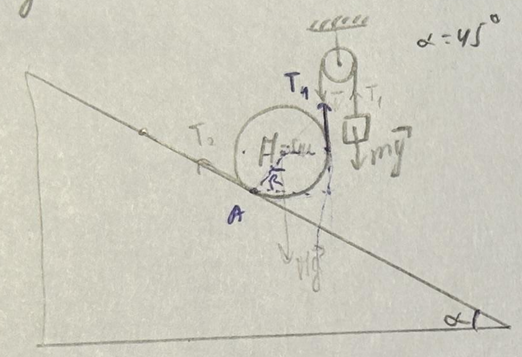
Задача 1



$T_1 = mg$

$R + \frac{\sqrt{2}}{2}R = \frac{2+\sqrt{2}}{2}R$

Правило моментов относительно A $\begin{cases} T_1 \frac{(2+\sqrt{2})R}{2} = Mg\frac{\sqrt{2}R}{2} \end{cases}$

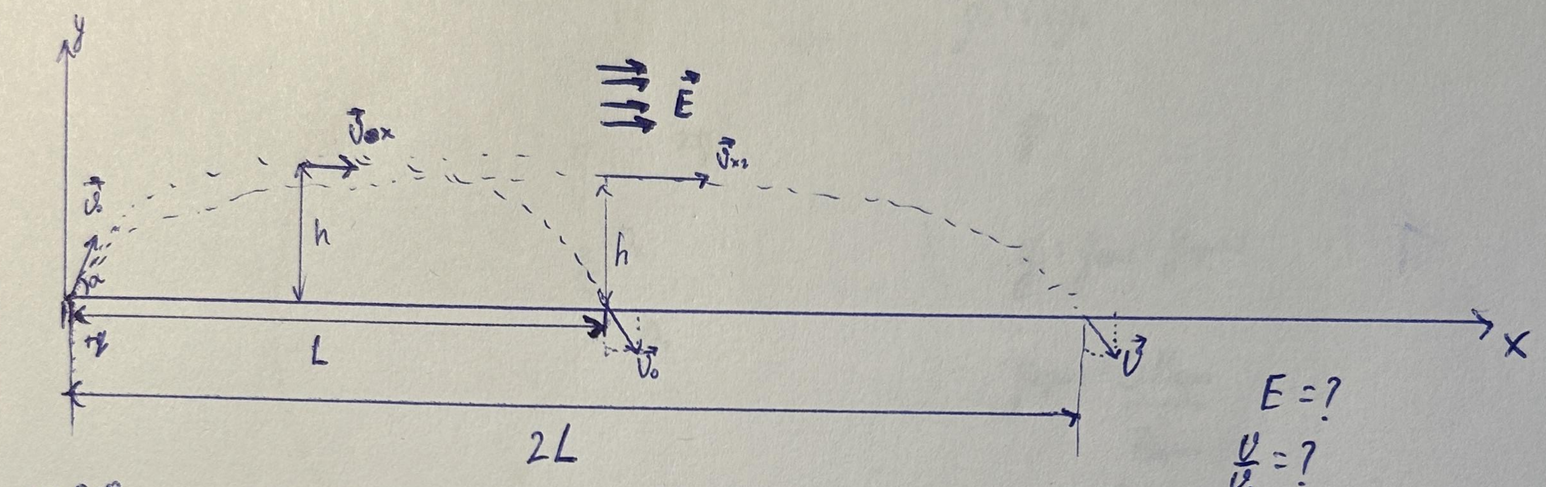
$\frac{Mg\sqrt{2}}{2} = \frac{mg(2+\sqrt{2})}{2}$

$m = \frac{M\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{5\cdot\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \approx 2{,}071$ кг

$\frac{2+\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{0{,}4}{\sqrt{2}} + 0{,}2$

Ответ: $m = 2{,}071$ кг

Зад Задача 2



$\vec{g}$↓

$E = ?$

$\frac{v}{v_0} = ?$

$\alpha = 60°$

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}v_0}{2}$

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha = \frac{v_0}{2}$

$L = v_{0x} t = \frac{v_0 t}{2}$ $\quad t = 2t_n$

$v = \sqrt{v_{xk}^2 + v_{oy}^2}$

$v_{oy} = g t_n = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$

$h = v_{oy} t_n - \frac{g t_n^2}{2} = g t_n^2 - \frac{g t_n^2}{2} = \frac{g t_n^2}{2}$

