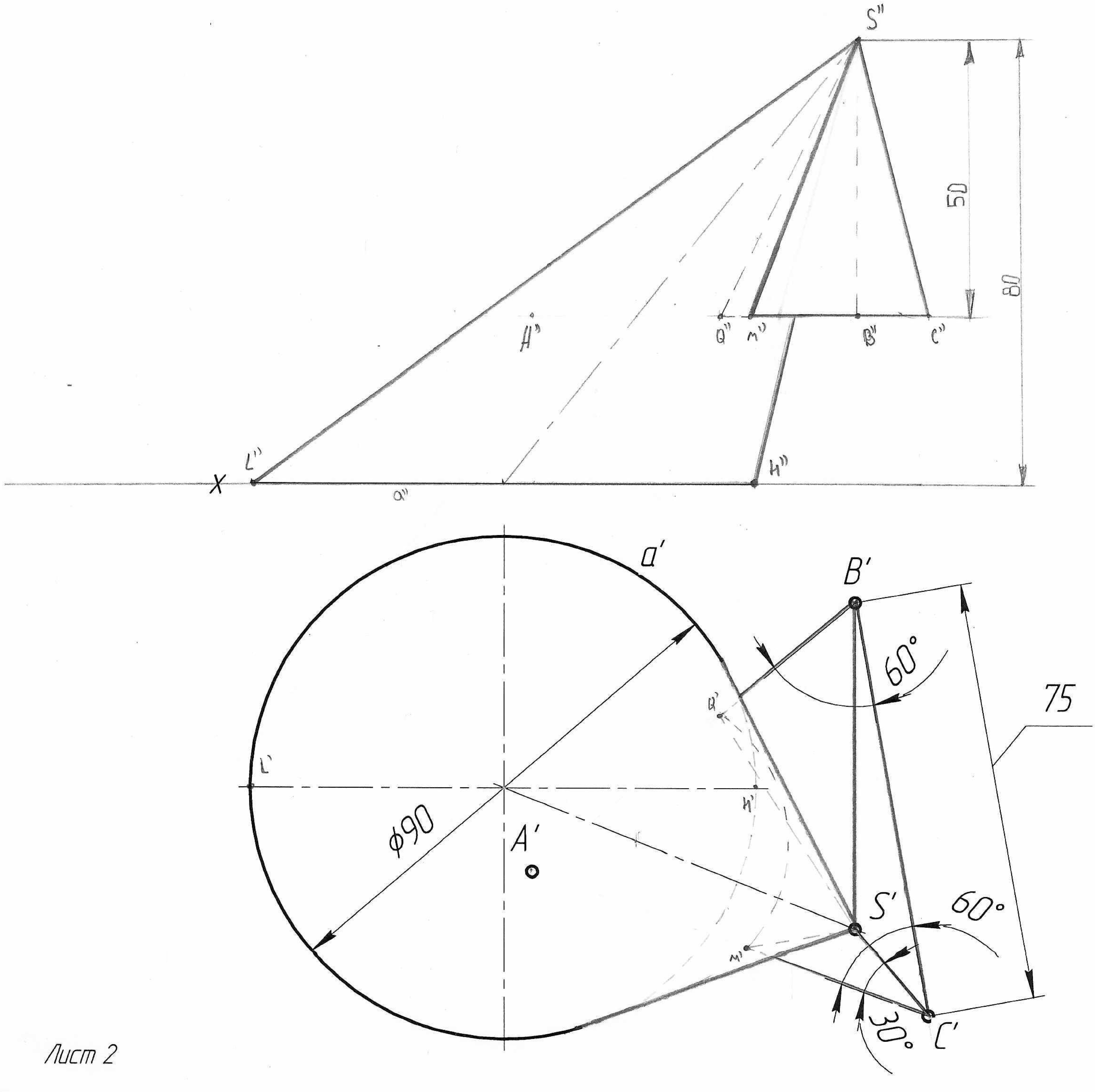
Задача 4 (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания наклонного конуса **a'** и вершин основания пирамиды **A'B'C'**. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскость основания конуса принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм. Высота пирамиды 50 мм.
Требуется:

