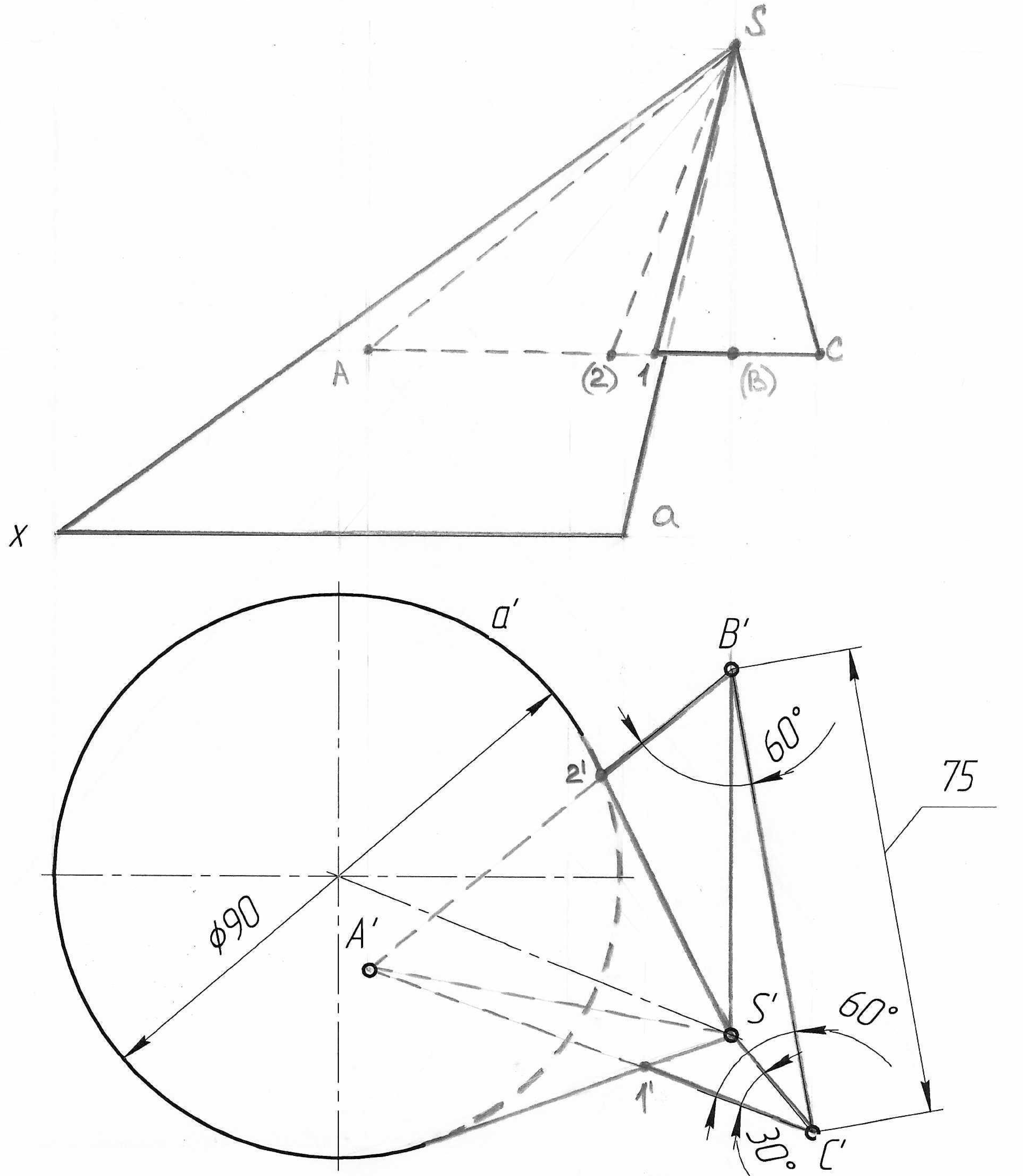
Задача 4 (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания наклонного конуса **α'** и вершин основания пирамиды **A'B'C'**. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскость основания конуса принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм. Высота пирамиды 50 мм.
Требуется:

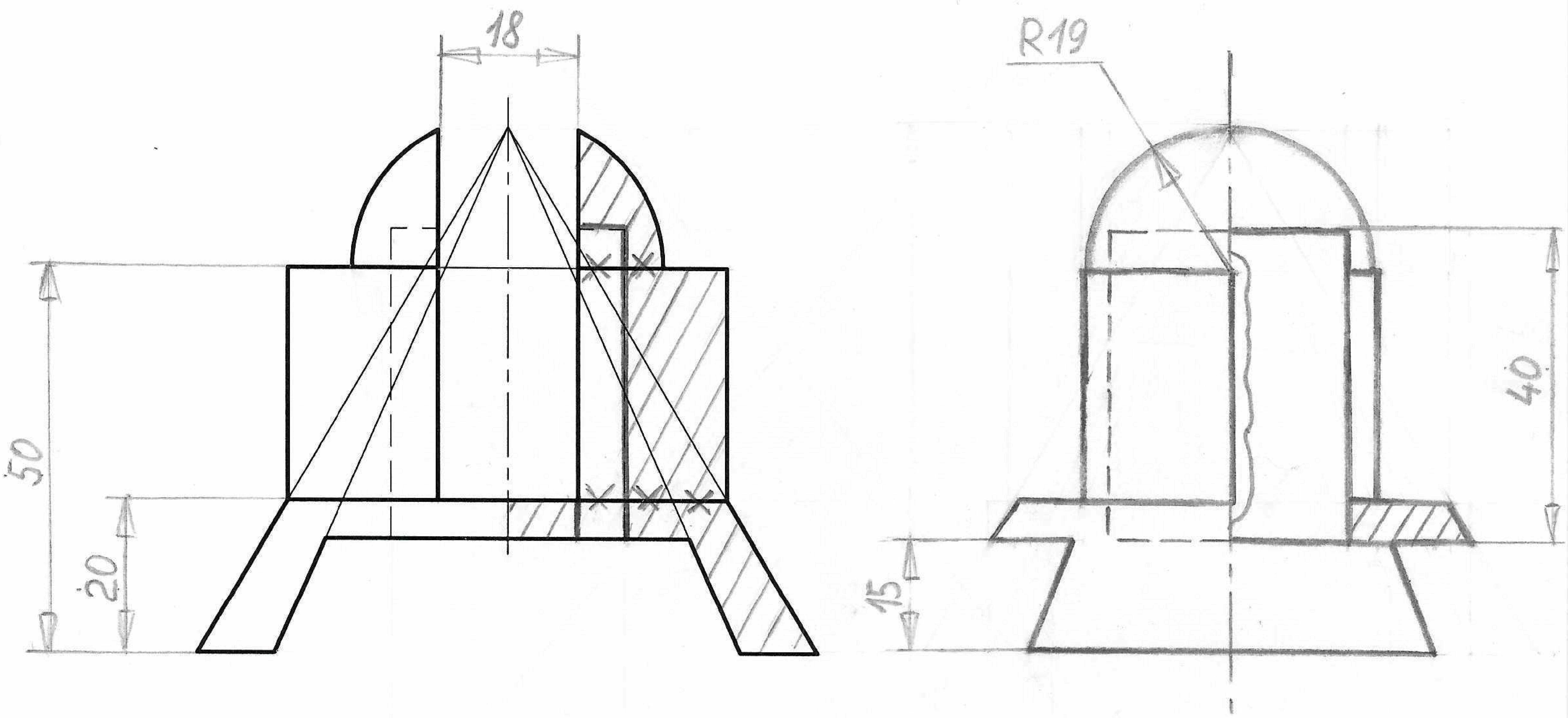
1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;
2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин проекций и видимости линий;
3) оформить все изображения в соответствии с ЕСКД.



Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.

Требуется:

1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза;
3) все изображения оформить в соответствии с ЕСКД;
4) нанести размеры, причем их количество должно быть минимальное, но однозначно определяющее форму фигуры;
5) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



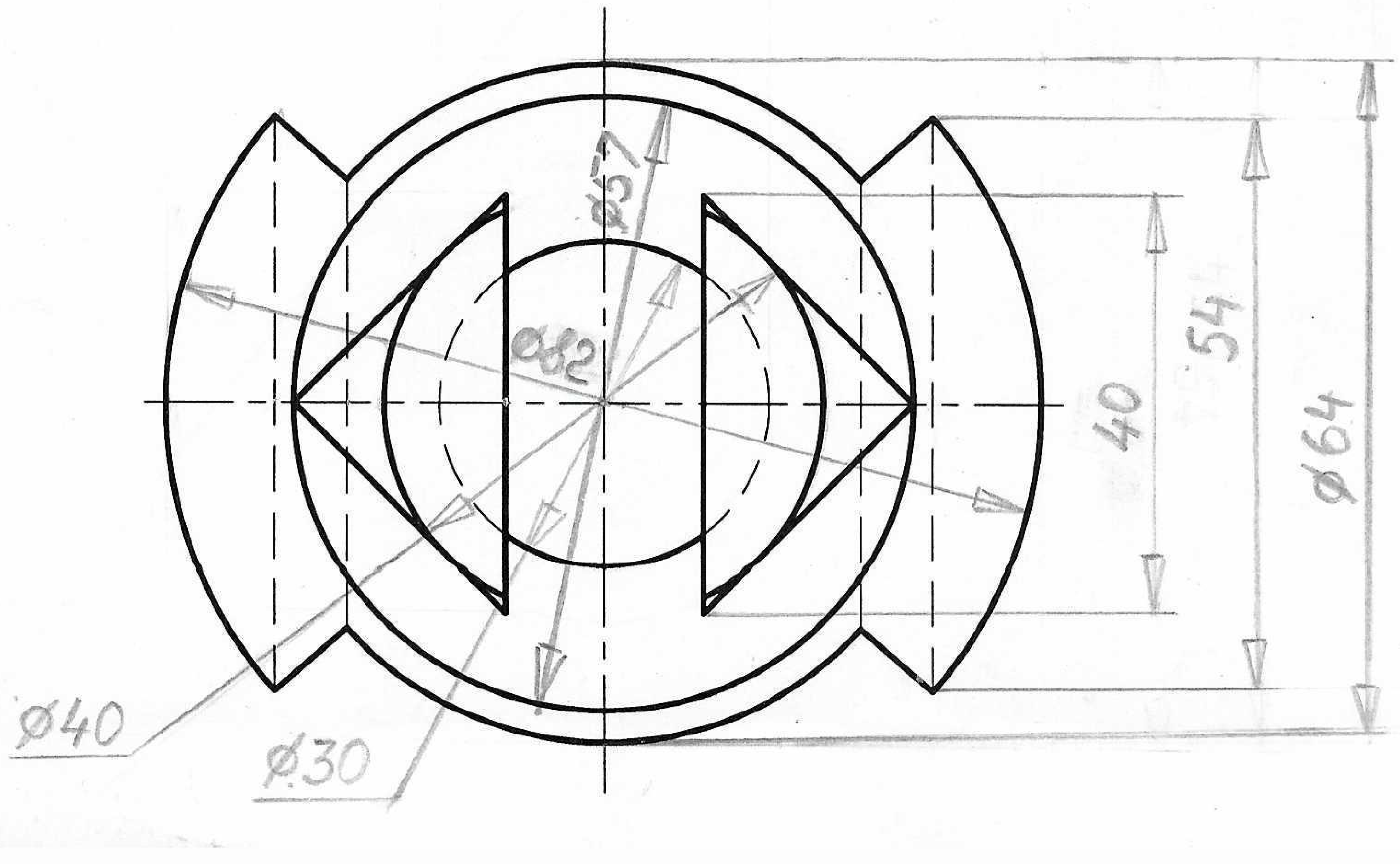


Схема заполнения

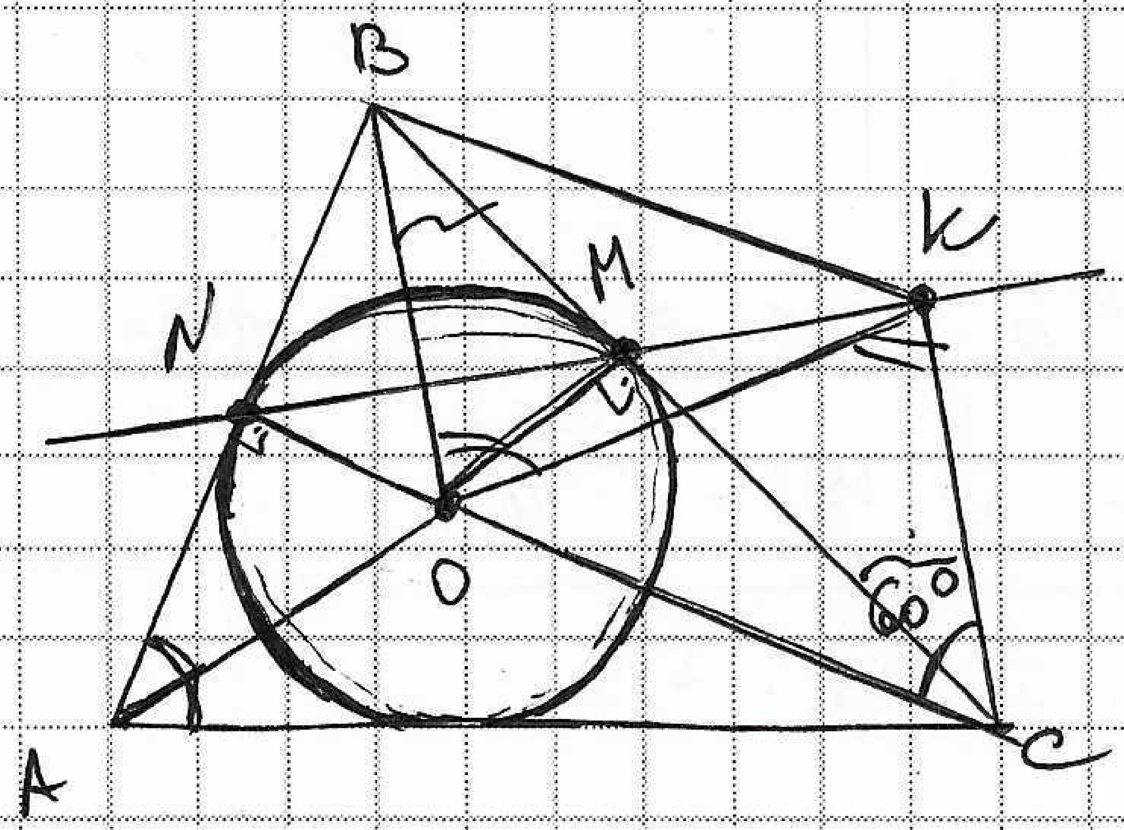
Вариант задания 1

Лист работы 1 из 2

Задание 2.

Дано:
$\triangle ABC$-остр.
$AB=8$
$BC=9,5$
$\angle OCK=60°$
$S_{ABC}=21\sqrt{3}$

S_{BOCK}-?



