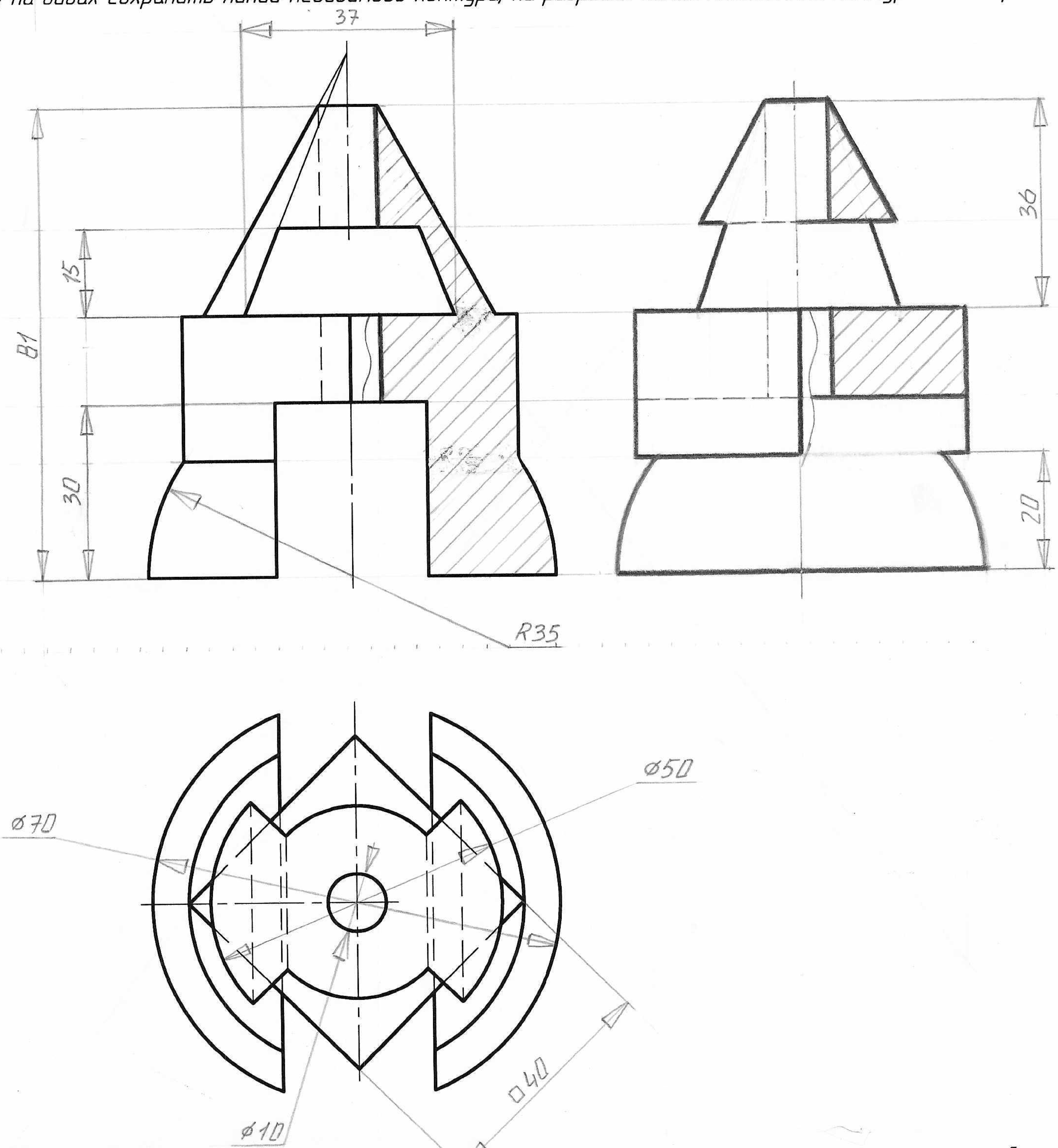
Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.
Требуется:
1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза;
3) все изображения оформить в соответствии с ЕСКД;
4) нанести размеры, причем их количество должно быть минимальное, но однозначно определяющее форму фигуры;
5) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

