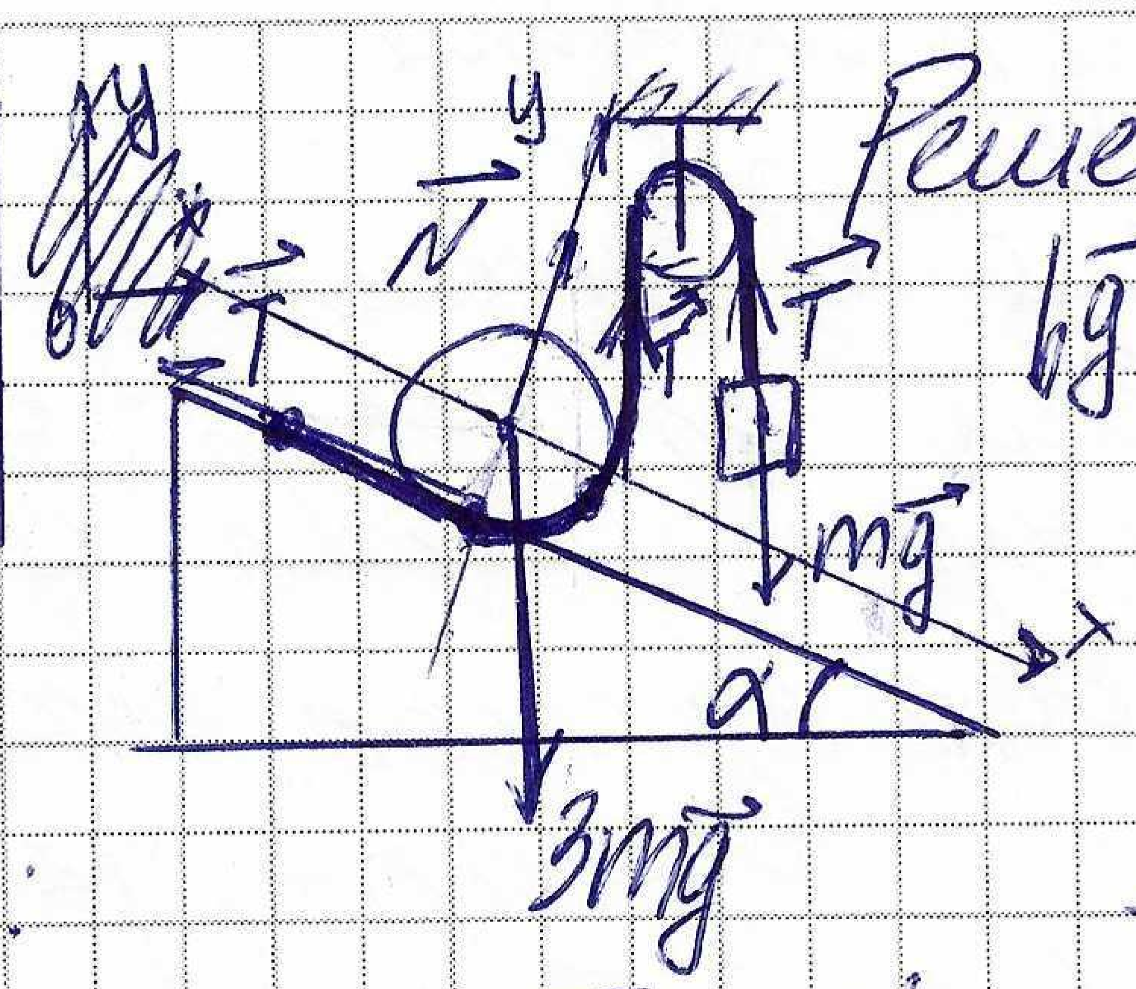
Для билета

Вариант задания 12

Лист работы 1 из 3

№1. Дано:
$M = 3m$
$\alpha - ?$



Решение:

Для блока: $T = mg$ - из III з. Нью.

~~Для цилиндра:~~

$\cancel{3mg - T - \frac{N}{\cos\alpha}}$

Для цилиндра:

OY: $N - 3mg\cos\alpha + T\cos\alpha = 0$

OX: $3mg\sin\alpha + T\sin\alpha - T = 0$

$N - 3mg\cos\alpha + mg\cos\alpha$; $N = 2mg\cos\alpha$.