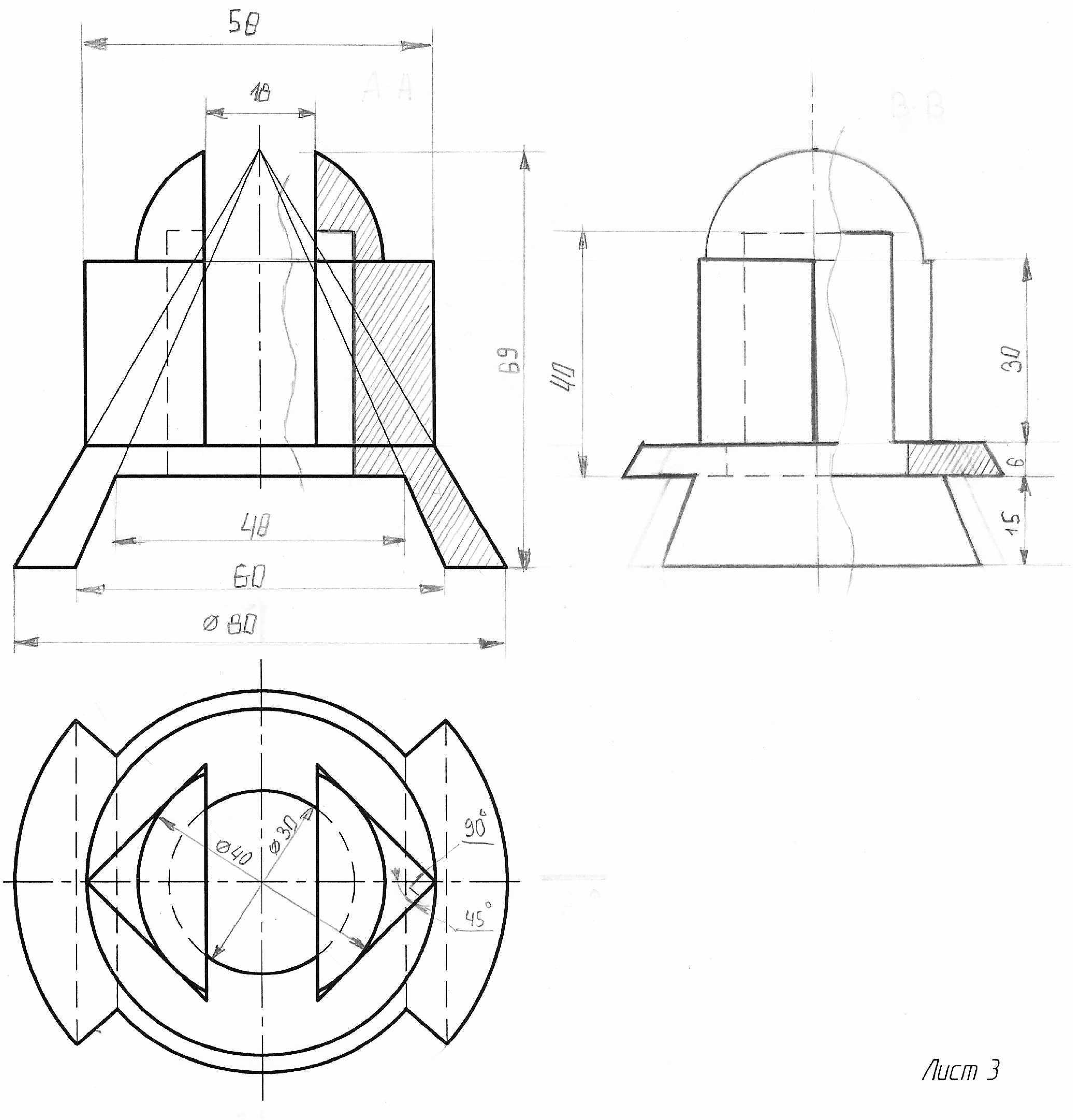
1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;
2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин проекций и видимости линий;
3) оформить все изображения в соответствии с ЕСКД.



Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.