1) $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot \sin\angle ABC\cdot AB\cdot BC=21\sqrt{3}$

$\Rightarrow \sin\angle ABC=\frac{21\sqrt{3}\cdot 2\cdot 2}{8\cdot 19}=\frac{21\sqrt{3}}{38}$

$\Rightarrow \cos\angle ABC=\sqrt{1-\sin^2\angle ABC}=\sqrt{1-\frac{441\cdot 3}{38^2}}=\frac{11}{38}$
(из осн. триг тожд)

2) $\triangle ABC$ по т. кос.:

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC$

$AC=\sqrt{64+\frac{361}{4}-2\cdot 8\cdot\frac{19}{2}\cdot\frac{11}{38}}=\sqrt{64+\frac{361}{4}-44}=\frac{21}{2}$

3) $S_{ABC}=r\cdot p$, где $p=\frac{AB+BC+AC}{2}=\frac{8+9,5+10,5}{2}=14$

r – радиус впис. окр-ти

$\Rightarrow r=\frac{21\sqrt{3}}{14}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

4) $\triangle ABC$ по т. син.:

$\cancel{\frac{BC}{\sin ABC}}$ A $\quad \frac{BC}{\sin\angle BAC}=\frac{AC}{\sin\angle ABC}$

$\sin\angle BAC=\frac{19\cdot 21\sqrt{3}\cdot 8}{2\cdot 38\cdot 21}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ и т.к. $\triangle ABC$ - остр.

$\Rightarrow \angle BAC=60°$

По св-ву рад.: $NO \perp AB$ и $OM \perp BC$

5) По св-ву кас-ся: $BN = BM$ и $\angle NAO = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ$

6) $\triangle NAO$ – п/у

$$tg\angle NAO = \frac{NO}{AN} \Rightarrow AN = \frac{3\sqrt{3}}{2\cdot tg 30^\circ} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow NB = AB - AN = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2} = BM$$

$$\Rightarrow MC = BC - BM = \frac{19}{2} - \frac{7}{2} = 6$$

7) $\triangle BOM$ – п/у: по т. Пифагора:

$$BO^2 = OM^2 + BM^2 \Rightarrow BO = \sqrt{\frac{27}{4} + \frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{76}}{2} = \sqrt{19}$$

8) $\triangle MOC$ – п/у: по т. Пифагора:

$$OC^2 = MC^2 + OM^2 \Rightarrow OC = \sqrt{36 + \frac{27}{4}} = \frac{\sqrt{171}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{19}$$

9) ~~$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OM \cdot BC$ с др. стор. $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}$~~

$\triangle BOC$ по т. кос.:

$$BC^2 = OB^2 + OC^2 - 2OC\cdot BO\cdot \cos\angle BOC$$

$$\cos\angle BOC = \frac{19 + \frac{9}{4}\cdot 19 - \frac{361}{4}}{2\cdot\frac{3}{2}\cdot\sqrt{19}\cdot\sqrt{19}} = \frac{1 + \frac{9}{4} - \frac{19}{4}}{3} = \frac{13-19}{12} =$$

$$= -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle BOC = 120^\circ$$

10) 4-ник $BOCK$:

$\angle OCK = 60^\circ$
$\angle BOC = 120^\circ$ $\Rightarrow$ $\angle OCK + \angle BOC = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ – односторон. углы

$\Rightarrow BO \parallel KC$

$\Rightarrow \angle OKC = \angle KOB = \alpha$, $\angle KCB = \angle OBC = \beta$ – накрест. леж.

11) $S_{KBOC} = \frac{1}{2}\cdot KC\cdot \cancel{OB}\,OK\cdot \sin\alpha + \frac{1}{2}BO\cdot KO\cdot\sin\alpha = \frac{1}{2}\sin\alpha\, KO(BO+KC)$

$S_{KBOC} = \frac{1}{2}\cdot KC\cdot BC\cdot\sin\beta + \frac{1}{2}BC\cdot BO\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}\sin\beta\cdot BC(KC+BO)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\sin\alpha\cdot KO(BO+KC) = \frac{1}{2}\sin\beta\cdot BC\cdot(KC+BO)$$

$$\sin\alpha\cdot KO = \sin\beta\cdot BC \Rightarrow KO = \frac{\sin\beta\cdot BC}{\sin\alpha}$$

