Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2 Лист работы 1 из 4

3) Дано

$R = 1$ мм

$\lambda = 450$ нм

$m = 5 \cdot 10^{-7}$ кг

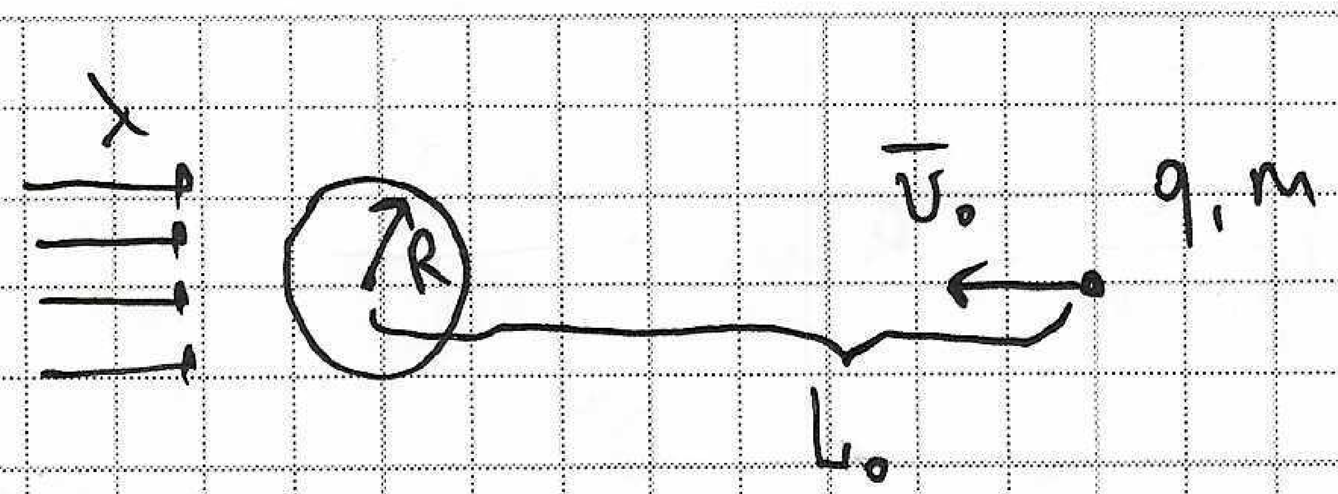
$q = 10^{-8}$ Кл

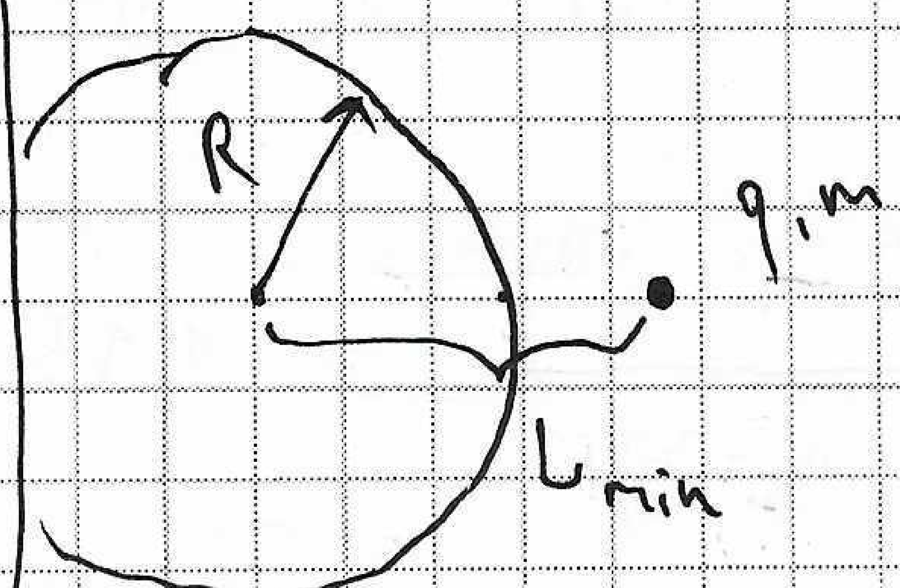
$L_0 = 0,1$ м

$v_0 = 0,2$ м/с

$L_{min} = 1,5$ мм

$A_{вых}$ - ?





1) Условие минимального расстояния обуславливается обнулением скорости точечного тела.

$v = 0$

~~Формула Эйнштейна.~~

$\cancel{h\nu = A_{вых} + K_{max} = \frac{mv^2}{2}}$

Т.к. металлический шар продолжительное время облучают, из него вылетают электроны и он становится заряженным до заряда Q.

По теореме о кинетической энергии для точ. тела.

$\Delta K = A$, т.к. $F_{эл} >> F_{притяж}$ $\Rightarrow$ $A_{притяж} = 0$

электрическое взаимодействие сильнее гравитационного ($k >> G$)

$0 - \frac{mv_0^2}{2} = F_{эл} \cdot S = q \cdot E \cdot (L_{min} - L_0)$

~~Напряженность поля шарика~~ $\cancel{E = \frac{kQ}{R^2}}$ Напряженность т1. поля шарика $E = \frac{kQ}{r^2}$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kqQ}{R^2}\cdot(L_0 - L_{min}) \quad ; \quad E = \frac{kQ}{R^2}$$

$$Q = \frac{mv_0^2\cdot R^2}{2\cdot k\cdot q\cdot(L_0 - L_{min})} = \frac{2\pi\varepsilon_0\cdot m v_0^2\cdot R^2}{q(L_0 - L_{min})}$$