Требуется:

1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза;
3) все изображения оформить в соответствии с ЕСКД;
4) нанести размеры, причем их количество должно быть минимальное, но однозначно определяющее форму фигуры;
5) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Вариант задания 2 Лист работы 1 из 2

№3

$$\log_{4x^2-x^4}(4a-ax^2)\leq 1 \qquad a\in(0;1)$$

ОДЗ: $\begin{cases}4x^2-x^4>0\\ 4x^2-x^4\neq 1 \quad (1)\\ 4a-ax^2>0\end{cases}$ $\begin{cases}x\in(-2;2)/\{0\}\\ x\neq\pm\sqrt{2\pm\sqrt3}\\ x\in(-2;2)/\{0\}\end{cases}$ $x\in(-2;2)/\{0;\ \pm\sqrt{2\pm\sqrt3}\}$

(1) $4x^2-x^4\neq 1$

$t=x^2,\ t\geq 0$

$t^2-4t+1=0$

$t=2\pm\sqrt3$

$x=\pm\sqrt{2\pm\sqrt3}$

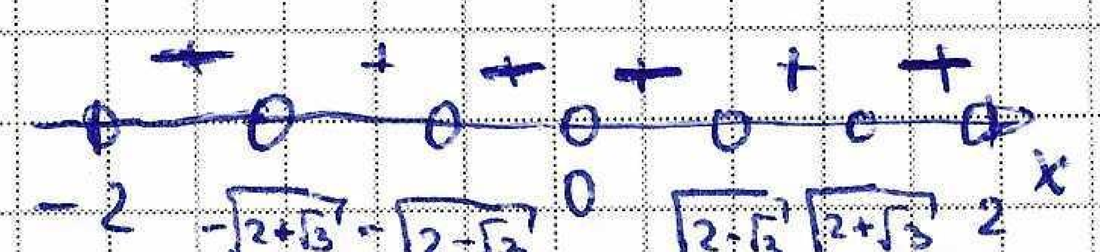
$$\log_{4x^2-x^4}(4a-ax^2)\leq\log_{4x^2-x^4}(4x^2-x^4)$$

при $4x^2-x^4>1$: $(x\in(-\sqrt{2+\sqrt3};-\sqrt{2-\sqrt3})\cup(\sqrt{2-\sqrt3};\sqrt{2+\sqrt3}))$

$4a-ax^2\leq 4x^2-x^4$ (2)

при $4x^2-x^4<1$: $(x\in(-2;-\sqrt{2+\sqrt3})\cup(-\sqrt{2-\sqrt3};\sqrt{2-\sqrt3})\cup(\sqrt{2+\sqrt3};2))/\{0\}$

$4a-ax^2\geq 4x^2-x^4$ (3)