$4mg\sin\alpha = mg$ $\quad \sin\alpha = \frac{1}{4}$

$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$

Ответ: $\arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$.

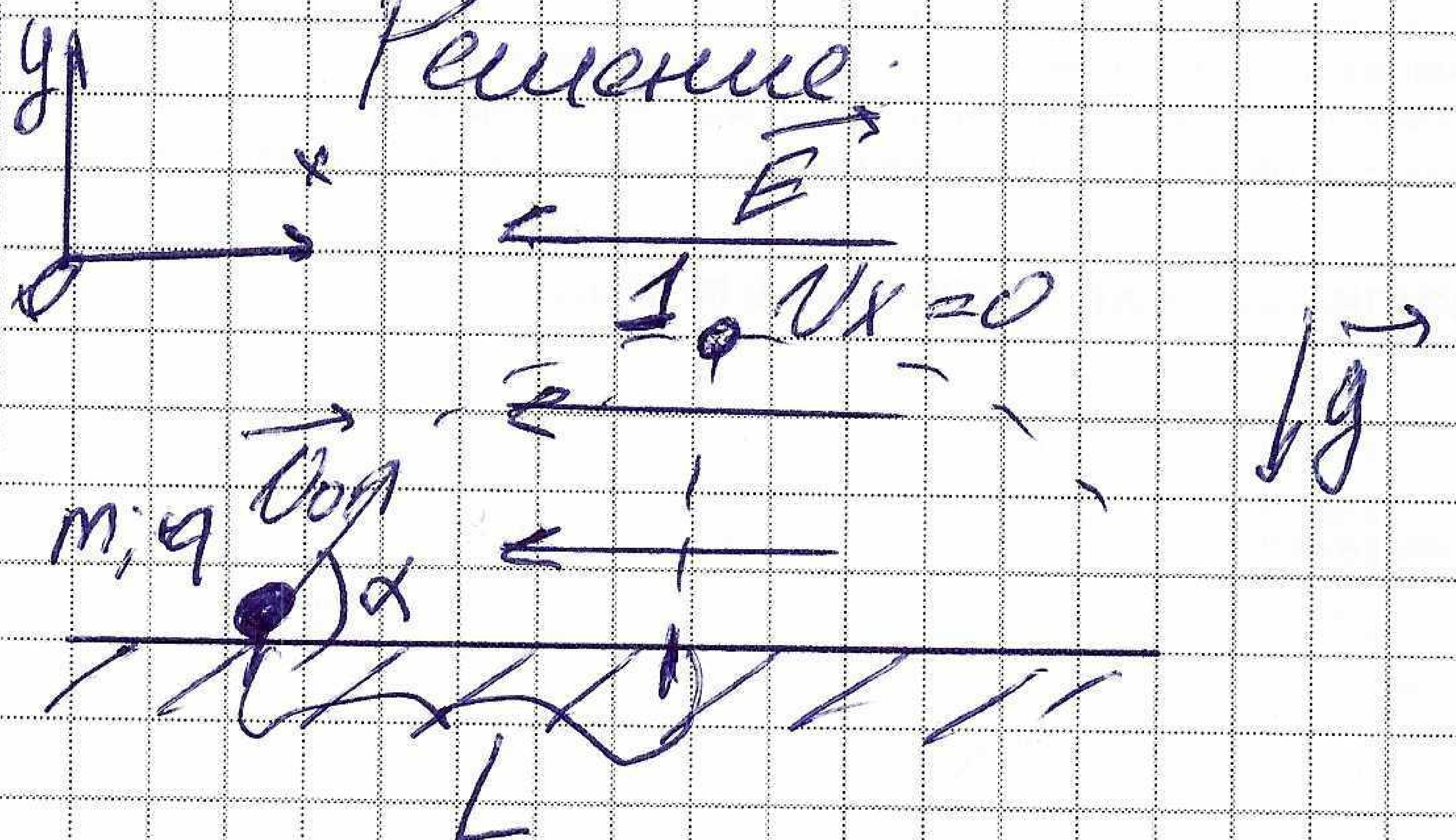
№2 Дано:

$\alpha = 60^\circ$

$m;\ +q$

$E - ?\quad L - ?$

Решение:



1) $E = \dfrac{F}{q}$;

