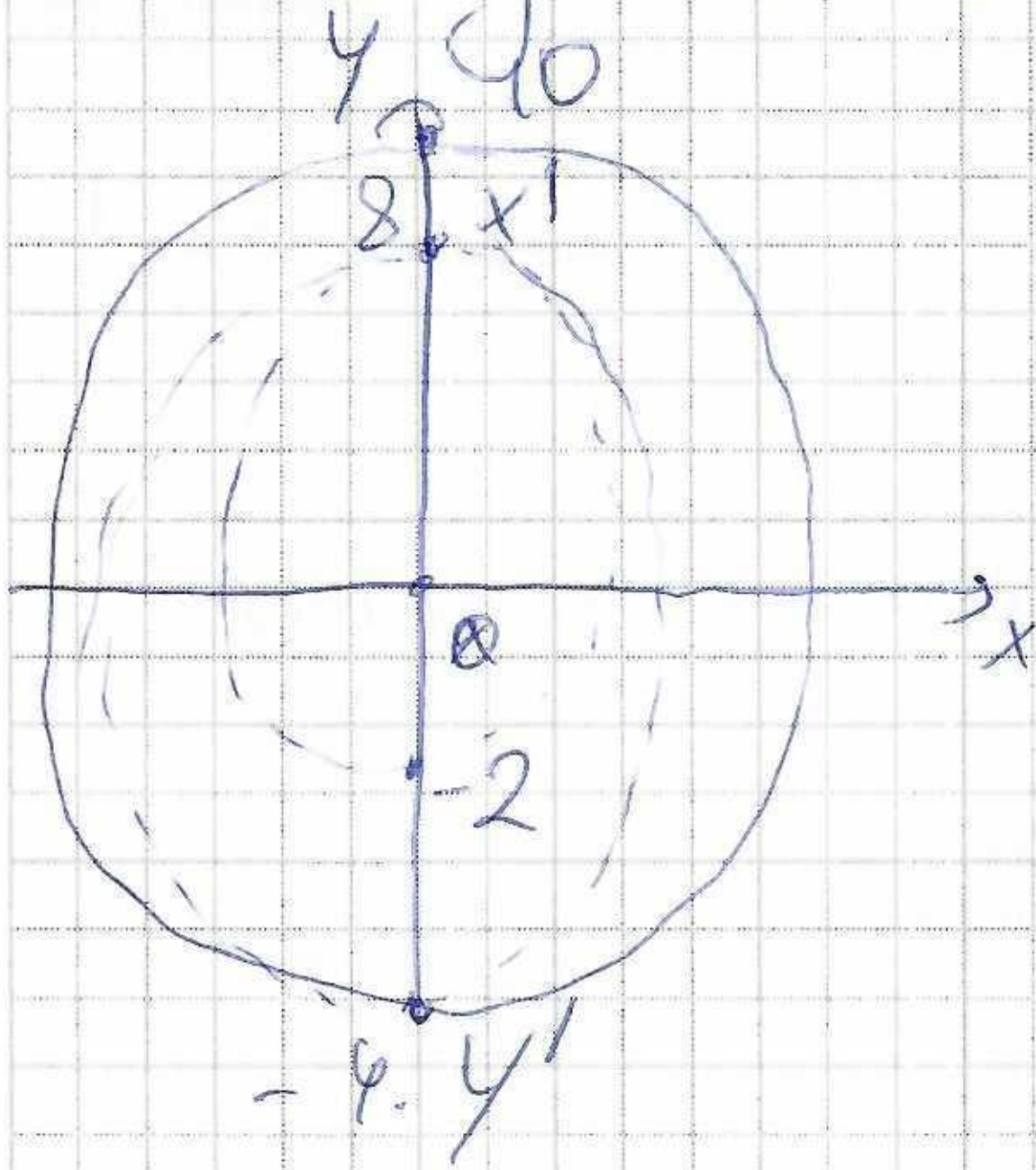
~~$$\frac{4}{2} \cdot 0 - 16 \cdot 8 = -128$$~~

$$\text{Ответ: } -96 - 16 \cdot 8 = -16 \cdot 14 = \boxed{-224}$$





# Задача 6. Ситуационная.



Малый эллипс

по условию имеет координаты.

$$1) 25x^2 + 16(y-3)^2 = 400$$

Большой эллипс

$$2) 49x^2 + 40(y-3)^2 = 1960$$

Посчитаем Т. пересечения

$x', y'$  для этого

подставим  $x=0$  в 1.)

$$(y-3)^2 = \frac{400}{16}, \text{ т.е. } (y-3) = \pm \frac{20}{4} = \pm 5.$$

$$y = 8; y = -2. \text{ Или нулями тогда с полн. коор. } (y_0), \text{ т.е. } x' = (0; 8).$$

Аналогично для 2)

$$(y-3)^2 = \frac{1960}{40}, \text{ т.е. } (y-3) = \pm 7, \text{ т.е.}$$

$$y = 10; y = -4.$$

ищем  $y < 0$

$$\begin{array}{r} 1960/4 \\ 16 \overline{) 1960} \\ 34 \end{array}$$

Подставим в ур-е эллипсов

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{для } (x=0; y=-4); (x=0; y=8) \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(-4-y_0)^2}{2^2} = 1 \\ \frac{(8-y_0)^2}{2^2} = 1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (4+y_0)^2 = 2^2 \\ (8-y_0)^2 = 2^2 \end{array} \right.$$

Доказано  
Дано верно

Приравняем:

$$(4+y_0)^2 = (8-y_0)^2$$

$$y_0 = 2 \leftarrow (4+y_0 - 8+y_0)/(4+y_0+8-y_0) = 0$$





Вариант задания

2

Лист работы

4 из 4

Продолжение 6.

Отсюда  $y_0 = 2$ ; тогда  $z^2 = 6^2$ , т.е.

$z = \pm 6$  Ответ:  $y_0 = 2, z = \pm 6$

у-е:  $\frac{x^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$

Пункт Б.

$$V = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}, \quad a = 7000 \text{ км} \quad \mu = \text{const.}$$

Скорость тем меньше, тем меньше  $\left( \frac{2}{r} - \frac{1}{7000} \right)$ , т.е. надо увеличивать  $r$ .

при  $r_{\max}$  :  $V_{\min}$ .

Т.к. по условию фокус эллипса расположен в начале координат (а начало как искать

координаты фокуса??), наибольшее расстояние

от центра достигается в верхней точке фокуса

а его мы уже

вычислили,  $r = 10000 \text{ км}$

Подставим в формулу

$$V = \sqrt{3.9 \cdot 10^5 \left( \frac{1}{5000} - \frac{1}{7000} \right)} \approx \sqrt{3.9 \cdot 10^5 \cdot \frac{2 \cdot 10^3}{35 \cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{7.8 \cdot 10^8}{35}} \approx 4.7 \cdot 10^2 \text{ м/с}$$



$$V = \sqrt{3,9 \cdot 10^5 \left( \frac{1}{5000} - \frac{1}{2000} \right)}$$



$$\frac{2 \cdot 10^3}{35 \cdot 10^3} = \frac{2}{35 \cdot 10^3}, \text{ Тс.}$$

$$V = \sqrt{3,9 \cdot 10^2 \cdot \frac{2}{35}} = \sqrt{\frac{390 \cdot 2}{35}} \frac{\text{км}}{\text{с}} \leftarrow \text{О, лет} : \sqrt{\frac{720}{35}} \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

~~2832~~

$$\frac{720}{35} \approx 22, \dots$$