(2) $4a-ax^2\leq 4x^2-x^4$

$x^4-(a+4)x^2+4a\leq 0$

$t=x^2,\ t\geq 0$

$t^2-(a+4)t+4a\leq 0$

$D=a^2+8a+16-16a=(a-4)^2$

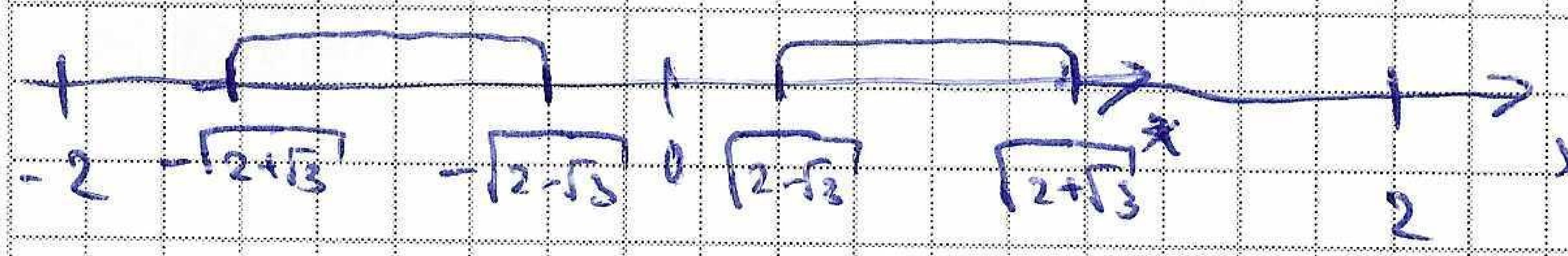
$a\in(0;1)\Rightarrow$

$t_1=\dfrac{a+4+|a-4|}{2}=\dfrac{a+4+4-a}{2}=4$

$t_2=\dfrac{a+4-|a-4|}{2}=\dfrac{a+4-4+a}{2}=a$

$x=\pm 2 \qquad x=\pm\sqrt{a}$

Можно использовать оборот листа для записи решений



$0<\sqrt{a}<1$

$\sqrt{2+\sqrt3}\approx 1{,}9$

$\sqrt{2-\sqrt3}\approx 0{,}5$ $\Rightarrow$

$x\in(-\sqrt{2+\sqrt3};\sqrt{2+\sqrt3})$

$\Rightarrow$ при $\sqrt{a}<\sqrt{2-\sqrt3}$ ~~...~~ $(\sqrt{2-\sqrt3};\sqrt{2+\sqrt3})$

при $\sqrt{a}\geq\sqrt{2-\sqrt3}$ ~~$x\in(-\sqrt{a};-\sqrt{2-\sqrt3})\cup$~~

~~$\cup(\sqrt{2-\sqrt3};\sqrt{a})$~~

$x\in(-\sqrt{2+\sqrt3};-\sqrt{a}]\cup[\sqrt{a};\sqrt{2+\sqrt3})$

(3)

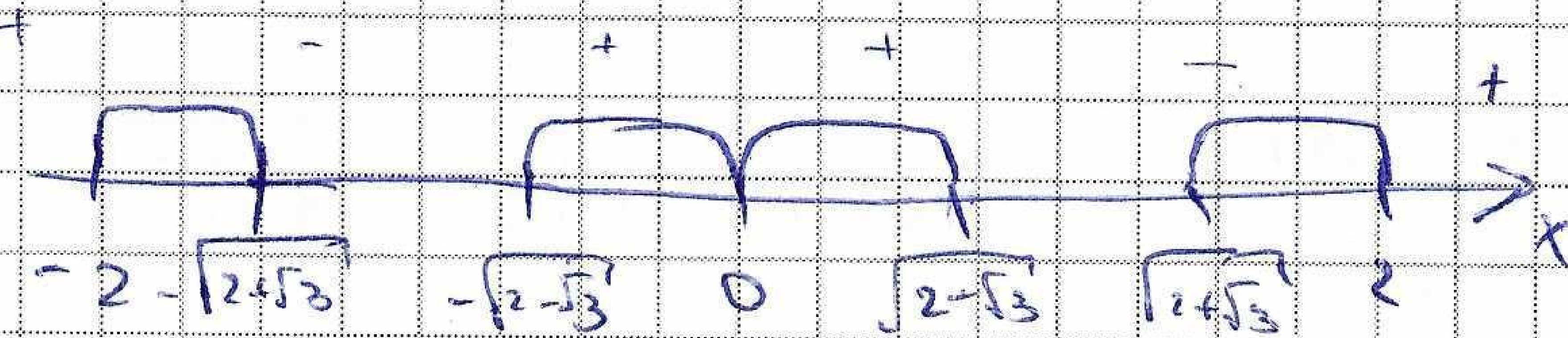
$4a-ax^2\geq 4x^2-x^4$

$x^4-(a+4)x^2+4a\geq 0$

$x=\pm\sqrt{a}$

$x=\pm 2$

$x\in[-\sqrt{a};\sqrt{a}]$

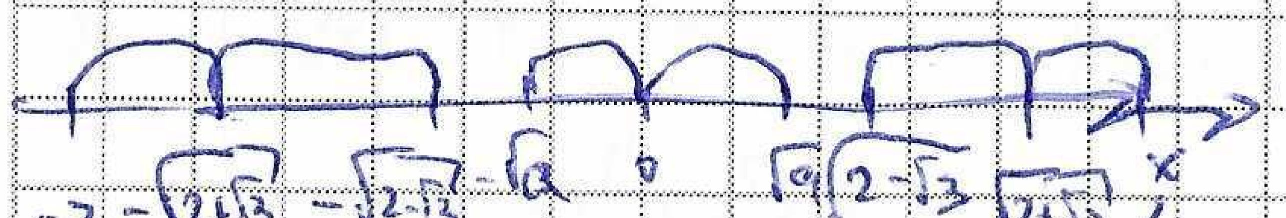


$x\in(-2;-\sqrt{2+\sqrt3})\cup(\sqrt{2+\sqrt3};2)\cup$

$\cup\left[\begin{array}{l}(-\sqrt{a};\sqrt{a})/\{0\},\ \sqrt{a}<\sqrt{2-\sqrt3}\\ (-\sqrt{2-\sqrt3};\sqrt{2-\sqrt3})/\{0\},\ \sqrt{a}\geq\sqrt{2-\sqrt3}\end{array}\right.$