$t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2g}$

$v_{xk} = v_{0x} + at = \frac{v_0}{2} + at = \frac{v_0}{2} + \frac{Eqt}{m}$

горизонтальная составляющая конечной ск-ти во 2 случае

$F = Eq = ma \quad a = \frac{Eq}{m}$

$2L = \frac{v_0 t}{2} + \frac{at^2}{2} = \frac{v_0 t}{2} + \frac{Eqt^2}{2m} = v_0 t$

$t = 2t_n = \frac{\sqrt{3}v_0}{2g}$

$v = \sqrt{\frac{2{,}25 E^2 q^2 t^2}{m^2} + \frac{3E^2 q^2 t^2}{4m^2}} =$

$= \sqrt{\frac{E^2 q^2 t^2}{m^2}(2{,}25 + 0{,}75)} = \frac{\sqrt{3}Eqt}{m}$

$\frac{v}{v_0} = \frac{\sqrt{3}Eqt}{m} \cdot \frac{m}{Eqt} = \sqrt{3} \approx 1{,}732$

$\frac{v_{0x}}{2} = \frac{Eqt}{2m}$ $\quad v_{oy} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}Eqt}{2m}$

$v_0 = \frac{Eqt}{m} \Rightarrow v_{xk} = \frac{Eqt}{2m} + \frac{Eqt}{m} = \frac{Eqt}{m} \cdot 1{,}5$

$t = \frac{\sqrt{3}Eqt}{2mg} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}Eq}{2mg} = 1$

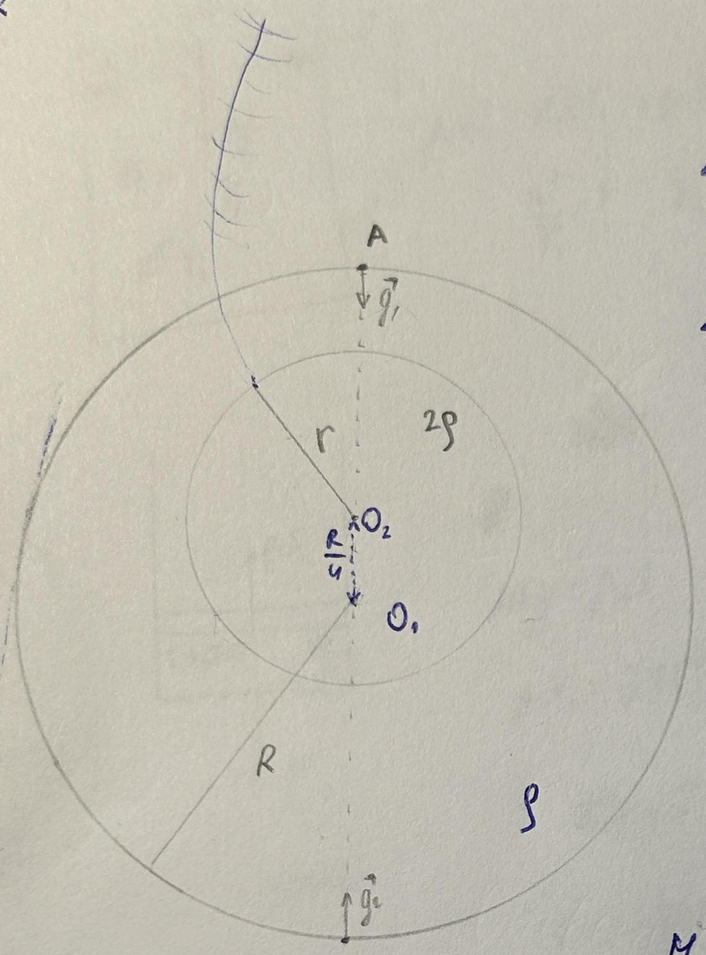
$\Leftarrow \quad 2mg = \sqrt{3}Eq$

Ответ: $E = \frac{2mg}{\sqrt{3}q}$; ск-ть в момент падения во 2 случае в $\sqrt{3}$ раз больше (в 1,732 раза) чем в 1.