По формуле Эйнштейна:

$$h\nu = A_{вых} + K_{max}$$

$$K_{max} = Q\cdot U = \frac{kQ^2}{R} \qquad \Big| \qquad \lambda = c\cdot T = \frac{c}{\nu}$$

$$U = \varphi_{шара} = \frac{kQ}{R} \qquad \Big| \qquad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$U$$

$$h\cdot\frac{c}{\lambda} = A_{вых} + \frac{kQ^2}{R}$$

$$A_{вых} = h\cdot\frac{c}{\lambda} - \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\cdot R} = 1{,}1\cdot10^{-17}\ Дж = 68{,}75\ эВ$$

$$Q = \frac{\cancel{2\pi}\cdot\frac{10^{-9}}{18\,\cancel{36\pi}}\cdot 5\cdot10^{-7}\cdot 0{,}2^2\cdot(10^{-3})^2}{10^{-8}\cdot(0{,}1 - 1{,}5\cdot10^{-3})} = 1{,}13\cdot10^{-15}$$

Ответ: $A_{вых} = 68{,}75$ эВ

(4) Дано $R = 0{,}2$ м

$Q = 2\cdot10^{-5}$ Кл

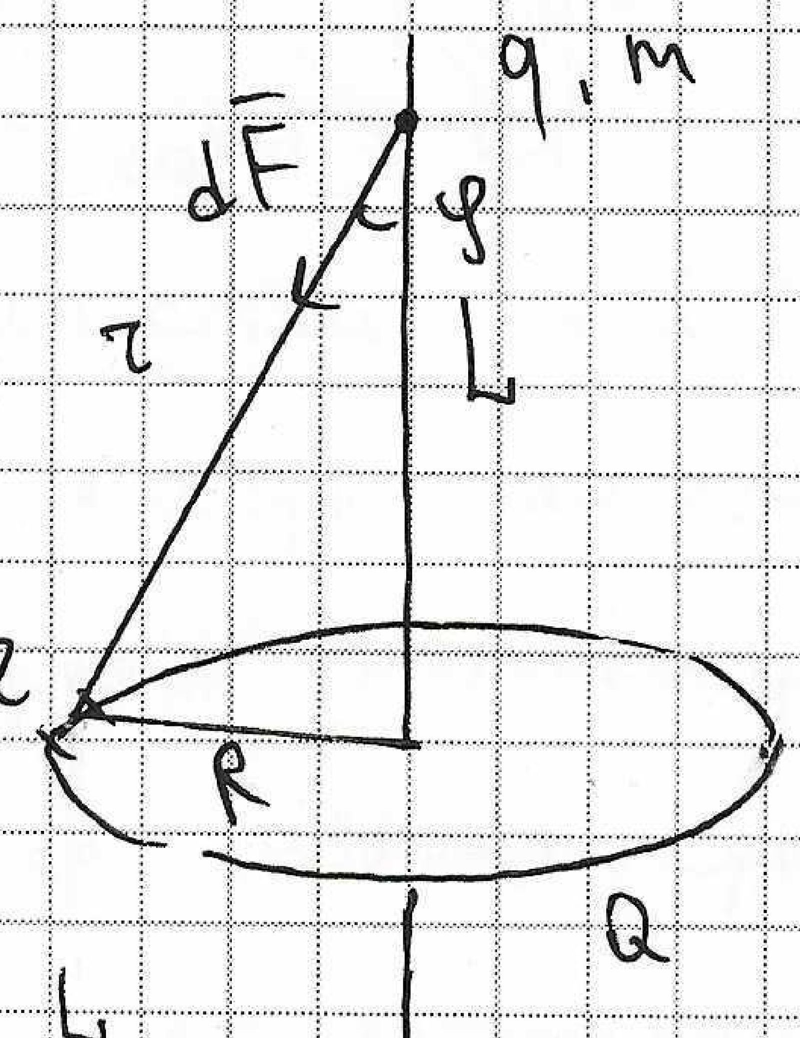
$m = 2$ г

$q = -3\cdot10^{-7}$ Кл

$L_0 = 0{,}4$ м

$v_0 = 10$ м/с

$v - ?$



Запишем силу взаимодействия кольца с шариком на расст. L.

$$\cos\varphi = \frac{L}{r}$$

$$\int dF = \int\frac{kq\cdot dQ}{r^2} = \int\frac{kq\lambda\cdot dl}{r^2}$$

$$\lambda = \frac{Q}{2\pi R - x} = \frac{Q}{\frac{68}{69}2\pi R}$$

$$x = \frac{1}{69}2\pi R - \text{вырез. кусок}$$

$$\sum F = \int dF\cdot\cos\varphi =$$

$$= \int\frac{kq\lambda\cdot dl}{r^2}\cdot\cos\varphi =$$

см. след. лист

Продолжение задания 4:

$$\sum F = \frac{kq\lambda}{r^2}\cdot\frac{68}{69}\,2\pi R\cdot\cos\varphi = \frac{kqQ}{r^2}\cdot\cos\varphi = \frac{kqQ}{r^3}\cdot L$$

По теореме о кинетической энергии:

$$\Delta K = A;$$

$$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2} = \int_{L_0}^{0}\frac{kqQ\cdot L}{r^3}\,dL = \int_{L_0}^{0}\frac{kqQL}{(L^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\,dL$$