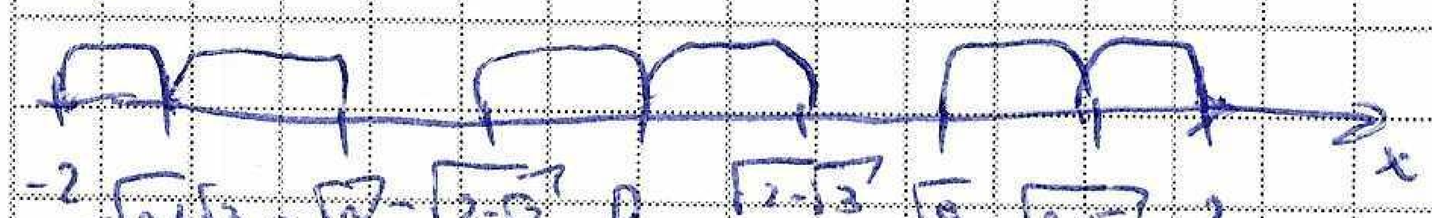
$$\left[\begin{array}{l}\sqrt{a}<\sqrt{2-\sqrt3}\ \left\{\begin{array}{l}x\in[-\sqrt{a};\sqrt{a}]/0\ \cup(-2;-\sqrt{2+\sqrt3})\cup(\sqrt{2+\sqrt3};2)\\ x\in(-\sqrt{2+\sqrt3};-\sqrt{2-\sqrt3})\cup(\sqrt{2-\sqrt3};\sqrt{2+\sqrt3})\end{array}\right.\\ \sqrt{a}\geq\sqrt{2-\sqrt3}\ \left\{\begin{array}{l}x\in(-2;-\sqrt{2+\sqrt3})\cup(\sqrt{2+\sqrt3};2)\cup(-\sqrt{2-\sqrt3};\sqrt{2-\sqrt3})/\{0\}\\ x\in(-\sqrt{2+\sqrt3};-\sqrt{a}]\cup[\sqrt{a};\sqrt{2+\sqrt3})\end{array}\right.\end{array}\right.$$

1)



$\Rightarrow x\in(-2;-\sqrt{2+\sqrt3})\cup(\sqrt{2+\sqrt3};2)$

2)



Ответ: $x\in(-2;-\sqrt{2+\sqrt3})\cup(\sqrt{2+\sqrt3};2)$

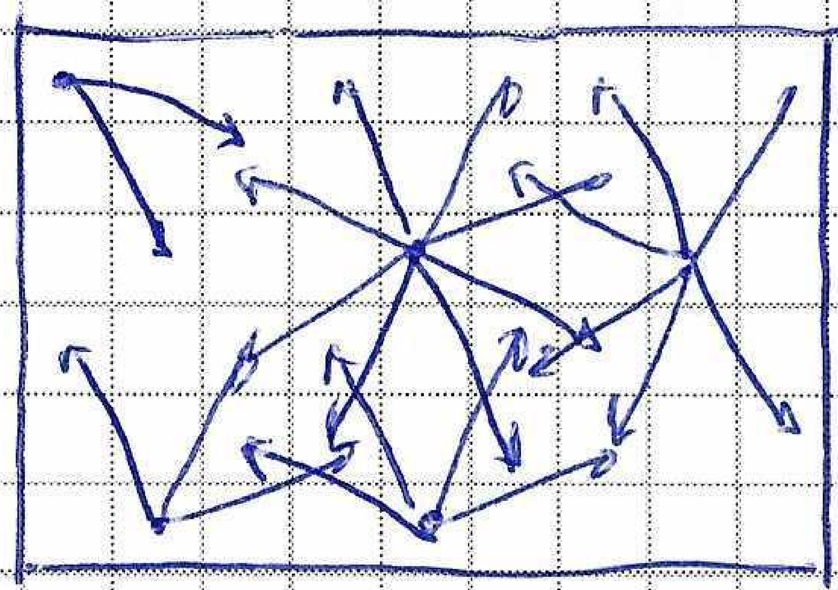
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2 Лист работы 2 из 2