2) $\dfrac{\Delta p_x}{\Delta t} = F$; $\dfrac{m V_{0x}}{\Delta t} = F$ $\quad \dfrac{m V_0 \cos\alpha}{\Delta t} = F$

– из закона изм. импульса

3) Тело вернётся в изначальную точку, сила действия эл. поля влияет только на горизонтальную составл. скорости =>

=> т. 1 расп на макс высоте полета

$V_y = 0$; $\quad V_0 \sin\alpha = g\Delta t$; $\Delta t = \dfrac{V_0 \sin\alpha}{g}$

4) $\dfrac{m V_0 \cos\alpha}{V_0 \sin\alpha} \cdot g = Eq$;

$E = \dfrac{mg\,ctg\,\alpha}{q} = \dfrac{mg}{q\sqrt{3}}$

5) $L = V_0 \cos\alpha\,\Delta t - \dfrac{a\Delta t^2}{2} = \dfrac{V_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} -$

$- \dfrac{Eq V_0^2 \sin^2\alpha}{m \cdot 2 \cdot g^2} = \dfrac{V_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} - \dfrac{mg\cos\alpha\, q V_0^2 \sin^2\alpha}{2 \sin\alpha\, q\, m g^2}$

$= \dfrac{V_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} - \dfrac{V_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{2g} = \dfrac{V_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{2g}$

$L = \dfrac{V_0^2 \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ}{2g} = \dfrac{V_0^2 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2 \cdot 2g} = \dfrac{V_0^2 \sqrt{3}}{8g}$

Ответ: $E = \dfrac{mg}{q\sqrt{3}}$; $L = \dfrac{V_0^2\sqrt{3}}{8g}$

№3. Дано:

$g_A = 1{,}1 g_B$

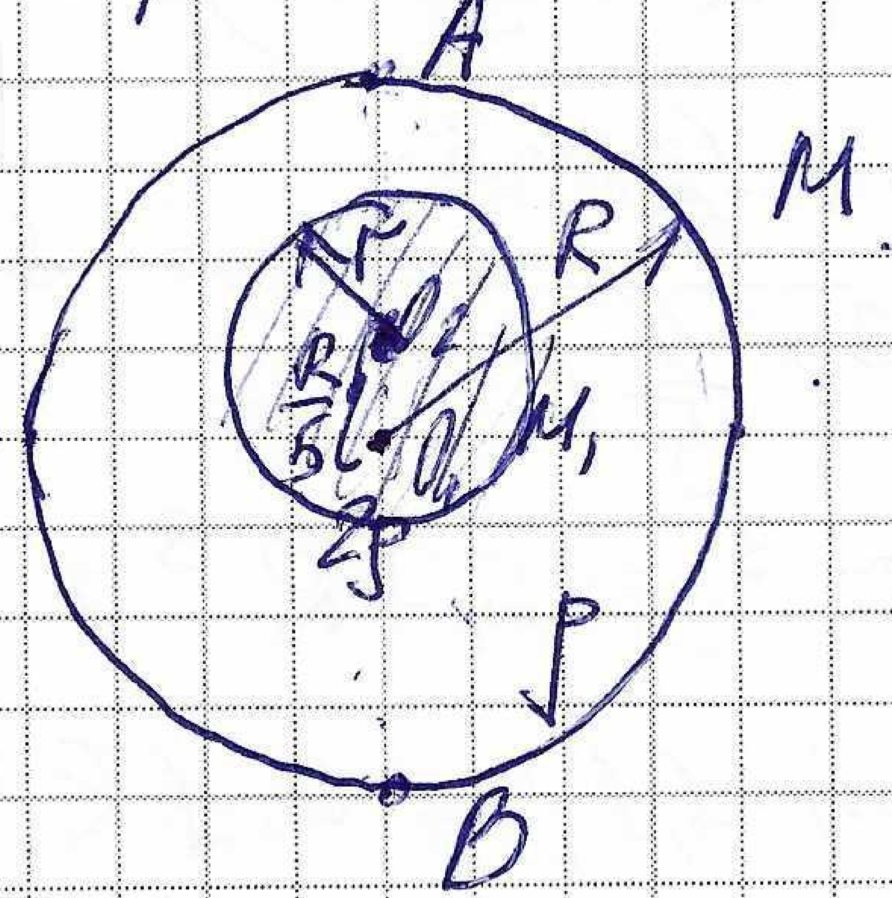
$R,\ \rho_1 = \rho$

$\rho_2 = 2\rho$

$OO_1 = \frac{R}{5}$

$r - ?$ $\frac{M_1}{M} - ?$

Решение:



M - общая масса планеты

M_1 - масса аномальной области

V - объём планеты

V_1 - объём аномальной области

~~1) Для полюса A~~

~~$Gm(M-M_1)$~~

1) $r_{ЦМ} = \rho_1 V - \rho_1 V_1 + \rho_2\ \frac{\rho_1 V R - \rho_1 V_1 \frac{4}{5}R + \rho_2 V_1 \frac{4}{5}R}{\rho_1 V - \rho_1 V_1 + \rho_2 V_1} = \frac{\rho V R - \rho V_1 \frac{4}{5}R + 2\rho V_1 \frac{4}{5}R}{\rho V - \rho V_1 + 2\rho V_1} = \frac{R\left(V + \frac{4}{5}V_1\right)}{V + V_1}$ - центр масс планеты

2) Для полюса A:

$\frac{GmM}{r_{ЦМ}} = mg_A$ $\quad M = V\rho - V_1\rho + V_1 2\rho = V\rho + V_1\rho = \frac{4}{3}\pi\rho(R^3 + r^3)$

$\frac{G\cdot\frac{4}{3}\pi\rho(R^3+r^3)\cdot\frac{4}{3}\pi(R^3+r^3)}{R\cdot\frac{4}{3}\pi\left(R^3+\frac{4}{5}r^3\right)} = g_A = \frac{G\rho\frac{4}{3}\pi(R^3+r^3)^2}{R\left(R^3+\frac{4}{5}r^3\right)}$

3) Для полюса B

$\frac{GmM}{2R - r_{ЦМ}} = mg_B$; $\quad \frac{G\frac{4}{3}\pi\rho(R^3+r^3)}{2R - \frac{R\left(R^3+\frac{4}{3}r^3\right)}{R^3+r^3}} = g_B = \frac{G\rho\frac{4}{3}\pi(R^3+r^3)^2}{R\left(R^3+\frac{6}{5}r^3\right)}$

$$\cancel{\frac{g_A}{g_D} = \frac{G\rho\frac{4}{3}\pi(R^3+r^3)\left(2R-\frac{R(R^3+\frac{4}{5}r^3)}{R^3+r^3}\right)}{R(R^3+\frac{4}{5}r^3)\left(G\rho\frac{4}{3}\pi(R^3+r^3)\right)}} =$$

$$\cancel{= \frac{2R^3+2r^3-R^3-\frac{4}{5}r^3}{(R^3+r^3)(R^3+\frac{4}{5}r^3)} = \frac{R^3+\frac{6}{5}r^3}{(R^3+r^3)(R^3+\frac{4}{5}r^3)} = 1,1}$$

1) $\frac{g_A}{g_D} = \frac{R^3+\frac{6}{5}r^3}{R^3+\frac{4}{5}r^3} = 1,1$

$$R^3+\frac{6}{5}r^3 = 1,1R^3+\frac{4}{5}r^3\cdot 1,1$$

$$\frac{r^3}{5}(6-4\cdot 1,1) = 0,1R^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{0,5}{6-4,4}}\cdot R = 0,68R$$

5) $\frac{M_1}{M} = \frac{2\rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi\rho(R^3+r^3)} = \frac{2r^3}{R^3+r^3} =$

$$= \frac{2\cdot 0,68^3 R^3}{R^3+0,68^3\cdot R^3} = 0,48$$

Ответ: $r = 0,68R$, $\frac{M_1}{M} = 0,48$

№4 Дано:

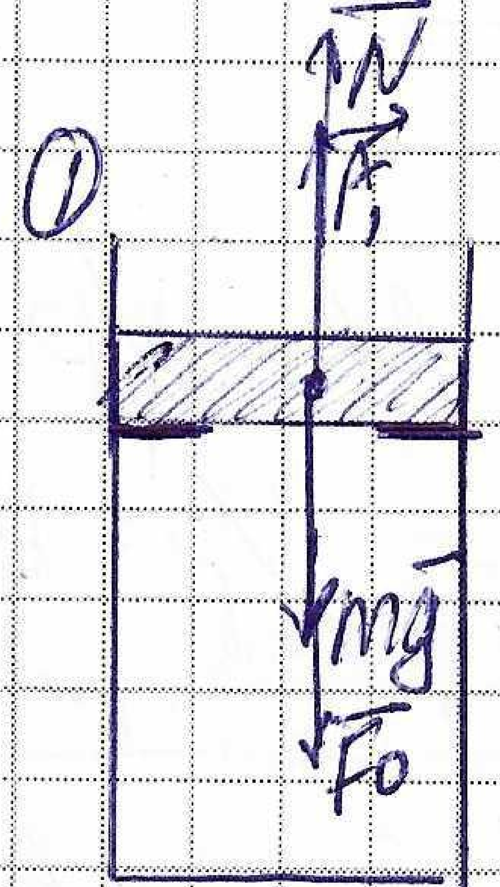
$C_{\mu V}$, p_1, S,

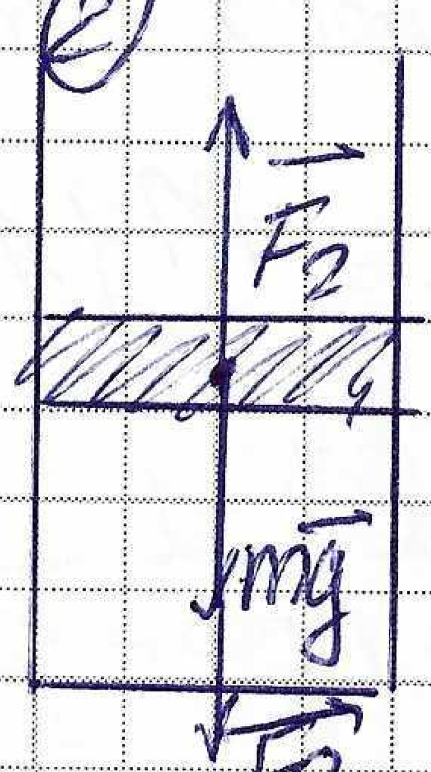
$\varepsilon_V = \frac{|\Delta V|}{V_1}$

$\varepsilon_T = \frac{\Delta T}{T_1}$

m - ?

Решение





1) $C_{\mu V} = C_{\mu P} + R$, $C_{\mu P} = \frac{Q}{\Delta T,\mu}$

2) ① $mg + F_0 = N + F_1$, $mg + p_0S = N + p_1S$

② $mg + F_0 = F_2$, $mg + p_0S = p_2S$

3) $p_2 = p_1 + \Delta p \qquad \Delta p = \dfrac{\mu \Delta T R}{\Delta V}$

$\cancel{C_{\mu p} \Delta T \mu = \Delta p \Delta V}$

$C_{\mu V} = C_{\mu p} + R = \dfrac{\Delta p \Delta V}{\Delta T \mu} + R$

$\Delta T = T_1 \varepsilon_T; \quad \Delta V = V_1 \varepsilon_V$

$C_{\mu V} = \dfrac{\Delta p V_1 \varepsilon_V}{T_1 \varepsilon_T \mu} + R; \quad p_1 = \dfrac{T_1 \mu R}{V_1}$

$C_{\mu V} = \dfrac{\Delta p R}{p_1} + R; \quad \Delta p = \dfrac{(C_{\mu V} - R) p_1}{R}$

4) $mg + p_0 S = \left(p_1 + \dfrac{(C_{\mu V} - R) p_1}{R}\right) \cdot S$

$m = \dfrac{S\left(p_1\left(\dfrac{C_{\mu V} - R}{R} + 1\right) - p_0\right)}{g} =$

$= \dfrac{S\left(p_1\left(\dfrac{C_{\mu V}}{R} - 1 + 1\right) - p_0\right)}{g} = \dfrac{S\left(\dfrac{p_1 C_{\mu V}}{R} - p_0\right)}{g}$

