№1

Г - гласная

С - согласная

Приведем все расстановки согласных и гласных

ССГСГСГ

СГССГСГ

СГСГССГ

СГСГСГС

ГССГССГ

ГССГСГС

ГСГССГС

ГСГСГСС

В каждом случае мы можем поставить согласные $4! = 24$ способами, а гласные $3! = 6$ способами. Всего 8 способов

Значит, $6 \cdot 8 \cdot 24 = 1152$.

Ответ: 1152 способа

№2

$t^3 - 4t + 2$, По т. Виета:

$x + y + z = 0$

$xy + yz + zx = -4$

$xyz = -2$

$x^4 + y^4 + z^4 = (x^3 + y^3 + z^3)(x+y+z) -$
$- (x^2 + y^2 + z^2)(xy + yz + zx)$
$+ (x+y+z)(xyz) =$
$= 4(x^2 + y^2 + z^2)$

$x^7 + y^7 + z^7 = (x^6 + y^6 + z^6)(x+y+z) -$
$- (x^5 + y^5 + z^5)(xy + yz + zx) + (x^4 + y^4 + z^4)xyz =$
$= 4(x^5 + y^5 + z^5) - 2(x^4 + y^4 + z^4)$

$x^5 + y^5 + z^5 = (x^4 + y^4 + z^4)(x+y+z) -$
$- (x^3 + y^3 + z^3)(xy + yz + zx) + (x^2 + y^2 + z^2)xyz =$
$= 4(x^3 + y^3 + z^3) - 2(x^2 + y^2 + z^2)$

№2 продолжение

$$x^7+y^7+z^7=4\left(4(x^3+y^3+z^3)-2(x^2+y^2+z^2)\right)-8(x^2+y^2+z^2)=$$

$$=16(x^3+y^3+z^3)-16(x^2+y^2+z^2)$$

$$x^3+y^3+z^3=(x^2+y^2+z^2)(x+y+z)-(x+y+z)(xy+yz+zx)+3xyz=$$

$$=3xyz=-6$$

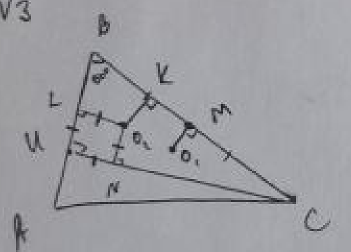
$$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(\cancel{xyz}\ xy+yz+zx)=$$

$$=8$$

$$x^7+y^7+z^7=16(-6-8)=224$$

Ответ: 224.

№3



K, L, N — точки касания вп. окр. со сторонами BC, BH, HC

HLO_2N — квадрат. (4 прямых угла, диагональ-биссектриса)

$$r=HN=p-BC=\frac{BH+HC-BC}{2}=\frac{\sqrt{3}-1}{4}BC=$$
$$=3-\sqrt{3}$$

как отр. касательных к вписан. окр.

$$BM=\frac{BC}{2}$$

$$O_1M=\sqrt{R^2-BM^2}=\sqrt{13-\frac{BC^2}{4}}$$

$$BK=p-CH=\frac{BH+BC-CH}{2}$$

$$O_1O_2=\sqrt{KM^2+(O_2K-O_1M)^2}$$

($BM>BK$, т.к. $CH>BH$)

$$KM=\frac{CH}{2}-\frac{BH}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}BC-\frac{1}{4}BC=\frac{\sqrt{3}-1}{4}BC=$$
$$=3-\sqrt{3}$$

№3 (продолж.)

$$\cancel{O_1O_2 = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{4}\right)^2 BC^2 + \left(\frac{\sqrt{3}-1}{4}\right)^2 BC^2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{4} BC = 3-\sqrt{3}$$

$$BC = \frac{12-4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

$$BC^2 = \frac{144-96\sqrt{3}+48}{3-2\sqrt{3}+1} = \frac{192-96\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} = \frac{96-48\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = 48$$

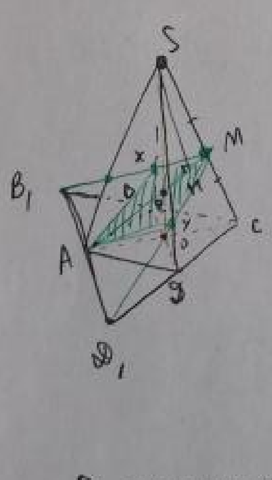
$$O_1M = 1$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(3-\sqrt{3})^2 + (2-\sqrt{3})^2} = \sqrt{9-6\sqrt{3}+3+4-4\sqrt{3}+3} =$$

$$= \sqrt{19-10\sqrt{3}}$$

Ответ: $\sqrt{19-10\sqrt{3}}$

№5



Применим обр. т. Менелая для $\triangle SOC$ и APM

$$\frac{CM}{MS} \cdot \frac{SP}{PO} \cdot \frac{AO}{CO} = 1 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow APM$$ на одной прямой.

Тогда нашим сечением будет пл. AXMY.

(X на SB, Y на SD).

Продлим MY до перес. с CD в т. D_1 (точка D_1 принадлежит плоскости основания и сечения)

Продлим MX до пере с CB в т. B_1 (точка B_1 принадлежит плоскости основания и сечения) и A принадлежит обеим плоскостям $\Rightarrow B_1, A, D_1$ — на одн. прямой.

Лист 3

№5 прод.

Заметим, что из параллельности BD и пл. сечения $B_1D_1 \parallel$ $\parallel BD$.

Т.к. $\frac{CO}{AC} = \frac{1}{2}$, то $CD = DD_1$ и $CB = BB_1$

Напишем т. Менелая для $\triangle CSD$ и D_1YM

$$\frac{CM}{MS} \cdot \frac{SY}{YD} \cdot \frac{DD_1}{D_1C} = 1$$

$$1 \cdot \frac{SY}{YD} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

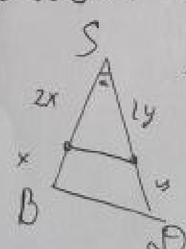
$SY = 2YD$, Аналогично $SX = 2XB$

Значит XPY – на одн. прямой

$$V(SAXMY) = V(SAXP) + V(SXPM) + V(SMDY) + V(SYPA) =$$

$$= \frac{4}{9} V(SABDC) \cancel{-\frac{1}{3} S_{ABD}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} V(SABD) = \frac{2}{3} V(SABDC)$$

(Т.к. $V(SMBD) = V(MBDC)$, а площадь $\triangle SXY$ в $\frac{4}{9}$ раза меньше, чем площадь SBD)



$S(SBD) = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot 3x \cdot 3y$

$S(SXY) = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot 2x \cdot 2y$

$$S(ABCD) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{13} \cdot 4\sqrt{13} =$$

$$= 26\sqrt{3}$$

Из асим. рисунка отн плоскости перп. AM и прох ч/з S.

Высота из S на сечение упадет на AM. $SH \perp AM$.

Лист 4

N 5 продолжение

ΔAOP и ΔPHS подобные по прямому и верт. углам

$\frac{PO}{PS} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cancel{\frac{AY}{SH} = \frac{1}{2}}$ $SO = 3\sqrt{3}$

$\cancel{SA}$ $V(SABCD) = 26 \cdot 9 \cdot \frac{1}{3}$

$V(SAXMY) = 2 \cdot 26$

$\frac{1}{3} Sh = V$

$\cancel{h = \frac{3V}{S} \Rightarrow}$

$S = \frac{3V}{h} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot 26 = 26\sqrt{3}$

Ответ: $26\sqrt{3}$