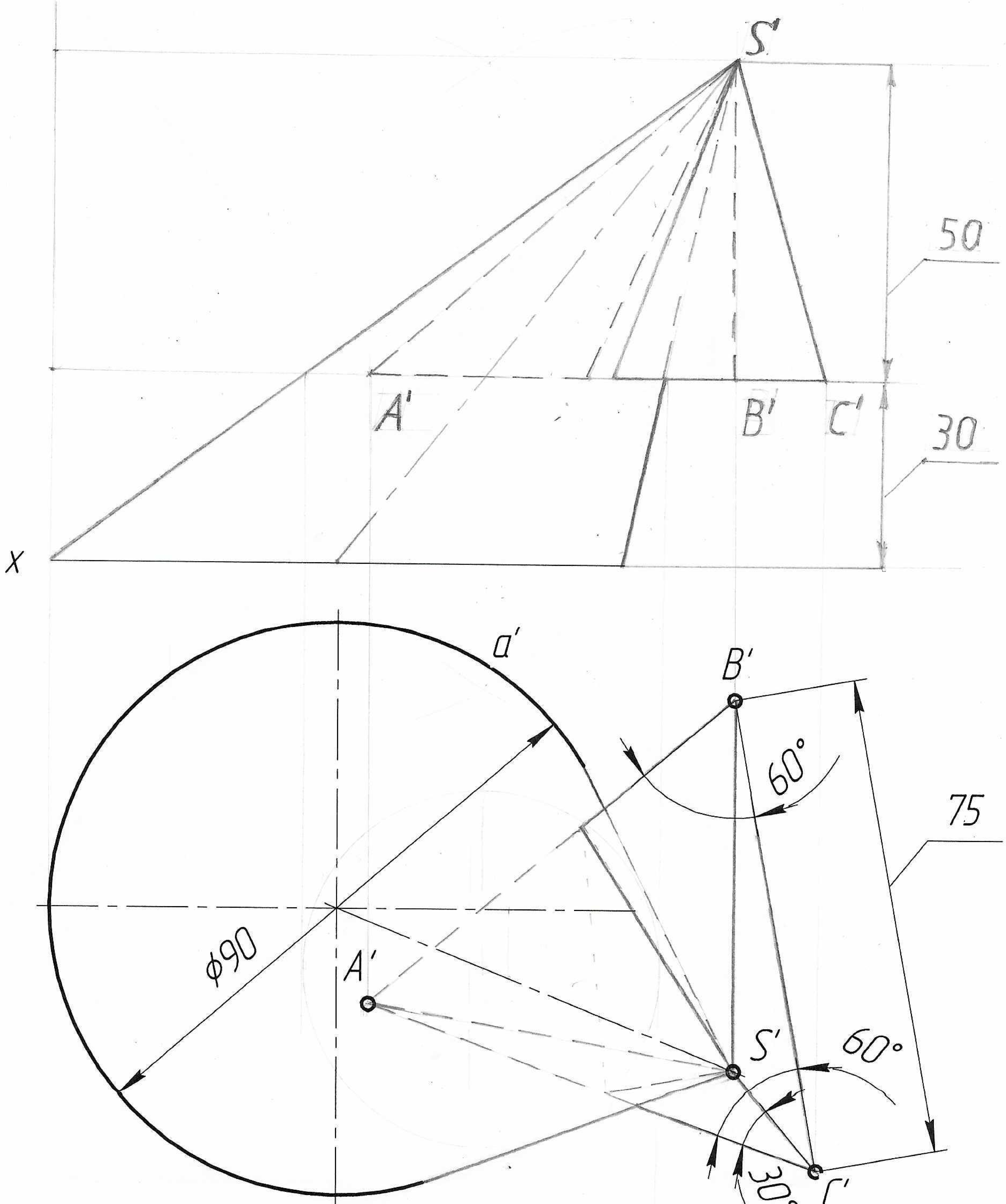
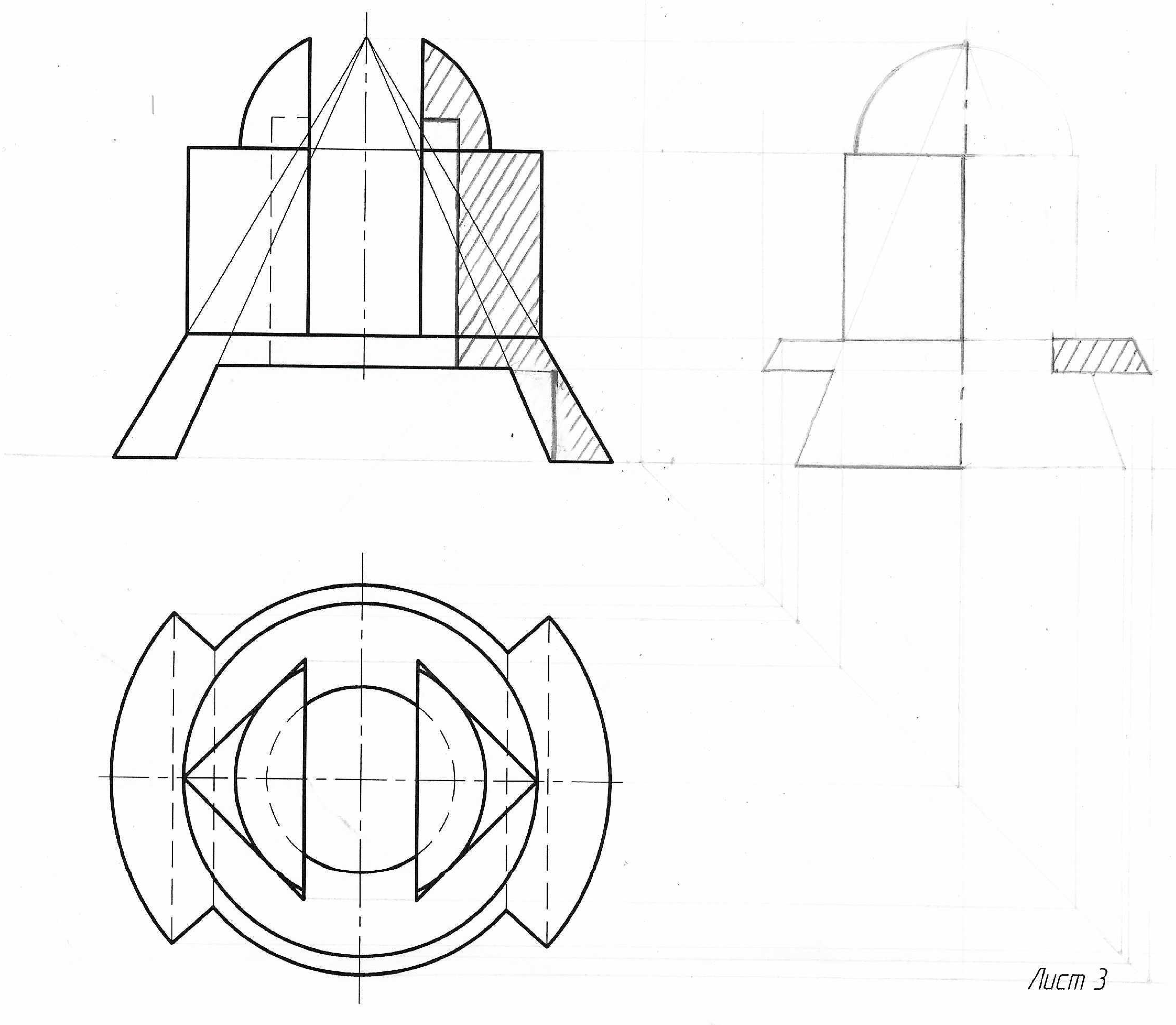
Задача 4 (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания наклонного конуса **a′** и вершин основания пирамиды **A′B′C′**. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскость основания конуса принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм. Высота пирамиды 50 мм. Требуется:

1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;
2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин проекций и видимости линий;
3) оформить все изображения в соответствии с ЕСКД.



Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.
Требуется:
1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза;
3) все изображения оформить в соответствии с ЕСКД;
4) нанести размеры, причем их количество должно быть минимальное, но однозначно определяющее форму фигуры;
5) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



Вариант задания 1

Лист работы 1 из 2

Задача 1

2	3	4	4	4	4	3	2
3	4	6	6	6	6	4	3
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
3	4	6	6	6	6	4	3
2	3	4	4	4	4	3	2

Для каждой клетки обозначим количество клеток, в которых, в случае нахождения в исходной клетке коня 1, может находиться конь 2

Получаем: 4×2 8×3 18×4 14×6 12×8
(количество разных клеток с разными числами)

$$\frac{4}{56}\cdot\frac{2}{56}+\frac{8}{56}\cdot\frac{3}{56}+\frac{18}{56}\cdot\frac{4}{56}+\frac{14}{56}\cdot\frac{6}{56}+\frac{12}{56}\cdot\frac{8}{56}=$$

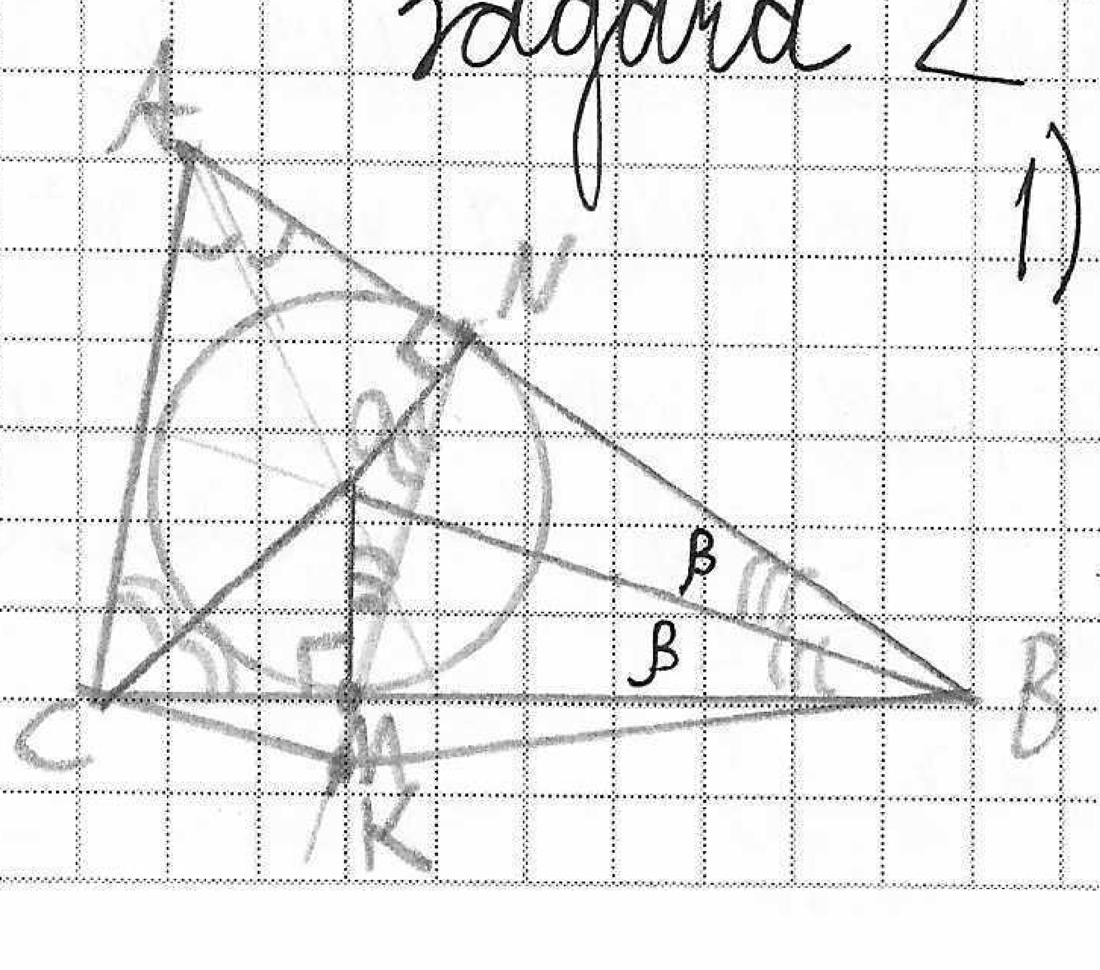
$$=\frac{8}{\cancel{56}_{7}\cdot56}+\frac{\cancel{24}^{3}}{\cancel{56}_{7}\cdot56}+\frac{\cancel{72}^{9}}{\cancel{56}_{7}\cdot56}+\frac{\cancel{84}^{10,5}}{\cancel{56}_{7}\cdot56}+\frac{\cancel{96}^{12}}{\cancel{56}_{7}\cdot56}=\frac{35,5}{7\cdot56}=\frac{71}{7\cdot56\cdot2}=\frac{71}{392\cdot2}=\frac{71}{784}$$