$E = \frac{2mg}{\sqrt{3}q}$

Задача 3

$g = \frac{GM_{пл}}{R^2}$



g_1 — сумма ускорений свободного падения (УСП) в точке A от создаваемых аномальной зоной и неаномальной зоной отдельно

$g_1 = 1{,}1\, g_2$

$g_1 = g_{ан1} + g_{норм1}$

$g_{норм1} = \frac{GM_{норм}}{R^2_{норм1}}$

↑ расстояние от центра масс нормальной части планеты до A

$M_{норм} = \rho\left(\frac{4\pi R^3}{3} - \frac{4\pi r^3}{3}\right) = \frac{4\pi\rho}{3}(R^3 - r^3)$

$g_{ан1} = \frac{GM_{ан}}{\frac{9}{16}R^2}$

$M_{ан} = \frac{8}{3}\pi r^3 \rho$

$g_1 = \frac{G4\pi\rho}{3}\left(\frac{R^3 - r^3}{R^2_{норм1}} + \frac{32r^3}{9R^2}\right)$

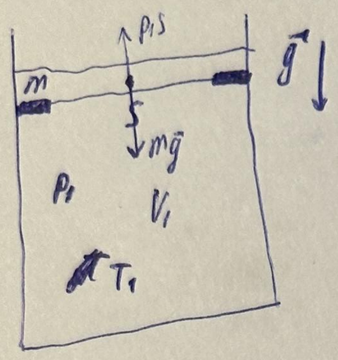
$g_2 = \frac{G4\pi\rho}{3}\left(\frac{2r^3}{1{,}5625R^2} + \frac{R^3 - r^3}{R^2_{норм2}}\right) = \frac{G4\pi\rho}{3}\left(\frac{1{,}28r^3}{R^2} + \frac{R^3 - r^3}{R^2_{норм2}}\right)$

g_2 — сумма ускорения УСП в точке B создаваемым аномальной зоной и неаномальной зоной отдельно

$g_2 = g_{ан2} + g_{норм2} = \frac{GM_{ан}}{1{,}5625R^2} + \frac{GM_{норм}}{R^2_{норм2}}$

↑ расст. от центра масс нормальной зоны до B

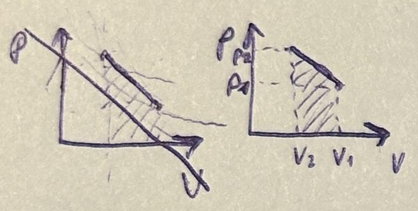
Задача 4

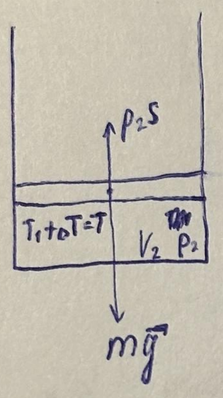


$\nu = \text{const}$

$p_1 V_1 = \nu R T_1 = p_1 N V_2$ $\quad T_1 = \frac{p_1 V_1 M}{m_2 R}$

$\frac{\Delta T}{T_1} = ?$ $\quad V_2 = N V_2$





$mg = p_2 S \quad p_2 = \frac{mg}{S}$

$p_2 V_2 = \nu R (T_1 + \Delta T)$

$C_{HV} m_2 \Delta T = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \frac{m_2}{M} \quad C_{HV} = \frac{3R}{2M}$

$V_2 = \frac{\nu R T_1}{p_1 N} = \frac{\nu R (T_1 + \Delta T)}{p_2}$

$\frac{T_1}{p_1 N} = \frac{T_1 + \Delta T}{p_2} = \frac{T_1}{p_2} + \frac{\Delta T}{p_2} \quad | : T_1$