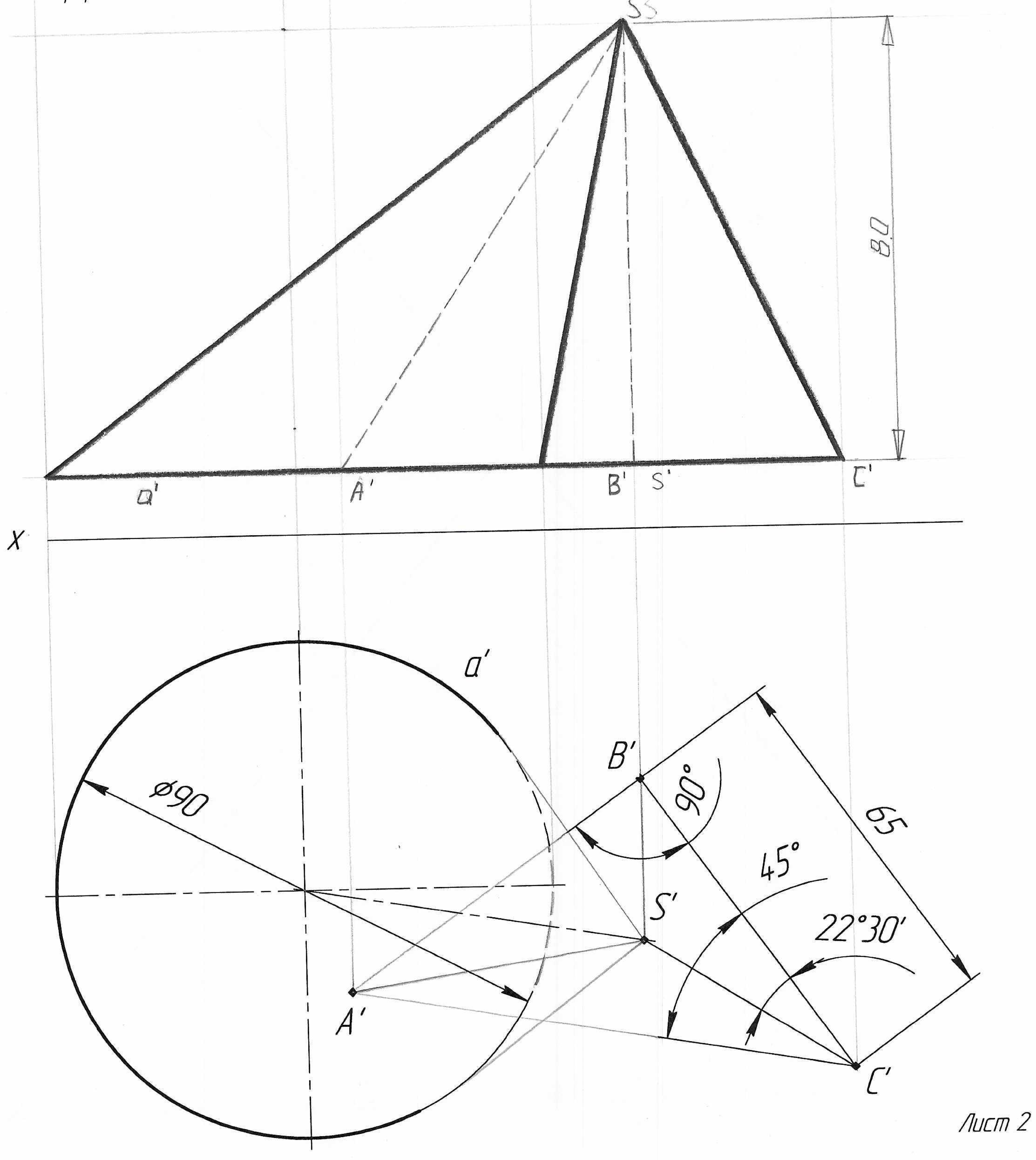
Задача 4 *(10 баллов). Основание пирамиды* ***A'B'C'*** *и основание наклонного конуса* ***a'*** *лежат в горизонтальной плоскости проекций. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Проекция вершины обозначена как S' в горизонтальной плоскости проеций. Высота конуса 80 мм.*

Требуется:

1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;

2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин проекций и видимости линий;

3) оформить все изображения в соответствии с ЕСКД.