— формула итоговой вероятности (сумма вероятностей при размещении первого коня в различных клетках)

Ответ: $\cancel{\frac{71}{392\cdot2}}$ $\frac{71}{784}$

Задача 2

Дано:
ΔABC
$AB=8$
$BC=9,5$
$\angle OCK=60^\circ$
$S_{ABC}=21\sqrt{3}$
$S_{BOCK}=?$



1) $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin\angle ABC$

$21\sqrt{3}=\frac{1}{2}\cdot4\cdot19\cdot\sin\angle ABC=38\sin\angle ABC$

$\sin\angle ABC=\frac{21\sqrt{3}}{38}$. Пусть $\angle ABC=2\beta$, $\angle CAB=2\alpha$, $\angle ACB=2\gamma$

2) Центр вписанной окружности лежит в точке пересечения биссектрис, значит AO, BO, CO — биссектр.

$ON \perp AB$, $OM \perp BC$, т.к. радиусы перпендикулярны касательным в точках касания.

$441 \cdot 3 = 1200 + 120 + 3 = 1323$

Применим т. косинусов для $\triangle ABC$:

$$\cos 2\beta = \sqrt{1 - \sin^2 2\beta} = \sqrt{1 - \frac{21^2 \cdot 3}{38^2}} = \sqrt{\frac{1444 - 441 \cdot 3}{1444}} = \sqrt{\frac{121}{1444}} = \frac{11}{38}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos 2\beta$$

$$AC^2 = 64 + 90{,}25 - 2 \cdot 2 \cdot 38 \cdot \frac{11}{38} = 64 + 90{,}25 - 44 = 110{,}25$$

$$AC = 10{,}5$$

Найдем угол 2γ:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos 2\gamma$$

$$64 = 110{,}25 + 90{,}25 - 2 \cdot 10{,}5 \cdot 9{,}5 \cdot \cos 2\gamma$$

$$64 = 200{,}5 - 199{,}5 \cos 2\gamma \qquad 136{,}5 = 199{,}5 \cdot \cos 2\gamma$$

$$273 = 399 \cos 2\gamma \qquad \cos 2\gamma = \frac{273}{399} = \frac{3 \cdot 91}{3 \cdot 133} = \frac{91}{133} = \frac{7 \cdot 13}{7 \cdot 19} = \frac{13}{19}$$

Задача 3

$$\log_{9x^2 - x^4}(9a - ax^2) \leq 1$$

$$\log_{x^2(9-x^2)}(a(9-x^2)) \leq 1$$

Логарифм ≤ 1 либо при основании больше 1 и аргументе $\leq$ основания, либо при основании меньше 1 и аргументе $\geq$ основания.