$\frac{1}{p_1 N} = \frac{1}{p_2} + \frac{\Delta T}{T_1 p_2}$

$\frac{1}{p_1 N} = \frac{S}{mg} + \frac{\Delta T}{T_1} \cdot \frac{S}{mg}$

$\frac{\Delta T}{T_1} = \left(\frac{1}{p_1 N} - \frac{S}{mg} \right) mg$

$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{mg}{p_1 N} - 1$

$\Delta T = \frac{\Delta U 2M}{3R m_2}$

$\Delta U = -A = p_1 V_2 (N-1) + \frac{(p_2 - p_1) V_2 (N-1)}{2} =$

$= p_1 V_2 (N-1) + \frac{p_2 V_2 (N-1)}{2} - \frac{p_1 V_2 (N-1)}{2} =$

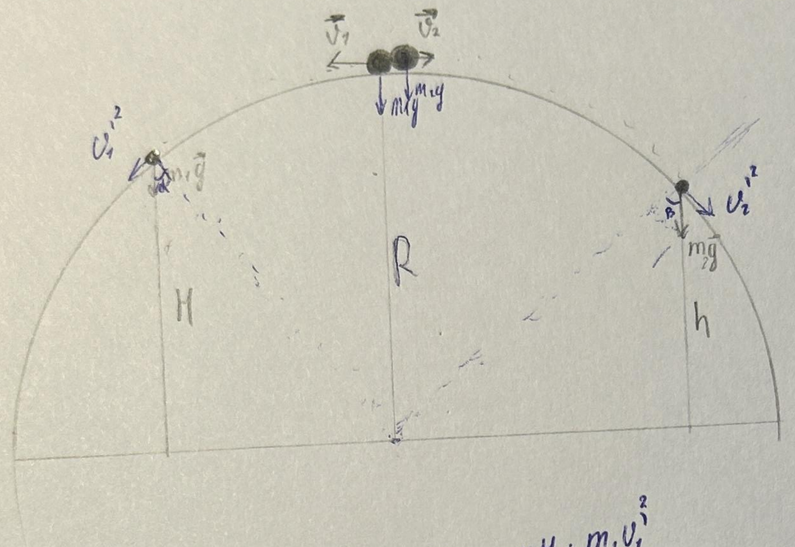
$= \frac{(N-1) V_2 (p_1 + p_2)}{2} = \frac{V_2 (N-1)\left(\frac{mg}{S} + p_1\right)}{2}$

$\frac{\Delta T}{T} = \frac{(N-1)\left(\frac{mg}{S} + p_1\right)}{3 p_1 N} = \frac{\left(\frac{mg}{S} + p_1\right) N - p_1 - \frac{mg}{S}}{3 p_1 N} :$

$= \frac{\frac{mg}{S} + p_1 N - p_1 - \frac{mg}{S}}{3 p_1 N} = \frac{mg}{S 3 p_1} - \frac{mg}{3 S p_1 N} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3N}$

Ответ: $\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{mg}{p_1 N} - 1$

Задача 5



$$m_2(v_0+v_2) = m_1v_1$$

$$m_2v = m_1v_1 - m_2v_2$$

$$\frac{m_2v^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$$

$$m_2(v^2 - v_2^2) = m_1v_1'^2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1^2}{(v+v_2)(v-v_2)} =$$

$$= \frac{v_1}{v+v_2} = \frac{v_1}{v+v_2}\cdot\frac{v_1}{(v-v_2)}$$

$$\frac{v_1}{v-v_2} = 1$$

$$v_1 = v - v_2$$

$$v = v_1 + v_2$$

$$m_1gH + \frac{m_1v_1^2}{2} = m_1gR + \frac{m_1v_1'^2}{2}$$

$$v_1^2 + 2gH = 2gR + v_1'^2$$

$$\frac{gR}{2} = v_1'^2 - v_1^2$$

$$v_1'^2 = \frac{gR}{2} + v_1^2$$

в момент отрыва: $a = \frac{v_1'^2}{R} = g\cos\alpha = \frac{gH}{R} = \frac{g}{2} + \frac{v_1^2}{R} = \frac{3g}{4}$ (перед ударом)

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{0{,}25gR} = \frac{\sqrt{gR}}{2}$$

$$m_2gR + \frac{m_2v_2^2}{2} = m_2gh + \frac{m_2v_2'^2}{2}$$

$$\frac{2gR}{3} = v_2'^2 - v_2^2$$

$$v_2'^2 = \frac{2gR}{3} + v_2^2$$

$$a_2 = \frac{v_2'^2}{R} = \frac{2g}{3} + \frac{v_2^2}{R} = \frac{2}{3}g$$

$$v_1 = v - v_2 = v = \frac{\sqrt{gR}}{2}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v+v_2} = \frac{v_1}{v_1} = 1$$

Ответ: масса шарика равна скорость перед ударом — $\frac{\sqrt{gR}}{2}$