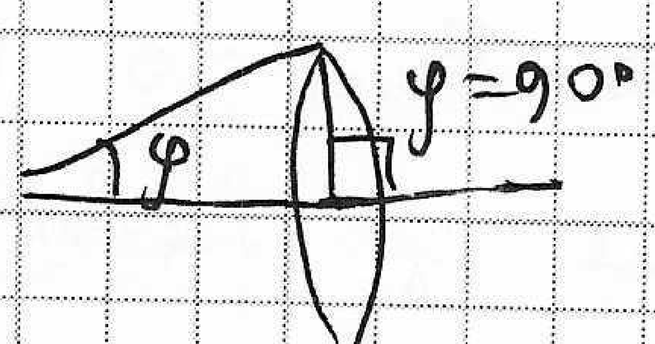
По т. Пифагора:

$$r^2 = L^2+R^2$$

Задача: посчитать: $\displaystyle\int_{L_0}^{0}\frac{L}{(L^2+R^2)^{3/2}}\,dL = \int_{R/L_0}^{0}\frac{R/tg\varphi}{\left(\frac{R^2}{tg^2\varphi}+R^2\right)^{3/2}}\cdot\left(\frac{-R}{tg^2\varphi}\right)d\,tg\varphi$

$$tg\,\varphi = \frac{R}{L};\quad tg\,\varphi_0 = \frac{R}{L_0}$$

$$(L)' = \left(\frac{R}{tg\varphi}\right)'$$



$$\frac{dL}{d\,tg\varphi} = -\frac{R}{tg^2\varphi}$$

$$= \int_{R/L_0}^{0}\frac{-R^2}{R^3\left(1+\frac{1}{tg^2\varphi}\right)^{3/2}}\,\frac{d\,tg\varphi}{tg^3\varphi} =$$

$$= -\frac{1}{R}\int_{R/L_0}^{0}\frac{tg^3\varphi}{tg^3\varphi\,(1+tg^2\varphi)^{3/2}}\,d\,tg\varphi =$$

$$= -\frac{1}{R}\int_{R/L_0}^{0}\frac{1}{(1+tg^2\varphi)^{3/2}}\,d\,tg\,\varphi$$

$$\frac{d\,tg\varphi}{d\varphi} = \frac{1}{\cos^2\varphi}$$

$$tg^2\varphi = \frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi} = \frac{1-\cos^2\varphi}{\cos^2\varphi} = \frac{1}{\cos^2\varphi}-1$$

$$\varphi_0 = arctg\left(\frac{R}{L_0}\right)$$

Тогда

$$-\frac{1}{R}\int_{\varphi_0}^{\pi/2}\frac{1}{\left(1+\frac{1}{\cos^2\varphi}-1\right)^{3/2}}\cdot\frac{1}{\cos^2\varphi}\,d\varphi=-\frac{1}{R}\int_{\varphi_0}^{\pi/2}\cos\varphi\,d\varphi=$$

$$=-\frac{1}{R}\cdot\sin\varphi\Big|_{\varphi_0}^{\pi/2}=-\frac{1}{R}\cdot\left(\sin\frac{\pi}{2}-\sin\varphi_0\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}=\frac{kqQ}{R}\cdot\left(\sin\varphi_0-\sin\frac{\pi}{2}\right)\ \Big|\cdot\frac{2}{m}$$

$$v=\sqrt{\frac{2kqQ}{mR}\left(\sin\varphi_0-\sin\frac{\pi}{2}\right)+v_0^2}=\sqrt{\frac{2\cdot3\cdot10^{-7}\cdot2\cdot10^{-5}(0{,}447+1)}{4\cdot\pi\cdot\frac{10^{-9}}{36\pi}\cdot2\cdot10^{-7}\cdot0{,}2}+10^2}=$$

$$\sin\varphi_0=\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{R}{L_0}\right)=0{,}447 \qquad =22{,}15\ \frac{м}{с}$$