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

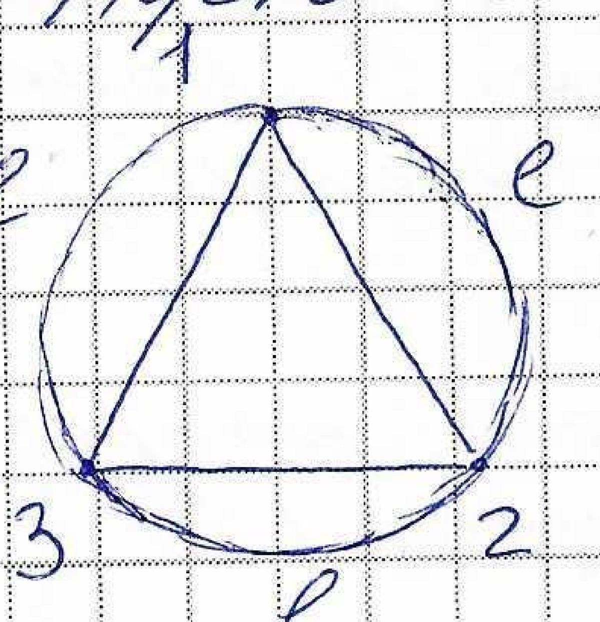
Вариант задания 2

Лист работы 1 из 3

№ 1.

В первую очередь нужно определить, в какую сторону какой из бегунов бежит.

~~1) Пусть они все бегут в одну сторону~~



Т.к. Δ равносторонний, расстояния между двумя ближайшими участниками равны

] l м ($l > 0$) – расстояние между двумя ближайшими участниками

] $v_1 = x$ м/с ($x > 0$), $v_2 = y$ м/с ($y > 0$)

$v_3 = z$ м/с ($z > 0$)

Из условия получаем, что $v_3 > v_2$, $z > y$

1) Пусть они все бегут в одну сторону

Тогда получается, что 1ый догнал 2го за 6 минут, а 3го – за 9 минут. Но такое невозможно, т.к. $v_{сближения}$ 1го и 2го > $v_{сближ.}$ 1го и 3го (т.к. $v_3 > v_2$), а расстояние между 1ым и 2ым в 2 раза меньше расстояния между 1ым и 3им. Значит 1му потребовалось бы в таком случае больше 12 минут, чтобы догнать 3го, но 12 < 9 => противоречие

Можно использовать оборот листа для записи решений

2) Первый и второй бегут в одном направлении, а третий – в противоположном

Тогда $v_{сбл\,1и2} = x - y$ м/с $S_{12} = l$ м $t_{12} = 6мин = 360с$

$v_{сбл\,1и3} = x + z$ м/с $S_{13} = 2l$ м $t_{13} = 9мин = 540с$

Нужно найти: $\frac{2l}{z+y}$ – ?

$$\begin{cases} \frac{l}{x-y} = 360 \\ \frac{2l}{x+z} = 540 \quad \Big| \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 360x = l + 360y \\ 270x = l - 270z \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{l}{360} + y \\ x = \frac{l}{270} - z \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{360}^{\backslash 3} + y = \frac{l}{270}^{\backslash 4} - z$$

$$y + z = \frac{4l - 3l}{1080}$$

$$y + z = \frac{l}{1080}$$

$\frac{2l}{z+y} = \frac{2l}{l/1080} = 2160$ – невозм., т.к. при таких направлениях 3ий и 2ой должны были встретиться не позже 9 минут, а $540 < 2160$

3) Второй и третий бегут в одном направлении, а первый – в противоположном

Тогда $v_{сбл\,1и2} = x + y$ м/с $S_{12} = l$ м $t_{12} = 360с$

$v_{сбл\,1и3} = x + z$ м/с $S_{13} = 2l$ м $t_{13} = 540с$

Нужно найти: $\frac{l}{z-y}$ – ?

$$\begin{cases} \frac{l}{x+y} = 360 \\ \frac{2l}{x+z} = 540 \quad \Big| \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l = 360x + 360y \\ l = 270x + 270z \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{l}{360} - y \\ x = \frac{l}{270} - z \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{360}^{\backslash 3} - y = \frac{l}{270}^{\backslash 4} - z$$

$$z - y = \frac{4l - 3l}{1080} \qquad z - y = \frac{l}{1080} \qquad \frac{1080}{60} = 18$$

$\frac{l}{z-y} = \frac{l}{l/1080} = 1080$ (с) – подходит

Ответ. 1080с (18 минут)

№2.

$|x+3a| + |x+2a| + |x+a| < 3a$

Если $a=0$, то $\underbrace{|x| + |x| + |x|}_{\geq 0} < 0$ – невозм.

Если $a<0$, то $\underbrace{|x+3a| + |x+2a| + |x+a|}_{\geq 0} < \underbrace{3a}_{<0}$ – невозм.