При $a \in (0; 4)$ $9 - x^2$ должно быть больше нуля

$9 - x^2$ всегда должно быть больше нуля, т.к. в основании $x^2(9-x^2)$

$9 - x^2 > 0 \qquad 9 > x^2 \qquad x^2 < 9 \qquad x \in (-3; 3)$

$x^2(9-x^2) \neq 1 \qquad x^2 = b \qquad 9b - b^2 \neq 1 \qquad b^2 - 9b + 1 \neq 0$

Найдем b, при которых $b^2 - 9b + 1 = 0 \qquad D = 81 - 4 = 77$

$b_1 = \frac{9 + \sqrt{77}}{2} \qquad b_2 = \frac{9 - \sqrt{77}}{2} \qquad x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9 + \sqrt{77}}{2}} \qquad x_{3,4} = \pm\sqrt{\frac{9 - \sqrt{77}}{2}}$

$|x_3| < 1$
$|x_4| < 1$
т.к. даже $\sqrt{\frac{9-8}{2}} = \sqrt{0{,}5}$

$x_{1,2}$ и $x_{3,4}$ — ~~те x, которые~~ недопустимые значения x

(~~$x^2(9-x^2)$~~) Основание будет больше аргумента при $x^2 > a$

Основание будет меньше аргумента при $x^2 < a$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2(9-x^2) > 1 \\ x^2 > a \end{cases} \\ \begin{cases} x^2(9-x^2) < 1 \\ x^2 < a \end{cases} \end{array}\right.$$

$9b - b^2 > 1 \qquad b^2 - 9b + 1 < 0 \qquad b \in (b_2; b_1) \qquad x \in (x_2; x_4) \cup (x_3; x_1)$

$x^2 > a$ при $x > 2$ или $x \leq -2$

— невозможно, т.к. $a_{min} \to 0$, а $x^2 \neq 0$

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

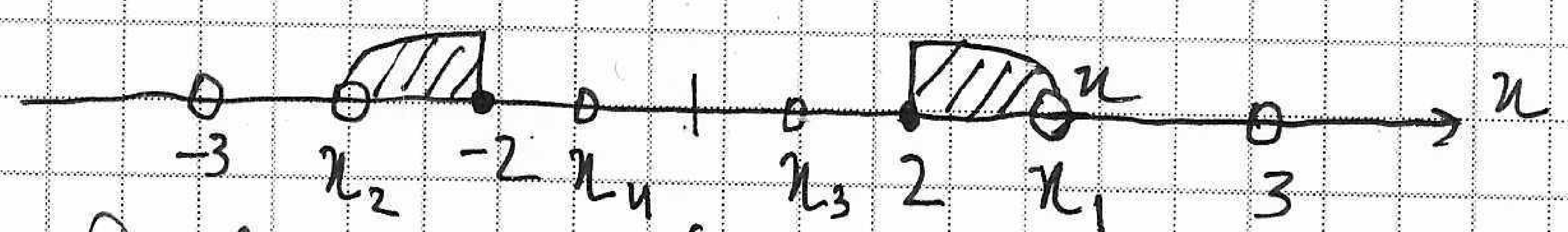
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

Лист работы 2 из 2

$\cancel{x_{1,2}}$ $x_1 < 3$, т.к. $\sqrt{77} < 9$ $(\sqrt{77} < \sqrt{81})$ $x \in (x_2; -2] \cup [2; x_1)$

$x_1 > 2$, т.к. $\sqrt{\frac{9+8}{2}} = \sqrt{\frac{17}{2}}$ $\sqrt{8{,}5} > \sqrt{4}$ $x \in \left(-\sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}; -2\right] \cup \left[2; \sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}\right)$



Ответ: $x \in \left(-\sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}; -2\right] \cup \left[2; \sqrt{\frac{9+\sqrt{77}}{2}}\right)$