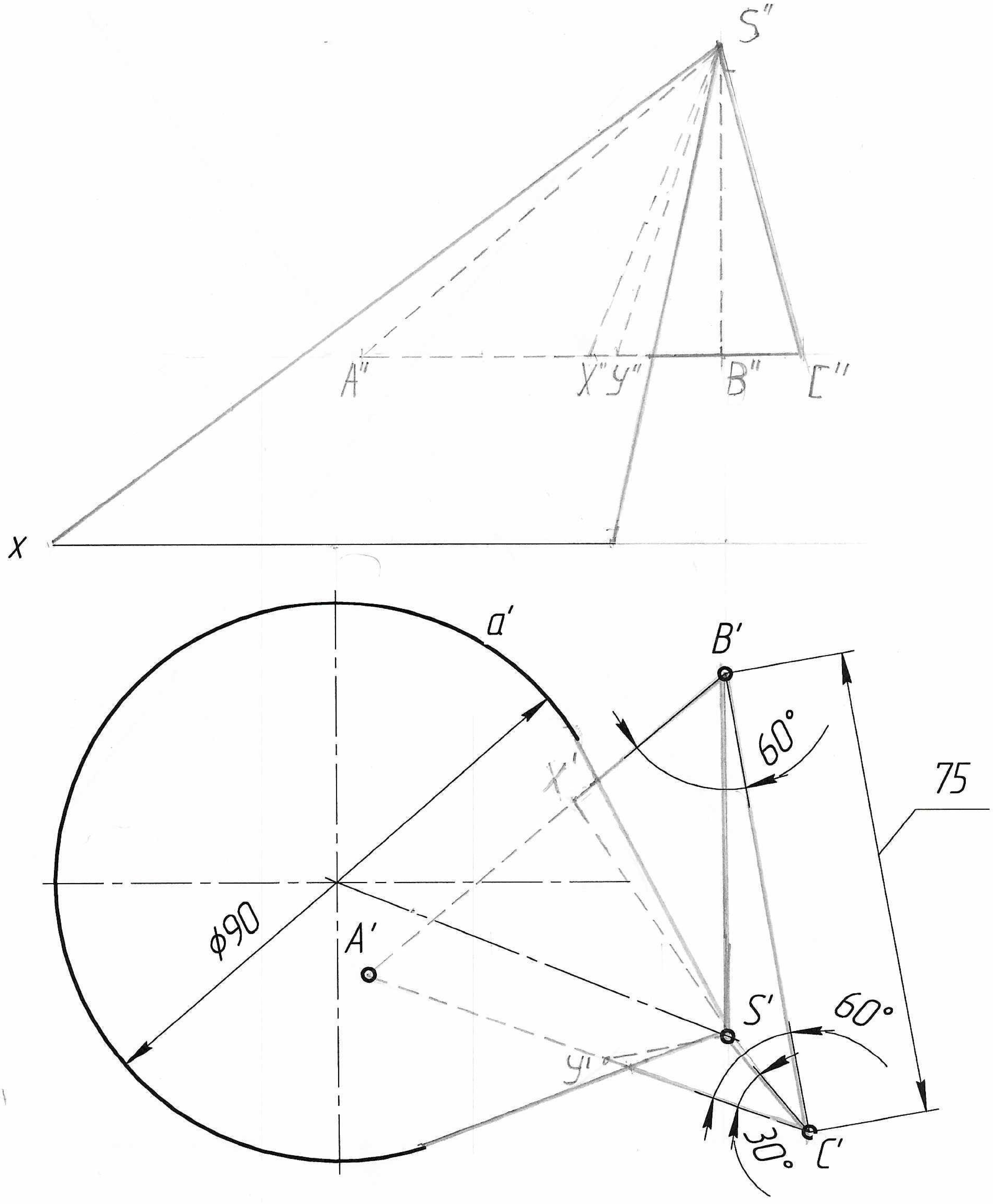
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