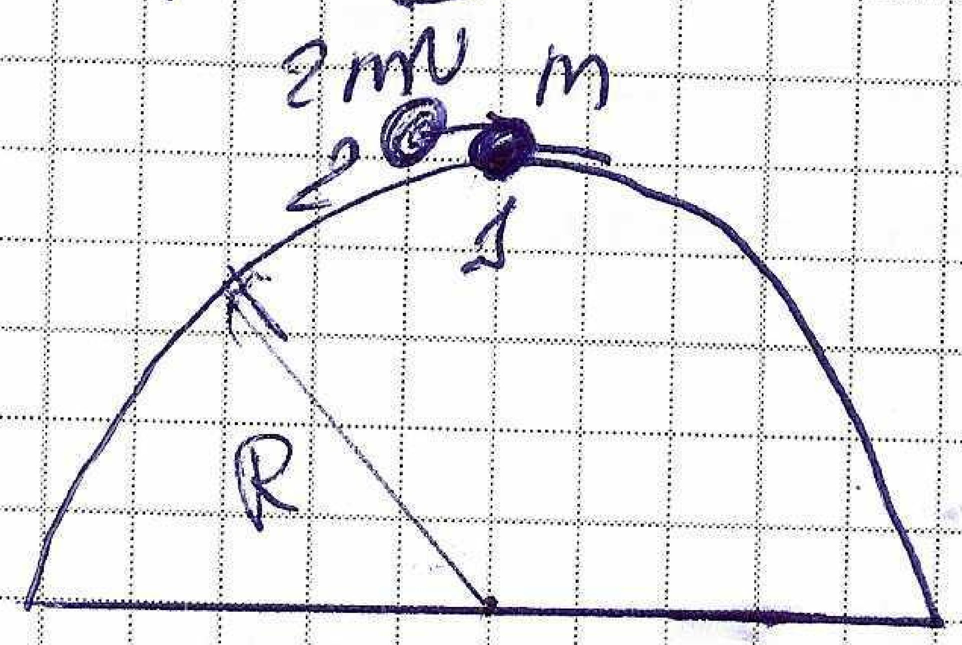
Снаружи сосуда вакуум $\Rightarrow p_0 = 0$;

Ответ: $m = \dfrac{S p_1 C_{\mu V}}{R g}$.

№5 Дано: R, m, $2m$

$V - ?$ $h - ?$

Решение:



1) Шарик 1 оторвался $\Rightarrow N=0$ после удара

$$ma_{yc} = mg - \underset{0}{N} \qquad a_{yc} = g$$

$$\frac{V_1^2}{R} = g, \qquad V_1 = \sqrt{Rg},$$ где V_1 - скорость шарика 1 сразу после удара

2)
$$\begin{cases} 2mV = mV_1 + 2mV_2 & \text{- из ЗСИ} \\ \frac{2mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{2mV_2^2}{2} & \text{- из ЗСЭ} \end{cases}$$

$$V_2 = \frac{2V - V_1}{2} = V - \frac{V_1}{2}$$ V_2 - скорость шарика 2 сразу после удара

$$\cancel{V^2 = V_1^2 + \left(\frac{2V - V_1}{2}\right)^2}$$

$$\cancel{V^2 = V_1^2 + 4V^2 - 4VV_1 + V_1^2}$$

$$\cancel{3V^2 - 4VV_1 + 2V_1^2 = 0}$$

$$\cancel{D_1 = 4V_1^2 -}$$

$$V^2 = \frac{V_1^2}{2} + \left(V - \frac{V_1}{2}\right)^2 = \frac{V_1^2}{2} + V^2 - VV_1 + \frac{V_1^2}{4}$$

$$V = \frac{V_1}{2} + \frac{V_1}{4} = \frac{3}{4}V_1 = \frac{3}{4}\sqrt{gR}$$

3) h - высота на которой оторвётся шарик 2

V_3 - скорость на этой высоте $V_3 = \sqrt{gR}$

$$\frac{2mV_2^2}{2} + 2mgR = \frac{2mV_3^2}{2} + 2mgh$$

$$V_2 = \frac{3}{4}\sqrt{gR} - \frac{\sqrt{gR}}{2} = \frac{\sqrt{gR}}{4}$$

$$\frac{gR}{16\cdot 2} + gR = \frac{gR}{2} + gh$$

$$h = \frac{R}{32} + R - \frac{R}{2} = \frac{R}{32} + \frac{R}{2} = \frac{17R}{32}$$

Ответ: $V_1 = \sqrt{gR}$; $h = \frac{17R}{32}$.