12) $S_{\triangle KOC} = \frac{1}{2}\cdot\sin 60^\circ\cdot OC\cdot KC$, $S_{\triangle KOC} = \frac{1}{2}\cdot\sin\alpha\cdot KC\cdot OK$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot OC\cdot KC = \frac{1}{2}\cdot\sin\alpha\cdot KC\cdot OK$$

$$OK = \frac{\sqrt{3}\cdot 3\cdot\sqrt{19}}{2\cdot 2\cdot\sin\alpha} = \frac{\sin\beta\cdot 19}{2\cdot\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow \sin\beta = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}$$

Вариант задания 1 Лист работы 2 из 2

Задание 2 (продолжение)

13) ~~$\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{19}} \cdot \frac{19}{2} =$~~

$S_{KOC} = \frac{1}{2} \cdot OM \cdot KC = \frac{1}{2} \cdot \sin\beta \cdot BC \cdot KC$

$\Rightarrow KC = \frac{3\sqrt{3} \cdot \cancel{18} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{19}}{2 \cdot 2 \cdot \cancel{18} \cdot 3\sqrt{3}} = \sqrt{19} = BO$

$\Rightarrow BKCO$ - пар-м (по призн.)

14) $S_{BKCO} = 2 S_{KOC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot MO \cdot KC = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{19}{2} = \frac{57\sqrt{3}}{4}$

Ответ: $\frac{57\sqrt{3}}{4}$.

Задание 3.

$\log_{9x^2-x^4}(9a - ax^2) \leq 1$, $a \in (0;4)$

Усл (*): $\begin{cases} 9a - ax^2 > 0 \\ 9x^2 - x^4 \neq 1 \\ 9x^2 - x^4 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a(3-x)(3+x) > 0, \ a > 0 \Rightarrow | : a \\ x^4 - 9x^2 + 1 \neq 0 \quad D = 81 - 4 = 77 \\ (3-x)(3+x)x^2 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \in (-3;0) \cup (0;3) \\ x \neq \pm\sqrt{\frac{9 \pm \sqrt{77}}{2}} \end{cases}$ $x \in \left(-3; -\sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}\right) \cup \left(-\sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}; -\sqrt{\frac{9-\sqrt{77}}{2}}\right) \cup \left(-\sqrt{\frac{9-\sqrt{77}}{2}}; 0\right) \cup \left(0; \sqrt{\frac{9-\sqrt{77}}{2}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{9-\sqrt{77}}{2}}; \sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}; 3\right)$

метод рационализации

$(9x^2 - x^4 - 1)(9a - ax^2 - 9x^2 + x^4) \leq 0$

$(x^4 - 9x^2 + 1)(x^4 - x^2(9+a) + 9a) \geq 0$

$D = 81 + a^2 + 18a - 36a = (9-a)^2$

$(x^4 - 9x^2 + 1)(x+3)(x-3)(x+\sqrt{a})(x-\sqrt{a}) \geq 0$

$\left(x - \sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}\right)\left(x - \sqrt{\frac{9-\sqrt{77}}{2}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{9-\sqrt{77}}{2}}\right)(x+3)(x-3)(x+\sqrt{a})(x-\sqrt{a}) \geq 0$