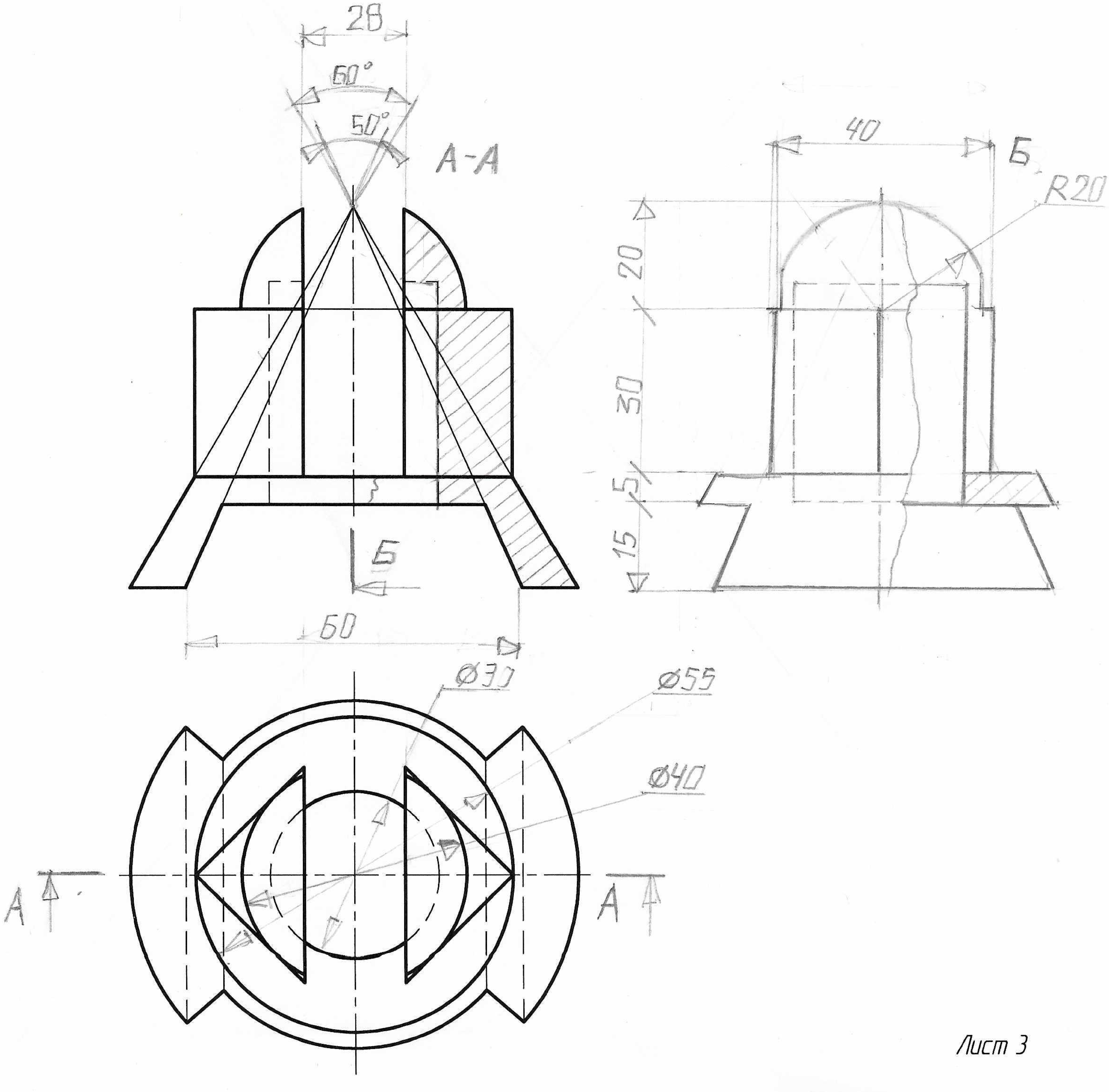
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Задача 4 (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания наклонного конуса **a'** и вершин основания пирамиды **A'B'C'**. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскость основания конуса принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм. Высота пирамиды 50 мм. Требуется:

1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;
2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин проекций и видимости линий;
3) оформить все изображения в соответствии с ЕСКД.



Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.
Требуется:
1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза;
3) все изображения оформить в соответствии с ЕСКД;
4) нанести размеры, причем их количество должно быть минимальное, но однозначно определяющее форму фигуры;
5) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 2

№1 Поставим I коня на каждую из клетку доски 8×7 и посчитаем со скольких клеток его можно защитить

~~тогда вероятность для события~~

m=

2	3	4	4	4	3	2
3	4	6	6	6	4	3
4	6	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	6	4
3	4	6	6	6	4	3
2	3	4	4	4	3	2

A: два белых коня будут защищать друг друга

$$P(A) = \sum_{i=0}^{7}\sum_{j=0}^{8} \frac{1\cdot m_{ij}}{56\cdot 55} = \frac{4}{56}\cdot\frac{2}{55} + \frac{8}{56}\cdot\frac{3}{55} + \frac{18}{56}\cdot\frac{4}{55} + \frac{14}{56}\cdot\frac{6}{55} +$$

