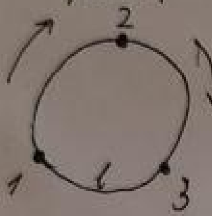
$\boxed{1}$

Сначала необходимо определиться с порядком нумерации и направлением их движения.

1) Пусть они движутся, как на рис. 1. Тогда:

рис. 1

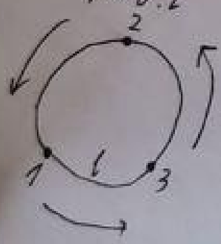


$\begin{cases} l=(v_1-v_2)\cdot 4 \\ 2l=(v_1-v_3)\cdot 5 \end{cases}$ ← время в минутах ; $\begin{cases} v_1-v_2=\frac{l}{4} \\ v_1-v_3=\frac{2l}{5} \end{cases}$ $\ominus$; $v_3-v_2=\frac{l}{4}-\frac{2l}{5}$;

$v_3-v_2=\frac{5l}{20}-\frac{8l}{20}<0$; т.е. $v_3<v_2$, но третий едет быстрее второго (по усл.); противоречие.

2) Тогда, пусть они движутся в обр. направлении (рис. 2)

рис. 2



Тогда:

$\begin{cases} l=(v_1-v_3)\cdot 5 \\ 2l=(v_1-v_2)\cdot 4 \\ \cancel{2l}\ l=(v_3-v_2)\cdot x \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{l}{2}=v_1-v_2 \\ \frac{l}{5}=v_1-v_3 \\ l=(v_3-v_2)\cdot x \end{cases}$; $\begin{cases} v_3-v_2=\frac{l}{2}-\frac{l}{5} \\ l=(v_3-v_2)\cdot x \end{cases}$;

$l=\left(\frac{l}{2}-\frac{l}{5}\right)\cdot x$; $x=\frac{l}{\frac{l}{2}-\frac{l}{5}}=\frac{l}{\frac{5l}{10}-\frac{2l}{10}}=\frac{l}{\frac{3l}{10}}=\frac{10l}{3l}=\frac{10}{3}$ (мин)

Переведу в секунды:

$x=\frac{10}{3}\cdot 60=\frac{600}{3}=200$ (с)

Ответ: 200 с.

$\boxed{2}$

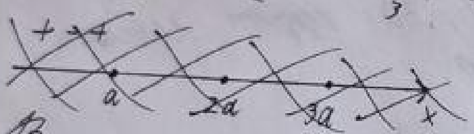
$|x-3a|+|2a-x|+|x-a|<3a$

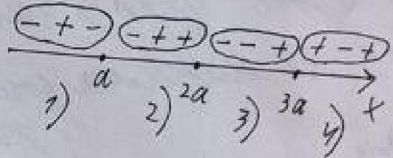
① Проанализирую a. Если $a \le 0$, то $3a \le 0$, что означает $|x-3a|+|2a-x|+|x-a|<3a\le 0$; $\overbrace{|x-3a|}^{\ge 0}+\overbrace{|2a-x|}^{\ge 0}+\overbrace{|x-a|}^{\ge 0}<0$, то есть ~~и~~ сумма неотр. чисел меньше нуля. Такого быть не может; противоречие

② Значит, $a>0$. Значит ~~$3a \ge 2a$~~ $a<2a<3a$.

Теперь посмотрю, как будут раскрываться модули.

$|\underset{1}{x-3a}|+|\underset{2}{2a-x}|+|\underset{3}{x-a}|<3a$





В данной схеме:

знак раскрытия 3-го модуля $|x-a|$ — $-\ +\ -$ — знак раскрытия 1-го модуля $|x-3a|$

знак раскрытия 2-го модуля $|2a-x|$

Проанализирую все 4 случая:

1) $x \in (-\infty; a) \Leftrightarrow x<a$

$3a-x+2a-x+a-x<3a$; $6a-3x<3a$; ~~$3x>9a$~~; $9a<3x$; $3a<x$; $x>3a$

$\begin{cases} x>3a \\ x<a \end{cases}$ $\varnothing$ не имеет решений

2) $x \in [a; 2a)$

$3a-x+2a-x+x-a<3a$; $4a-x<3a$; $a<x$; $x>a$;

$\begin{cases} x\in[a;2a) \\ x>a \end{cases}$; $x\in(a;2a)$ ← решение на данной области.

3) $x \in [2a; 3a)$

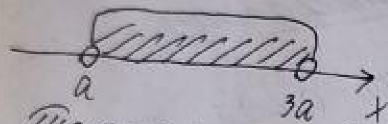
$3a - x + x - 2a + x - a < 3a$; $x < 3a$; $\begin{cases} x \in [2a; 3a) \\ x < 3a \end{cases}$; $x \in [2a; 3a)$

4) $x \in [3a; +\infty)$

$x - 3a + x - 2a + x - a < 3a$; $3x - 6a < 3a$; $3x < 9a$; $x < 3a$;

$\begin{cases} x \in [3a; +\infty) \\ x < 3a \end{cases}$ $\varnothing$ нет решений

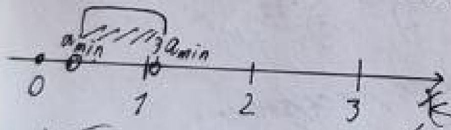
Итого, решением является объединение моих решений:



при $a > 0$

Теперь необходимо выбрать такие $a > 0$, при которых в области $(a; 3a)$ будет лежать только одно целое число.