$\Rightarrow a > 0$

Попробуем исследовать данное неравенство на наличие и кол-во целых решений для $a \in \mathbb{Z}$:

$\underline{a=1}$: $|x+3| + |x+2| + |x+1| < 3$

$x=0$: $3+2+1 < 3$ ×
$x=-1$: $2+1+0 < 3$ ×
$x=-2$: $1+0+1 < 3$ ✓ – ед. реш. подходит
$x=-3$: $0+1+2 < 3$ ×

$a=2$: $|x+6| + |x+4| + |x+2| < 6$

$x=-1$: $5+3+1 < 6$ ×
$x=-2$: $4+2+0 < 6$ ×
$x=-3$: $3+1+1 < 6$ ✓
$x=-4$: $2+0+2 < 6$ ✓
$x=-5$: $1+1+3 < 6$ ✓
$x=-6$: $0+2+4 < 6$ ×

целые решения ($x=-3;-4;-5$)

$a=3$: $|x+9| + |x+6| + |x+3| < 9$

решениями будут $-8; -7; -6; -5; -4$.

! Заметим закономерность: целые решения неравенств всегда принадлежат промежутку ~~от~~ $(-3a; -a)$

Поэтому при $a>1$ целых решений будет как минимум 2, что нам не подходит

Рассмотрим оставшийся промежуток $a \in (0;1)$

Чтобы a нам подходило, нужно, чтобы выполнялись 2 условия:

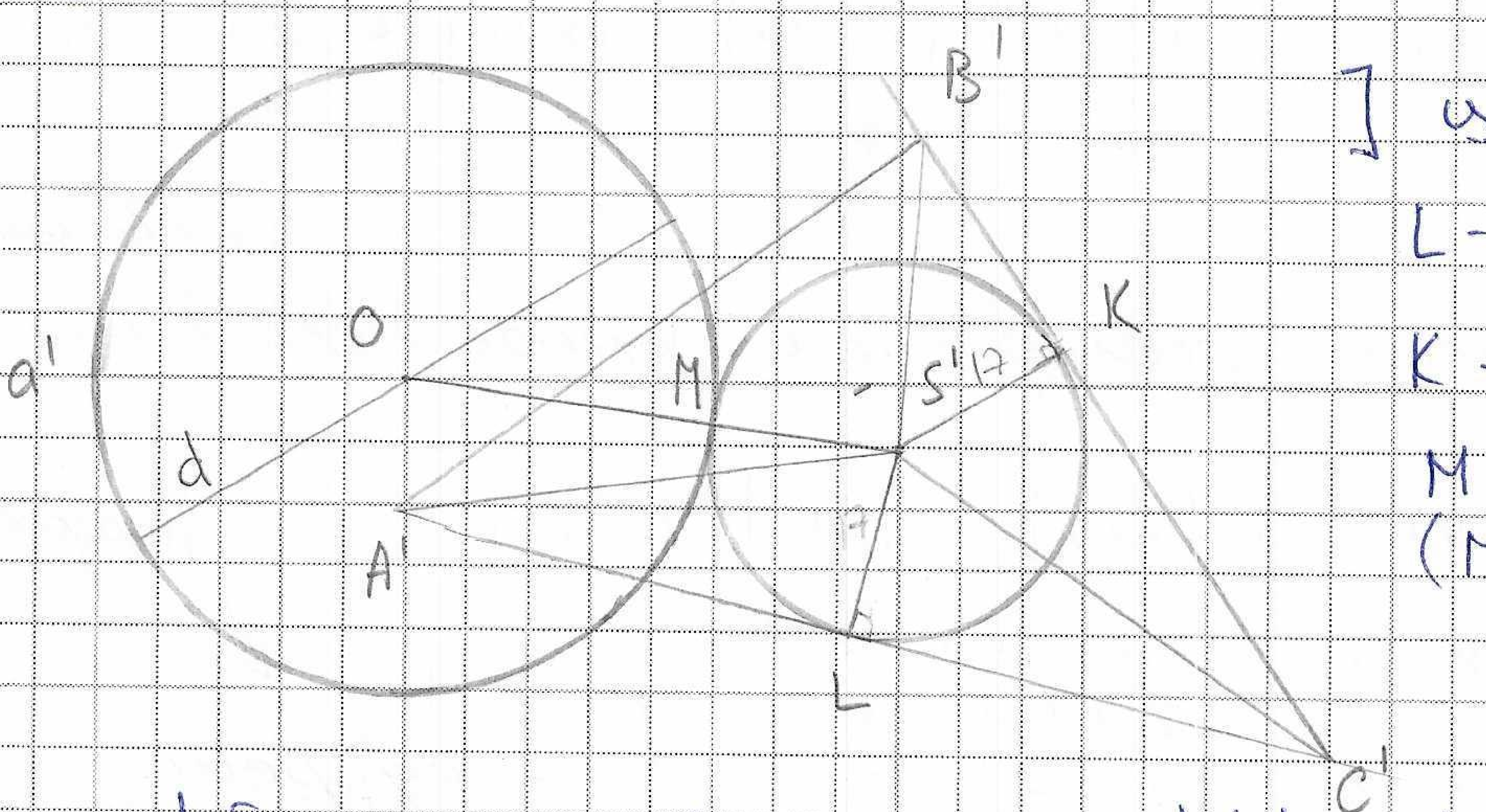
если будет $\le$, то в пром. $(-3a;-a)$ не будет целых чисел реш.