$$+ \frac{12}{56}\cdot\frac{8}{55} = \frac{244}{3080} = \frac{61}{770}$$

Ответ: $\frac{61}{770}$

№ 2

Дано

$S_{ABC} = 21\sqrt{3}$

$AB = 8$

$BC = 9,5$

$\angle OCK = 60°$

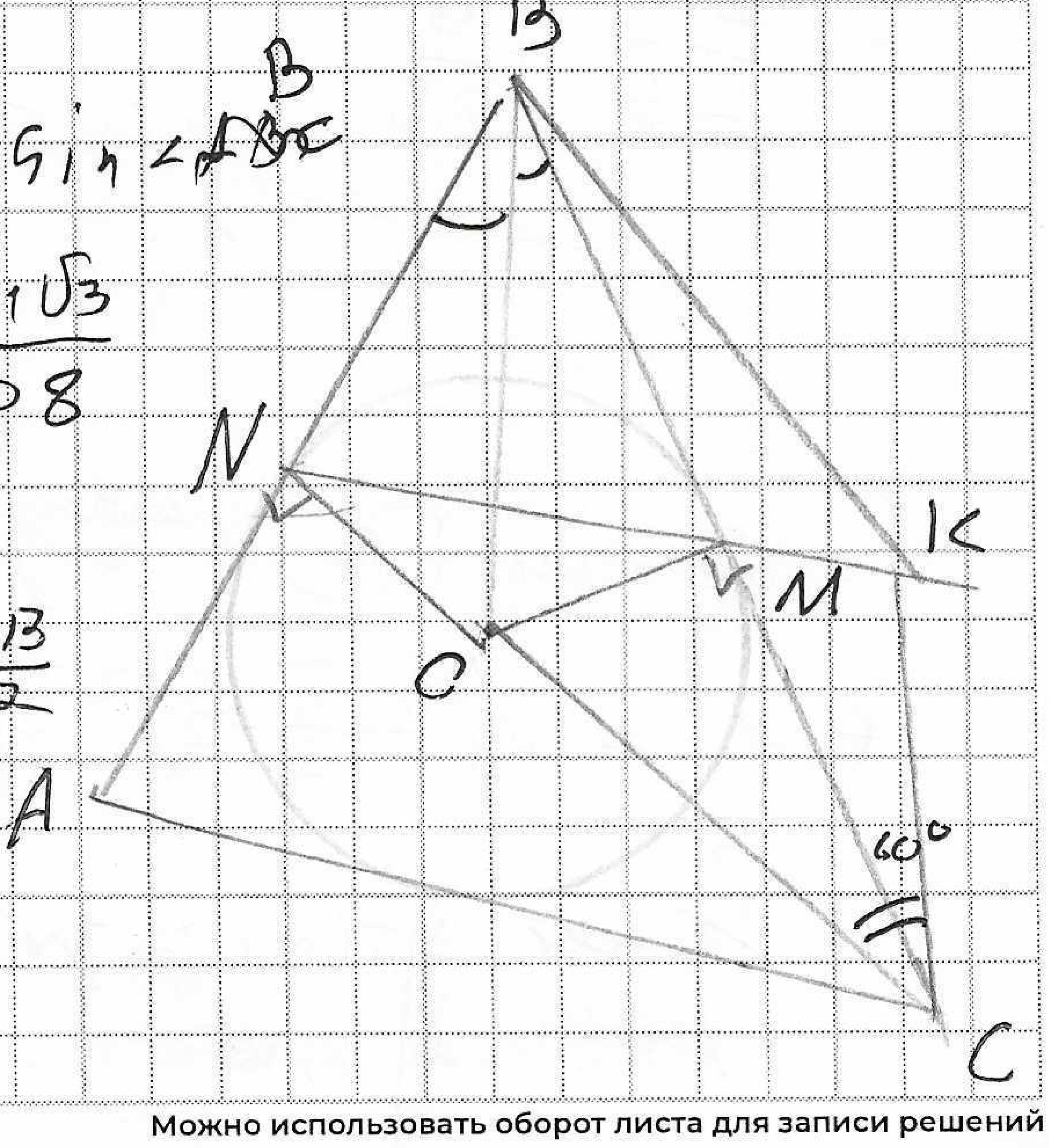
S_{BOCK} - ?

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB\cdot BC\cdot \sin\angle ABC$

$\sin\angle B = \frac{2\cdot 21\sqrt{3}}{8\cdot 9,5} = \frac{21\sqrt{3}}{38}$

BO - биссектриса

$\Rightarrow \sin\angle OBM = \sin\frac{\angle B}{2}$



Можно использовать оборот листа для записи решений

№3 $\begin{cases} x^2+y^2-4x+6y\le a^2+8a+3 \\ 5x^2+5y^2-2(a+4)x+2(2a+3)y\le -a^2-4a \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2+(y+3)^2\le a^2+8a+16 \\ x^2+y^2-2\left(\frac{a}{5}+\frac{4}{5}\right)x+2\left(\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}\right)y\le -\frac{a^2}{5}-\frac{4}{5}a \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2+(y+3)^2\le (a+4)^2 \\ \left(x-\frac{a}{5}-\frac{4}{5}\right)^2+\left(y+\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}\right)^2\le -\frac{a^2}{5}-\frac{4}{5}a+\left(\frac{a}{5}+\frac{4}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2+(y+3)^2\le (a+4)^2 \\ \left(x-\frac{a}{5}-\frac{4}{5}\right)^2+\left(y+\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}\right)^2\le -\frac{5a^2}{25}-\frac{20a}{25}+\frac{a^2}{25}+\frac{8a}{25}+\frac{16}{25}+\frac{4}{25}a^2+ \end{cases}$