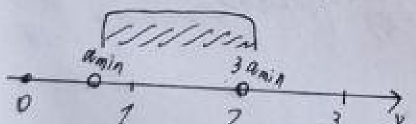
1) Какое же минимальное a возможно?



В данном случае a_{min} не входит в решение, и $3a_{min} = 1 \Rightarrow a_{min} = \frac{1}{3}$

Если уменьшить a_{min}, то единица больше не будет попадать в область

2) Теперь найду максимальное возможное a



$3a_{min} = 2 \Rightarrow a_{min} = \frac{2}{3}$ входит в решение

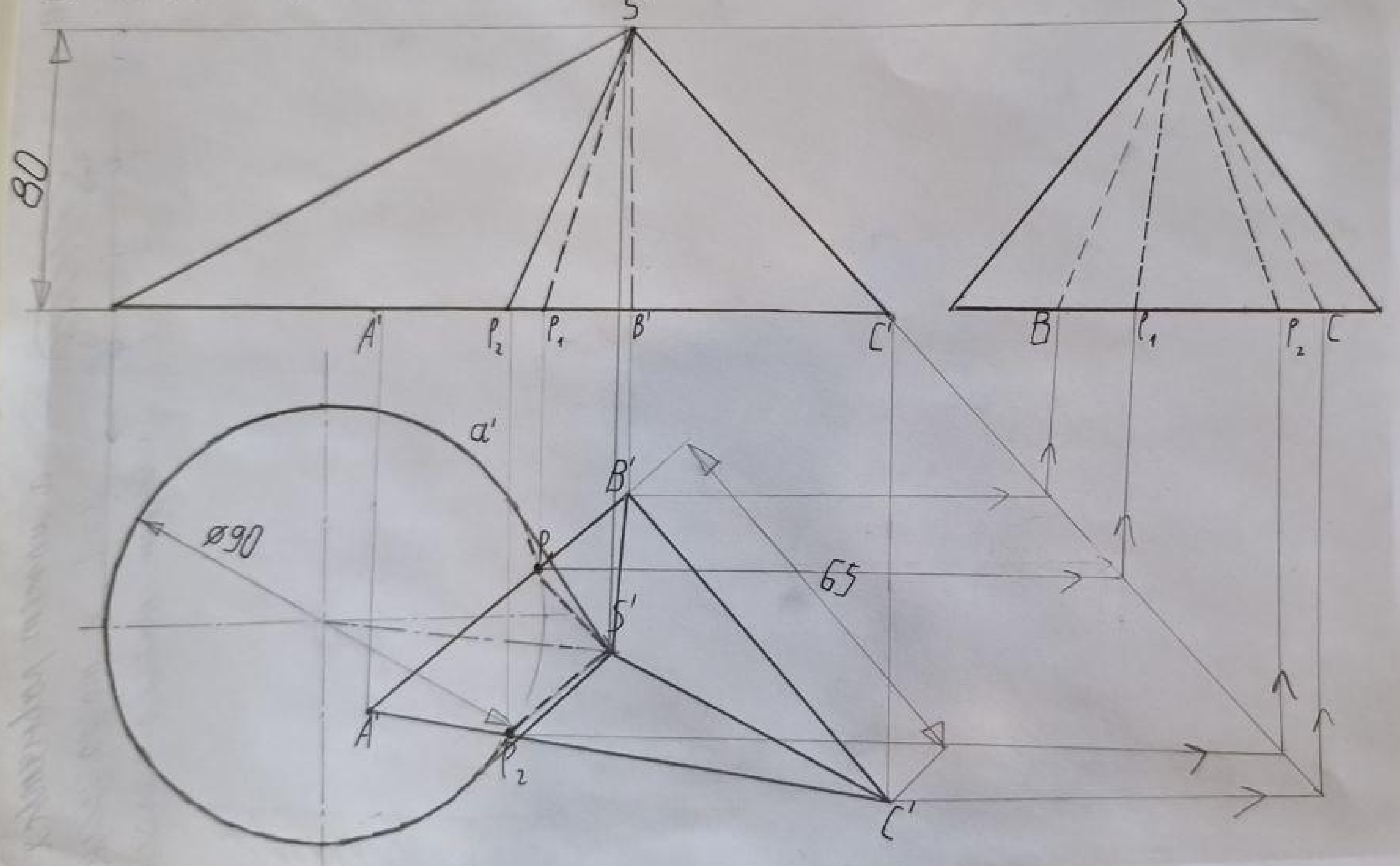
Но это было только одно решение $a \in (\frac{1}{3}; \frac{2}{3}]$. Но есть ещё!

② Ответ: $a \in (\frac{1}{3}; \frac{2}{3}] \cup \{1\}$.

a может равняться $a = 1$, и тогда целым будет только число 2. Если далее увеличивать a, то будет попадать больше целых значений.

Ответ будет являться объединением. Ответ: $a \in (\frac{1}{3}; \frac{2}{3}] \cup \{1\}$

4) ~~P_1 и P_2~~ P_1S и P_2S - линии пересечения фигур



6