$$\begin{cases} 3a > 1 \\ 3a < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ a < \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow a \in \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

если будет $\ge$, то $a < 1$, $3a \ge 2$ — как минимум 2 подходящих целых a

Ответ. $a \in \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \cup \{1\}$.

№5.



] центр a' — O

L — т. кас. с $A'C'$

K — т. кас. с $B'C'$

M — т. кас. окр ($M \in S'O$)

Из чертежа на Лист 2: $\triangle A'B'C'$ — прямоуг.

$\angle C' = 45^\circ \Rightarrow \angle A' = 45^\circ \Rightarrow \triangle A'B'C'$ — р/б $\Rightarrow A'B' = C'B' = 65$

$d = 90 \Rightarrow OM = r = 45$

Из усл. $OS' = 62 \Rightarrow MS' = r' = 62 - 45 = 17$

$\left.\begin{array}{l} S'K \perp B'C \\ S'L \perp A'C' \end{array}\right\}$ — по т. о кас. к окр.

$S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} A'B' \cdot B'C' = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 65 = \frac{4225}{2}$

$S_{B'S'C'} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{S'K}_{r'} \cdot B'C' = \frac{1}{2} \cdot 17 \cdot 65 = \frac{1105}{2}$

По т. Пифагора для $\triangle A'B'C'$: $A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2$

$A'C' = \sqrt{65^2 + 65^2} = \sqrt{2} \cdot 65$

$S_{A'S'C'} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{S'L}_{r'} \cdot A'C' = \frac{1}{2} \cdot 17 \cdot \sqrt{2} \cdot 65 = \frac{1105\sqrt{2}}{2}$