$+\frac{12a}{25}+\frac{9}{25}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2+(y+3)^2\le (a+4)^2 \\ \left(x-\frac{a}{5}-\frac{4}{5}\right)^2+\left(y+\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}\right)^2\le 1 \end{cases}$ — круг с центром $O_1(2;-3)$ и $r_1=a+4$; — круг с центром $O_2\left(\frac{a}{5}+\frac{4}{5}; -\frac{2}{5}a-\frac{3}{5}\right)$ и $r_2=1$

Возьмем $f(x)$ равную расстоянию между центрами окр.

$f(x)=\sqrt{\left(\frac{a}{5}+\frac{4}{5}-2\right)^2+\left(\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}-3\right)^2}$

Если ~~реш.~~ $\left[\begin{array}{l} f(x)>r_1+r_2 \\ r_1<0 \\ r_2<0 \end{array}\right.$, тогда система не имеет реш.

Вариант задания 1 Лист работы 2 из 2

(*) $\sqrt{\left(\frac{a}{5}-\frac{6}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{5}a-\frac{12}{5}\right)^2} > a+4+1$

$\left(\frac{a}{5}-\frac{6}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{5}a-\frac{12}{5}\right)^2 > (a+5)^2$

$\frac{a^2}{25}-\frac{12a}{25}+\frac{36}{25}+\frac{4a^2}{25}-\frac{48a}{25}+\frac{144}{25} > a^2+10a+25$

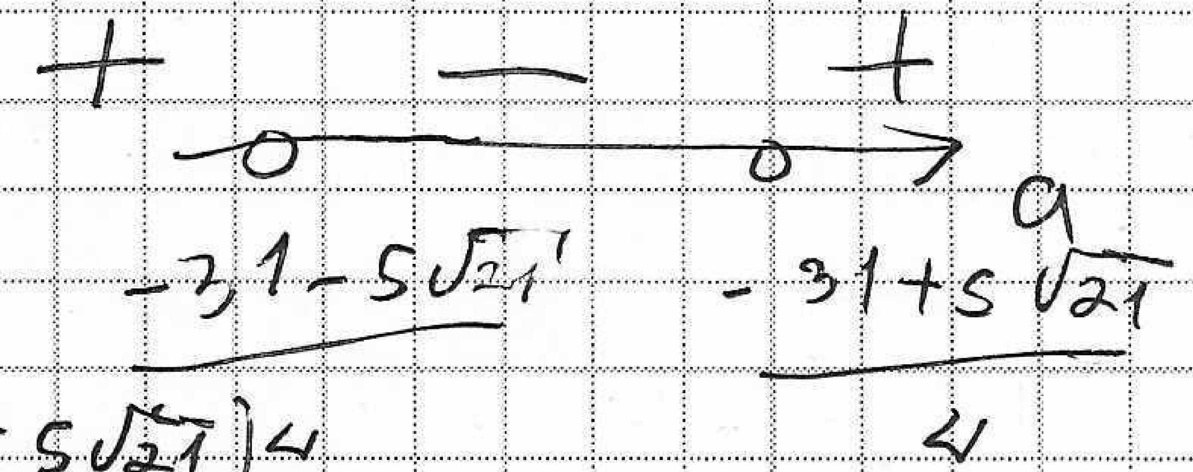
$a^2-12a+36+4a^2-48a+144 > 25a^2+250a+725$

$20a^2+310a+545<0$

$4a^2+62a+109<0$

$D=62^2-16\cdot 109=3844-1744=2100$

$a_{1,2}=\frac{-62\pm 10\sqrt{21}}{8}=\frac{-31\pm 5\sqrt{21}}{4}$



$\left[\begin{array}{l} a\in\left(\frac{-31-5\sqrt{21}}{4};\ \frac{-31+5\sqrt{21}}{4}\right) \\ a<-4 \\ 1<0\ \varnothing \end{array}\right. \Leftrightarrow a\in\left(-\infty;\ \frac{-31+5\sqrt{21}}{4}\right)$

Ответ: при $a\in\left(-\infty;\ \frac{-31+5\sqrt{21}}{4}\right)$