Ответ: $v=22{,}15\ \frac{м}{с}$

⑤ Дано

$3m$

k

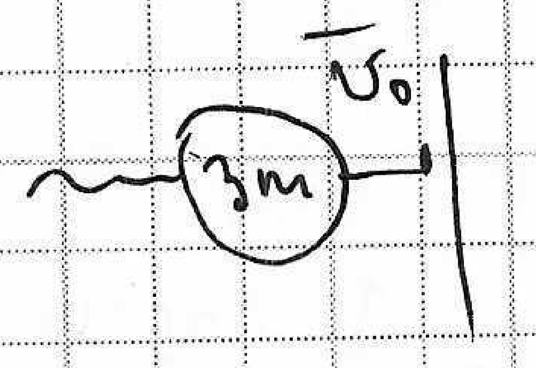
v_0

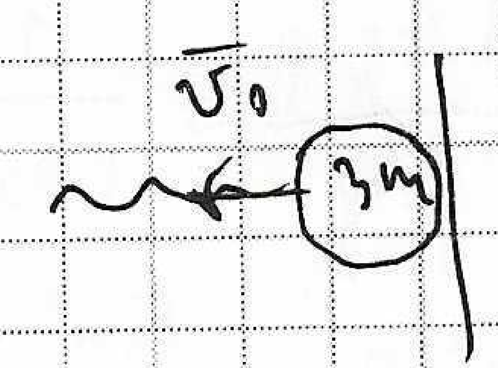
S, L

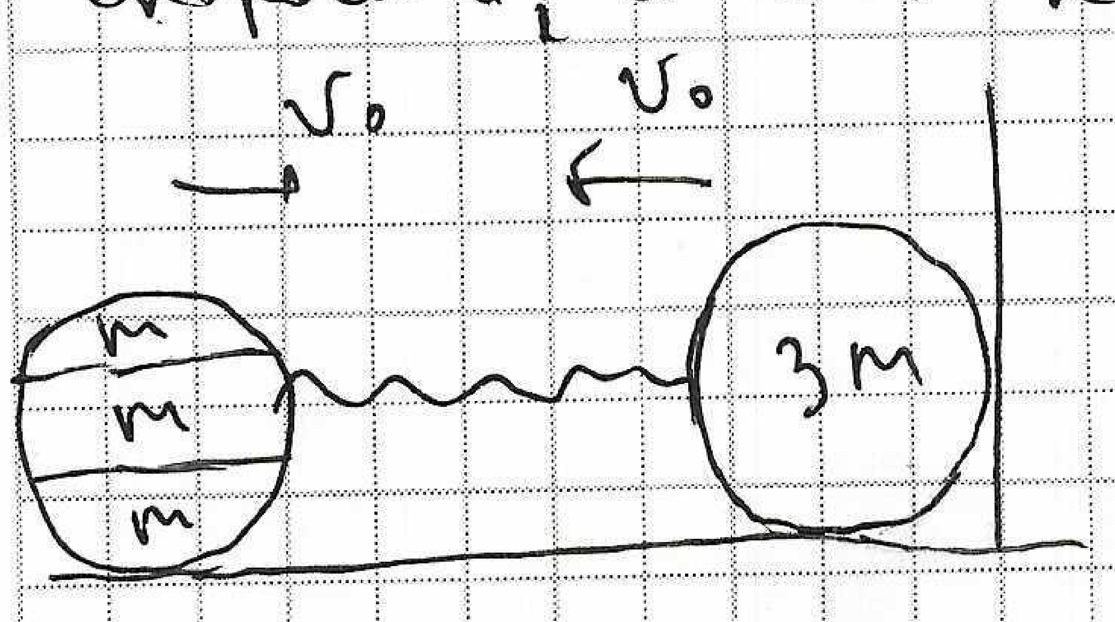
$M \to \min$ – ?

До момента соударения шарики двигались с одинаковой скоростью в одном направлении $\Rightarrow$ Пружина была нерастянута $\Rightarrow$ $F_{упр}=0$ $\Rightarrow$ на левый шарик не действовали силы $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ три части левого шарика не разъезжались в этот участок пути.

При абс. упр. соуд. по з-ну сохр. импульса у правого шарика ~~скорость~~ ~~начала действовать влево~~ направление скорости стала направлена влево!







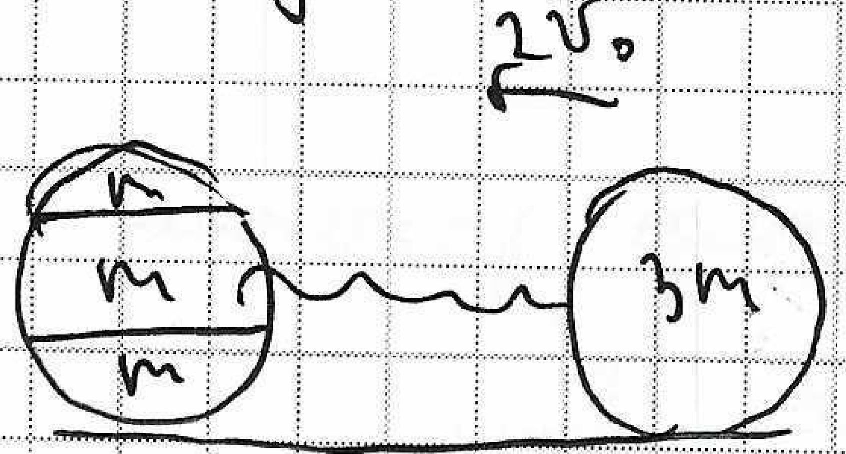
См. след. лист

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Вариант задания 2

Продолжение решения 5 задачи:

Перейдём в систему отсчета левого шарика:

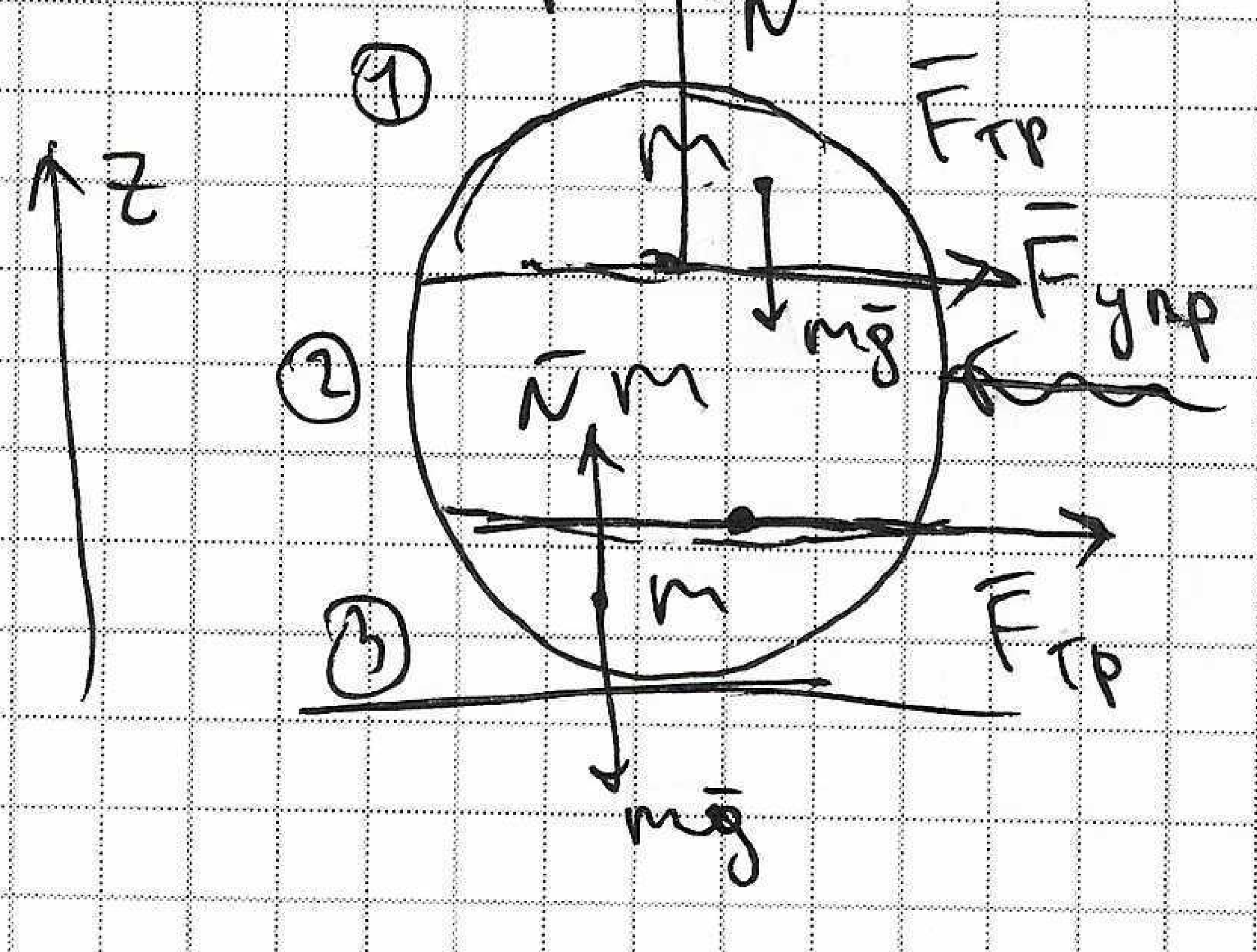


Чтобы части левого шарика не оторвались нужно, чтобы они выдержали ~~самую~~ максимальную силу упругости. Эта сила достигается, когда вся кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию деформации пружины:

ЗСЭ: $\frac{3m\cdot(2v_0)^2}{\cancel{2}} = \frac{kx^2}{\cancel{2}}$

$$x = \sqrt{\frac{3m(2v_0)^2}{k}} = \sqrt{\frac{3m}{k}}\cdot 2v_0 \Rightarrow F_{упр.\to max} = kx = \sqrt{3m\cdot k}\cdot 2v_0$$

Нарисуем силы, действующие на среднюю часть левого шарика



По I з-ну Ньютона ($v_0 = 0$):

$F_{упр} = 2F_{тр}$ (a)

Запишем I з-н Ньютона для частей 1 и 3 на ось Z:

1 : $N = mg$

2 : $N = mg$

По III з-ну Ньютона: $|\bar N| = |\bar N'|$

N' – сила, с которой давит на 2-ую часть первая или трение $\Rightarrow$ $F_{тр} = \mu N' = \mu mg$

(а) : $F_{упр} = 2 F_{тр}$

$kx = 2\mu N'$

$\sqrt{3mk} \cdot \cancel{2} v_0 = \cancel{2} \mu mg$

$\mu = \dfrac{\sqrt{3mk}\, v_0}{\cancel{2}\, mg} = \sqrt{\dfrac{3k}{m}} \cdot \dfrac{v_0}{g}$

В этом случае $\mu \to \min$, т.к. больших значении μ, части не разъединятся при той же $F_{упр}$.

Ответ: $\mu = \sqrt{\dfrac{3k}{m}} \cdot \dfrac{v_0}{g}$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