$S_{A'B'C'} = S_{A'S'B'} + S_{B'S'C'} + S_{C'S'A'}$

$S_{A'B'S'} = S_{A'B'C'} - S_{B'S'C'} - S_{A'S'C'}$

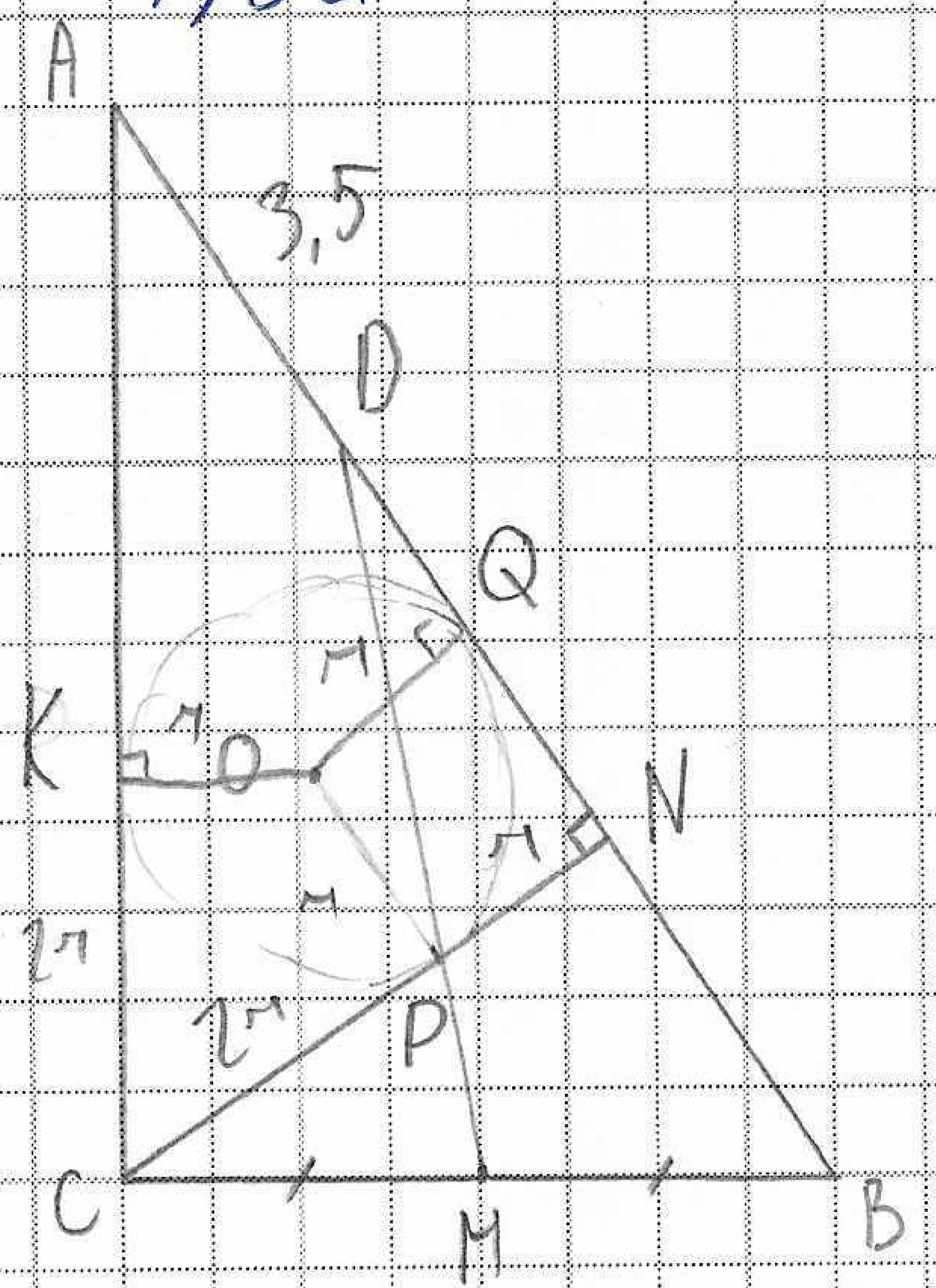
$S_{A'B'S'} = \frac{1}{2}(4225 - 1105 - 1105\sqrt{2}) =$

$= \frac{1}{2}(3120 - 1105\sqrt{2}) = 1560 - 1105 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ. $1560 - 1105 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$.

№ 3. $AD = 3{,}5$

$1{,}5d = CN \Rightarrow CN = 3r$ (r - радиус впис. окр.)



1) Проведем 3 радиуса в точки касания

$OQNP$ - квадрат $\left(\begin{array}{l} OP = OQ \\ OP \parallel QN \\ OQ \parallel PN \end{array}\right)$

$\Rightarrow QN = NP = r$

2) $CP = CN - PN = 2r$

3) По т. о об. отр. кас-ных:

$CP = CK = 2r$

4) $\rceil DQ = x \ (x>0)$

По т. об отр. кас-ных $AK = Q\cancel{A} = 3{,}5 + x$

5) По т. Пифагора для $\triangle CNA$:

$(3{,}5 + x + r)^2 + 9r^2 = (2r + 3{,}5 + x)^2$

$\cancel{(3{,}5+x)^2} + r^2 + 2r(3{,}5+x) + 9r^2 = 4r^2 + \cancel{(3{,}5+x)^2} + 4r(3{,}5+x)$

$6r^2 - 2r(3{,}5+x) = 0 \quad | \cdot \frac{1}{2}$

$r(3r - \cancel{7 \cdot 2}\ 3{,}5 - x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} r = 0 \ (x) \\ x = 3r - 3{,}5 \ (v) \end{array}\right.$

$AQ = 3,5 + x = 3,5 + 3r - 3,5 = 3r$

$AN = 4r$

$CN = 3r$ $\Rightarrow$ По т. Пифагора $AC = 5r$

~~$r = 3r - 4$~~

По т. Менелая: $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CP}{PN} \cdot \frac{ND}{DB} = 1$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{r + 3r - 3,5}{DB} = 1$$

$$DB = 8r - 7$$