№1

рассмотрим на каких полях конь бьет какое-то кол-во клеток



Рассмотрев все клетки можно заметить, что на их клетках конь бьет много

на 8 – 3

на 16 – 4

на 14 – 6

на 10 – 8

следовательно вероятность нахождения 1 коня в каждой клетке $\frac{1}{54}$

2 коня – $\frac{1}{54}$

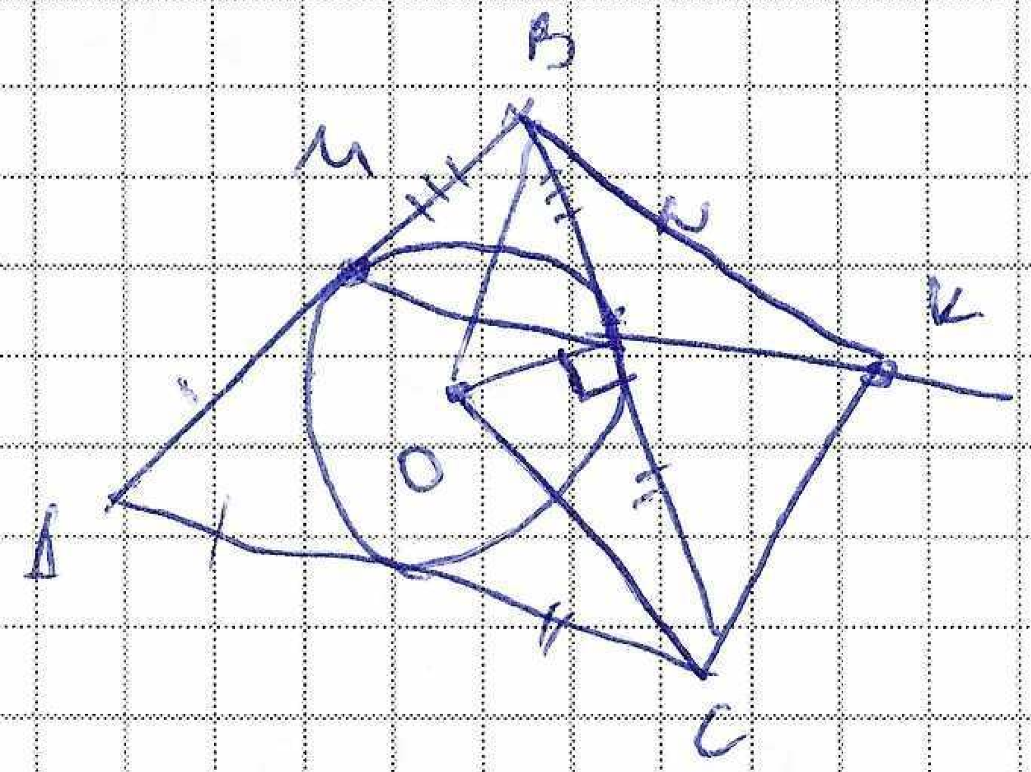
тогда вероятность угрозы коней:

$$\frac{8}{54}\cdot\frac{3}{54}+\frac{16}{54}\cdot\frac{4}{54}+\frac{14}{54}\cdot\frac{6}{54}+\frac{10}{54}\cdot\frac{8}{54}+\frac{4}{54}\cdot\frac{2}{54}$$

$$=\frac{24}{54^2}+\frac{64}{54^2}+\frac{84}{54^2}+\frac{80}{54^2}+\frac{8}{54^2}=\frac{260}{54^2}=\frac{2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot13}{3^8\cdot4}=\frac{325}{81^2}$$

Ответ: $\frac{325}{81^2}$

№2



т.к. опр вн => O лежит

в т. п биссектрис => $\angle OCK = 60^\circ$ =>

=> K лежит вне $\triangle ABC$.

по формуле Герона

$$84\sqrt{3} = \sqrt{\frac{37+a}{2}\left(\frac{37+a}{2}-16\right)\left(\frac{37+a}{2}-21\right)\left(\frac{37+a}{2}-a\right)}$$

$$21\sqrt{3} = \sqrt{(a^2-25)(37^2-a^2)}$$