① Дано

$E_1 = 100$ В

$E_2 =$ ~~...~~ 40 В

$R = 10$ Ом

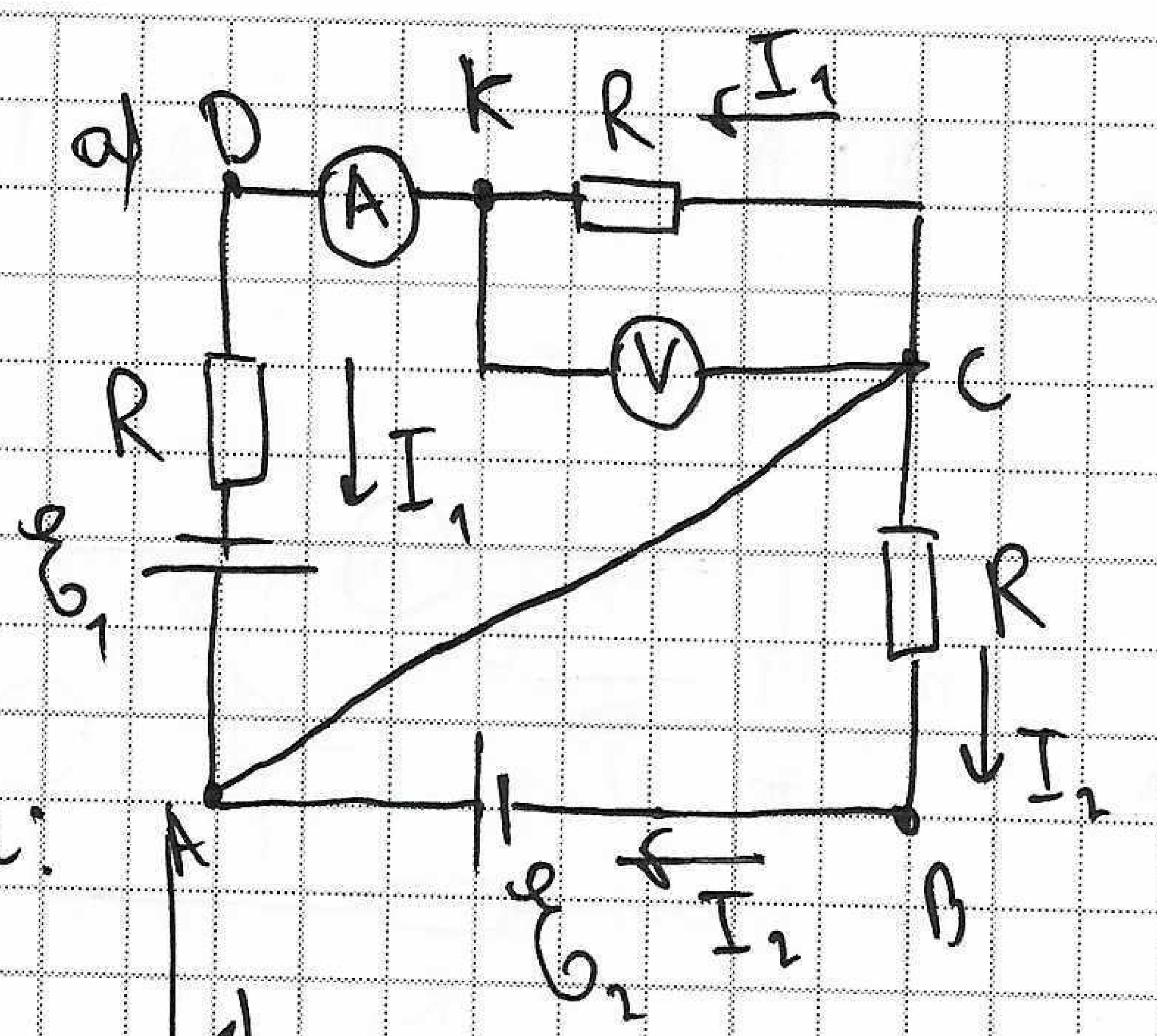
а) Замкнутый ключ:

I_A - ? U_V - ?

б) Разомкнутый ключ:

I'_A - ? U'_V - ?

а)



1) II правило Кирхгофа для ABC: $\mathcal{E}_2 = I_2 R$

— // — для ADC:

$$\mathcal{E}_1 = I_1 R + I_1 \cdot R = 2 I_1 \cdot R$$

2) Показания амперметра — I_1

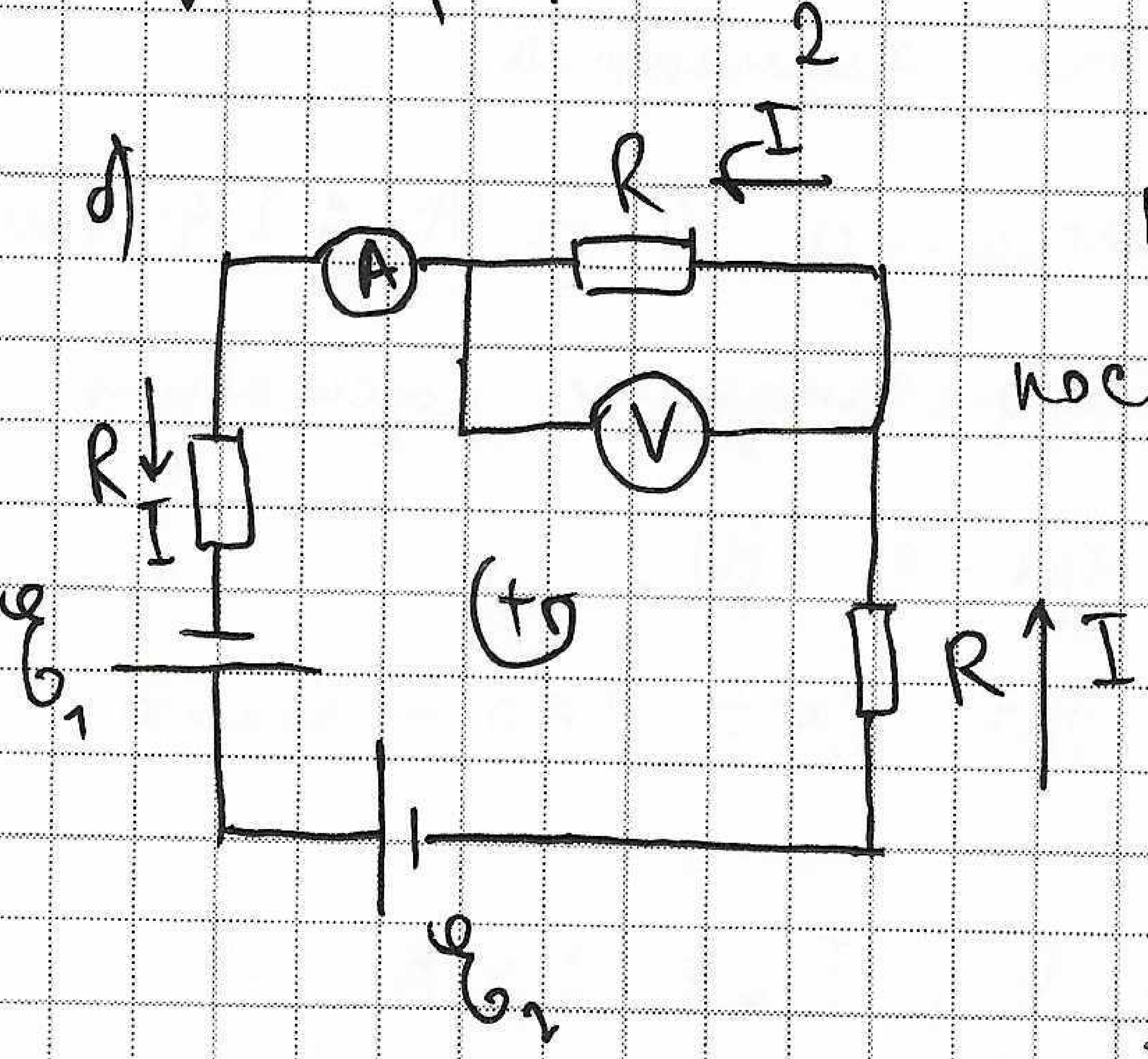
$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{2R} = I_A = \frac{100}{2 \cdot 10} = 5A$$