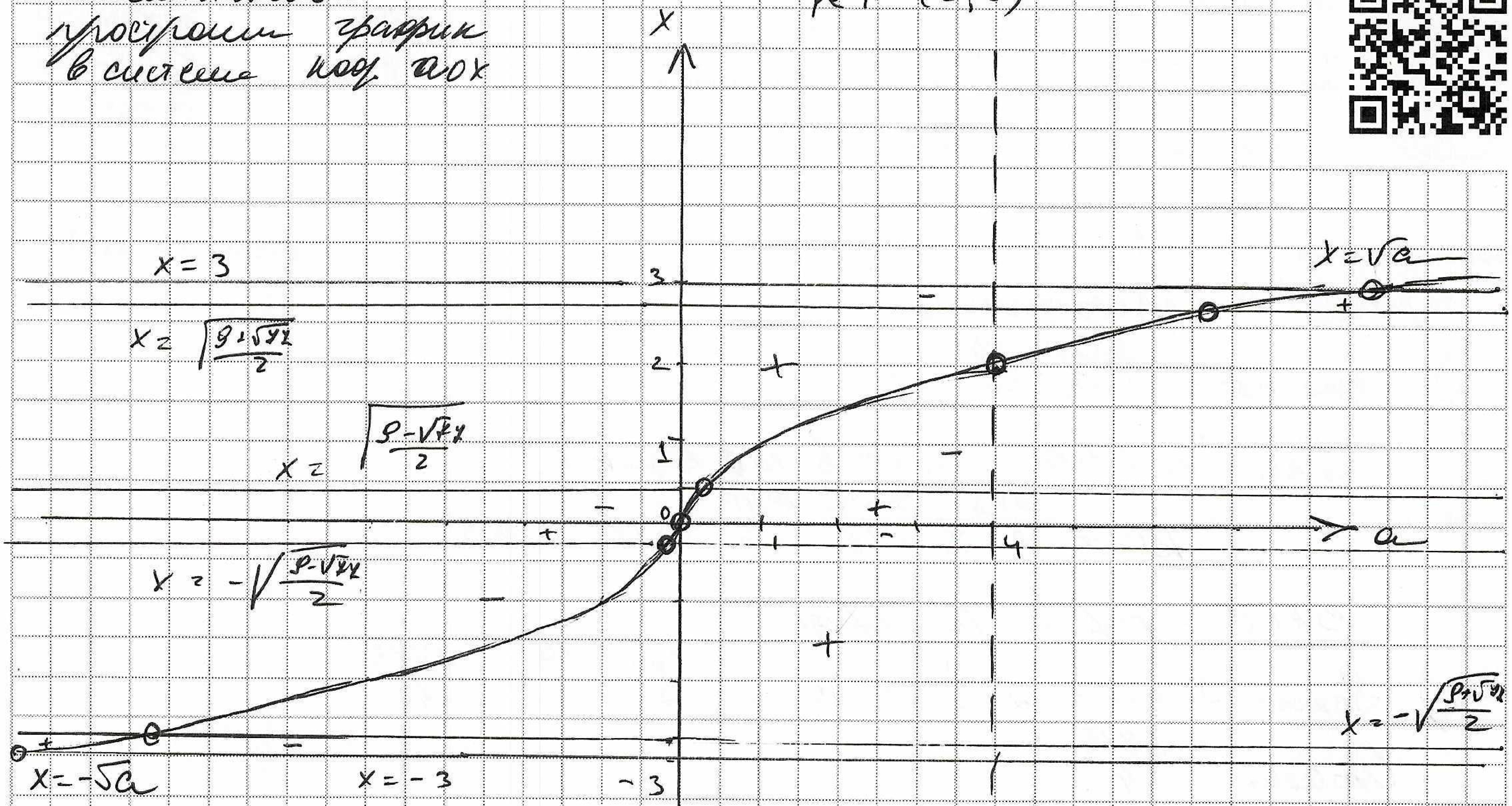
$x = \sqrt{a}$ - ветвь параболы, кв. ф-ии

$x = -\sqrt{a}$ - ветвь параболы, кв. ф-ии.

$x = -3$
$x = 3$, $x = \pm\sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}$, $x = \pm\sqrt{\frac{9-\sqrt{77}}{2}}$ — прямые, II-ые оси Oa.

Схематично построим график в системе коорд. aOx

К.т. $(2;1)$



при $a \in (0;4)$ $x \in \left(0; \sqrt{\frac{9-\sqrt{72}}{2}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{9-\sqrt{72}}{2}}; 2\right)$

Ответ: $\left(0; \sqrt{\frac{9-\sqrt{72}}{2}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{9-\sqrt{72}}{2}}; 2\right)$.