3) Показание вольтметра — напряжение на резисторе KC:

По з-ну Ома:

$$U_V = I_1 \cdot R = \frac{\mathcal{E}_1}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ В}$$

б)



Все три резистора подключены последовательно => их токи равны I.

II правило Кирхгофа:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = I \cdot 3R \Rightarrow I'_A = I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{3R} =$$

$$= \frac{100 - 40}{3 \cdot 10} = 2A$$

Можно использовать оборот листа для записи решений

По з-ну Ома: Напряжение на резисторе КС: $U_V' = I \cdot R =$

$= 2 \cdot 10 = 20$ В.

Ответ: а) $I_A = 5$ А ; $U_V = 50$ В

б) $I_A' = 2$ А ; $U_V' = 20$ В

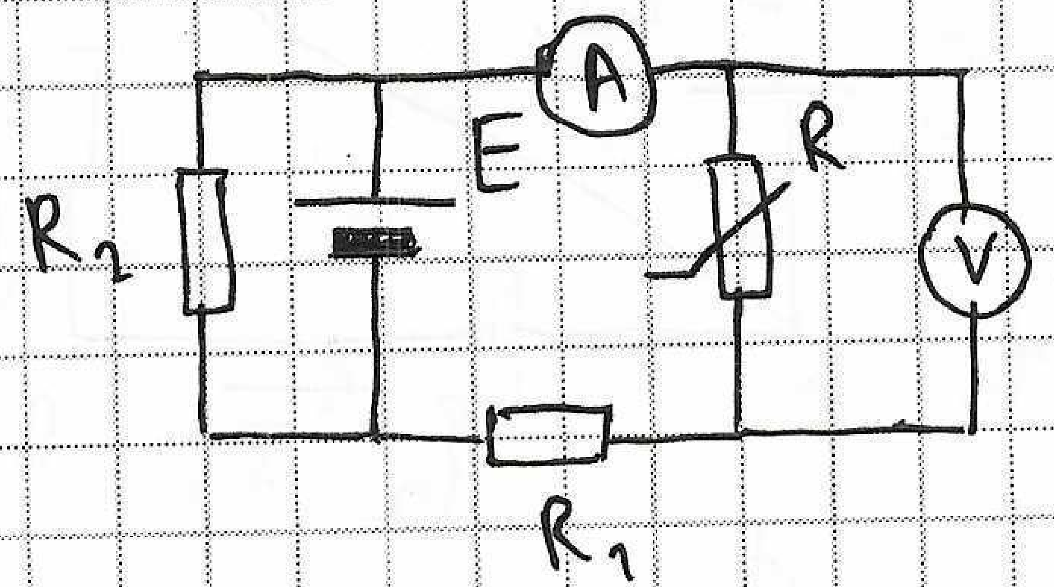
② Дано

$E = 200$ В

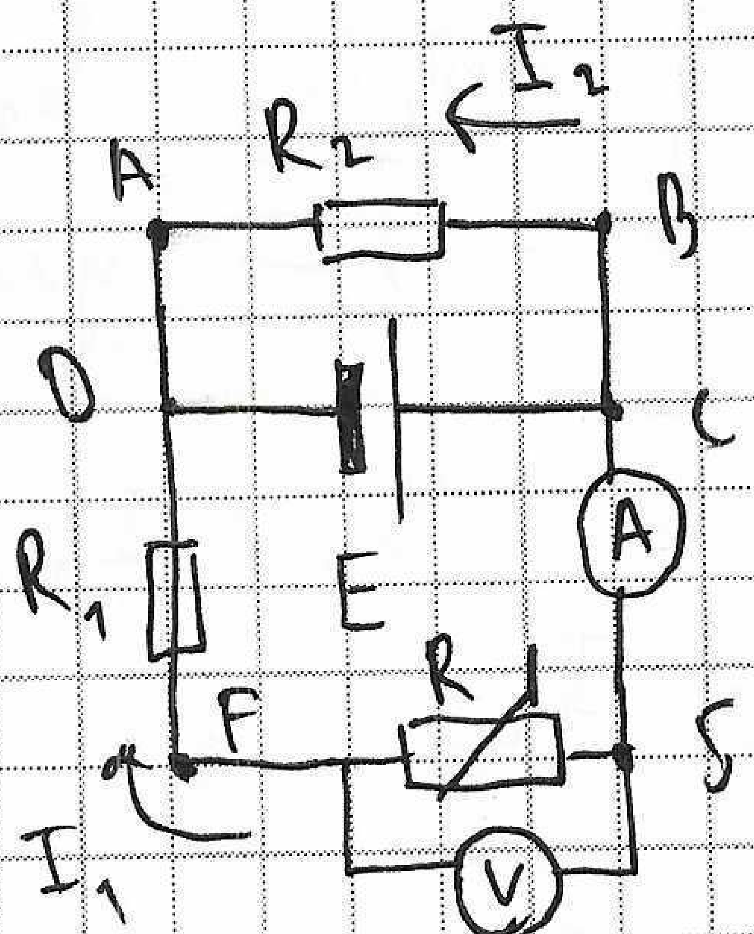
$R_1 = 20$ Ом

$R_2 = 5$ Ом

$U_V - ?$; $I_A - ?$



Перерисуем рисунок и расставим токи.



II правило Кирх. для OCSF:

$E = I_1 (R + R_1)$

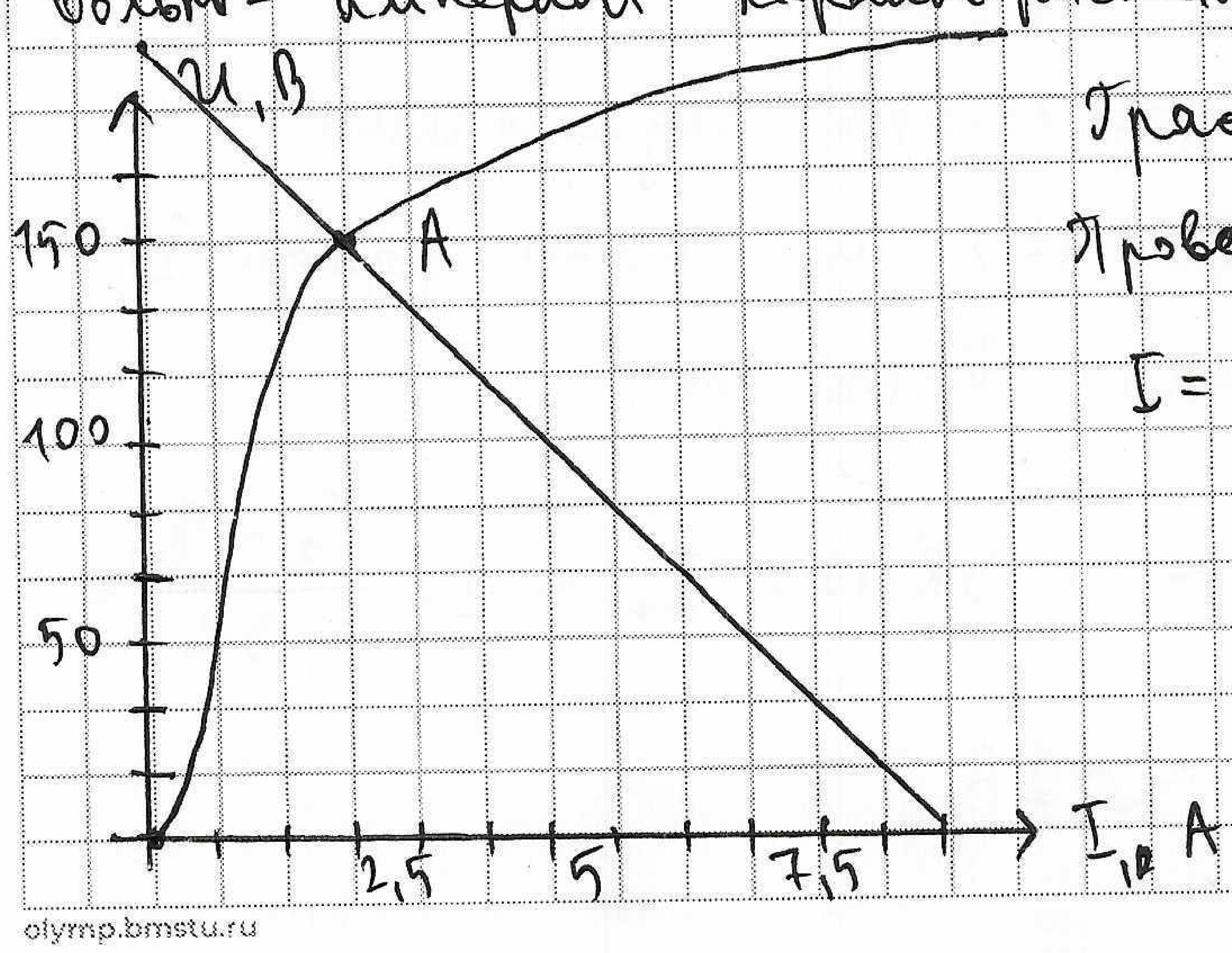
$I_1 R = E - I_1 \cdot R_1$

$I_1 = I_A$; По з-ну Ома $U_V = I_1 \cdot R$

$\Rightarrow U_V = E - I_A \cdot R_1$

$U_V = 200 - 20 \cdot I_A$ (1)

Нарисуем график зависимости и пересечём его с вольт-амперной характеристикой данного элемента.



Графики пересеклись в т. A(2,5;150)

Проверим это утверждение, подставим $I = 2{,}5$ в ур-е (1):

$U = 200 - 20 \cdot 2{,}5 = 150$ – верно

$\Downarrow$

$U_V = 150$ В ; $I_A = 2{,}5$ А

Ответ: $U_V = 150$ В ; $I_A = 2{,}5$ А.