Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 12

№1

Дано:

$m = \frac{M}{3}$

$\alpha - ?$

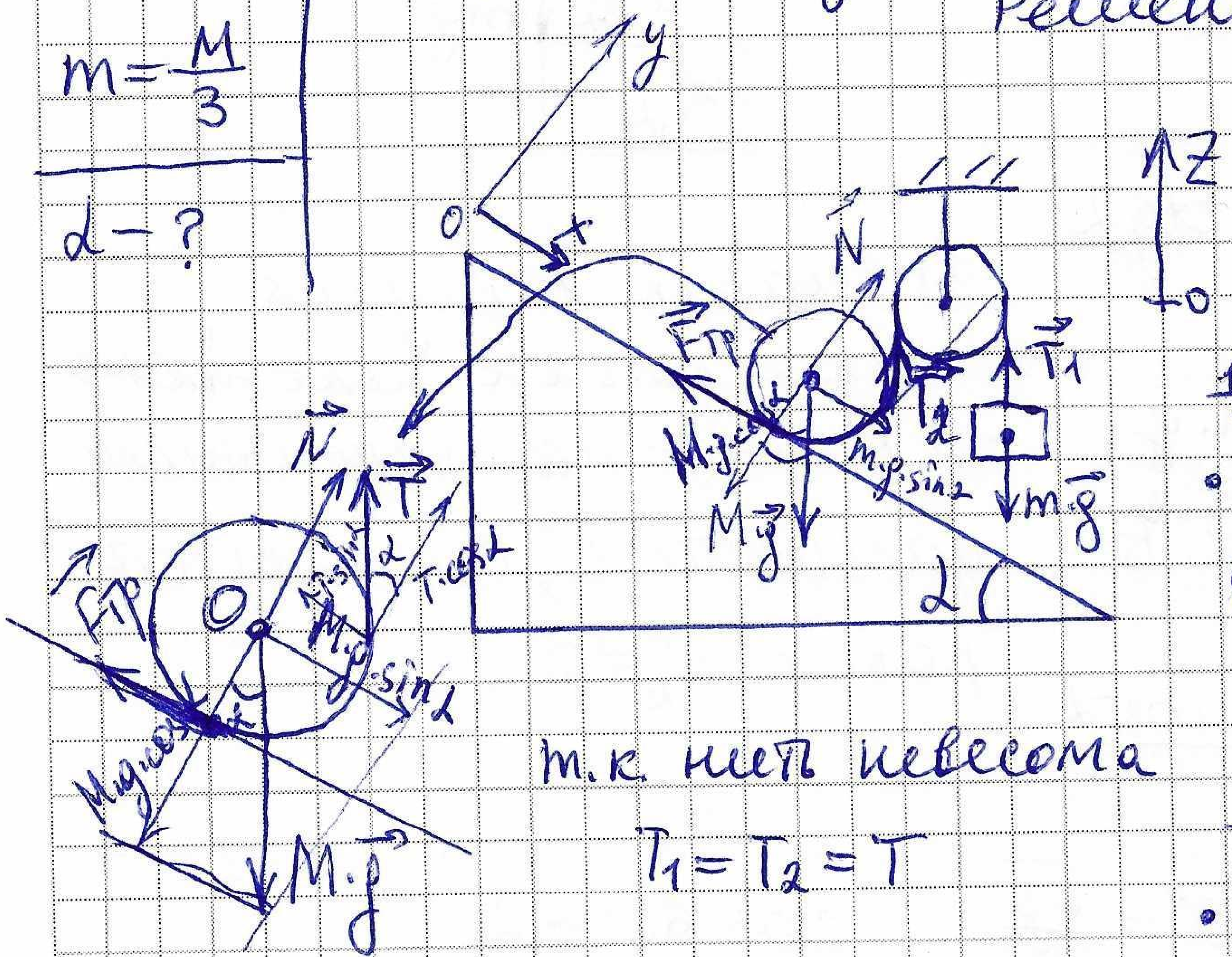
(*) Масса верёвки = 0
свисающие отрезки — вертикальны
Блок — гладкий

Решение:

m — масса груза

M — масса бревна

по условию $M = 3m$



т.к. нить невесома

$T_1 = T_2 = T$

1) По 2-ому з. Ньютона

$\cdot\, m \cdot \vec{a} = \vec{T_1} + m\cdot\vec{g}$

$O_Z:\ m\cdot a = T_1 - m\cdot g$

$a = 0$

$T_1 = m\cdot g = T$

$\cdot\, M\cdot\vec{a} = \vec{T_2} + M\cdot\vec{g} + \vec{N} + \vec{F_{тр}}$, $\vec{a} = \vec{0}$

$Ox:\ 0 = M\cdot g\cdot \sin\alpha - T\cdot\sin\alpha \ominus F_{тр}$

~~$M\cdot g\sin\alpha = T\cdot\sin\alpha$~~

~~$3mg = mg$~~

$F_{тр} = 3mg\sin\alpha - m\cdot g\cdot\sin\alpha = 2mg\sin\alpha$

$Oy:\ 0 = N + T\cdot\cos\alpha - M\cdot g\cdot\cos\alpha$

$N = M\cdot g\cdot\cos\alpha - T\cdot\cos\alpha = 3mg\cos\alpha - m\cdot g\cos\alpha = 2mg\cos\alpha$

2) $F_{тр} = \mu\cdot N \Rightarrow \mu = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{\cancel{2mg}\sin\alpha}{\cancel{2mg}\cos\alpha}$

$\mu = tg\alpha$

3) По правилу моментов

$м.O:\ T\cdot \cancel{R} = F_{тр}\cdot\cancel{R}$

$\cancel{m\cdot g} = 2\cancel{m\cdot g}\cdot\sin\alpha$

$1 = 2\cdot\sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle\alpha = 30^\circ$

$\boxed{Ответ: 30^\circ}$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№2

Дано:

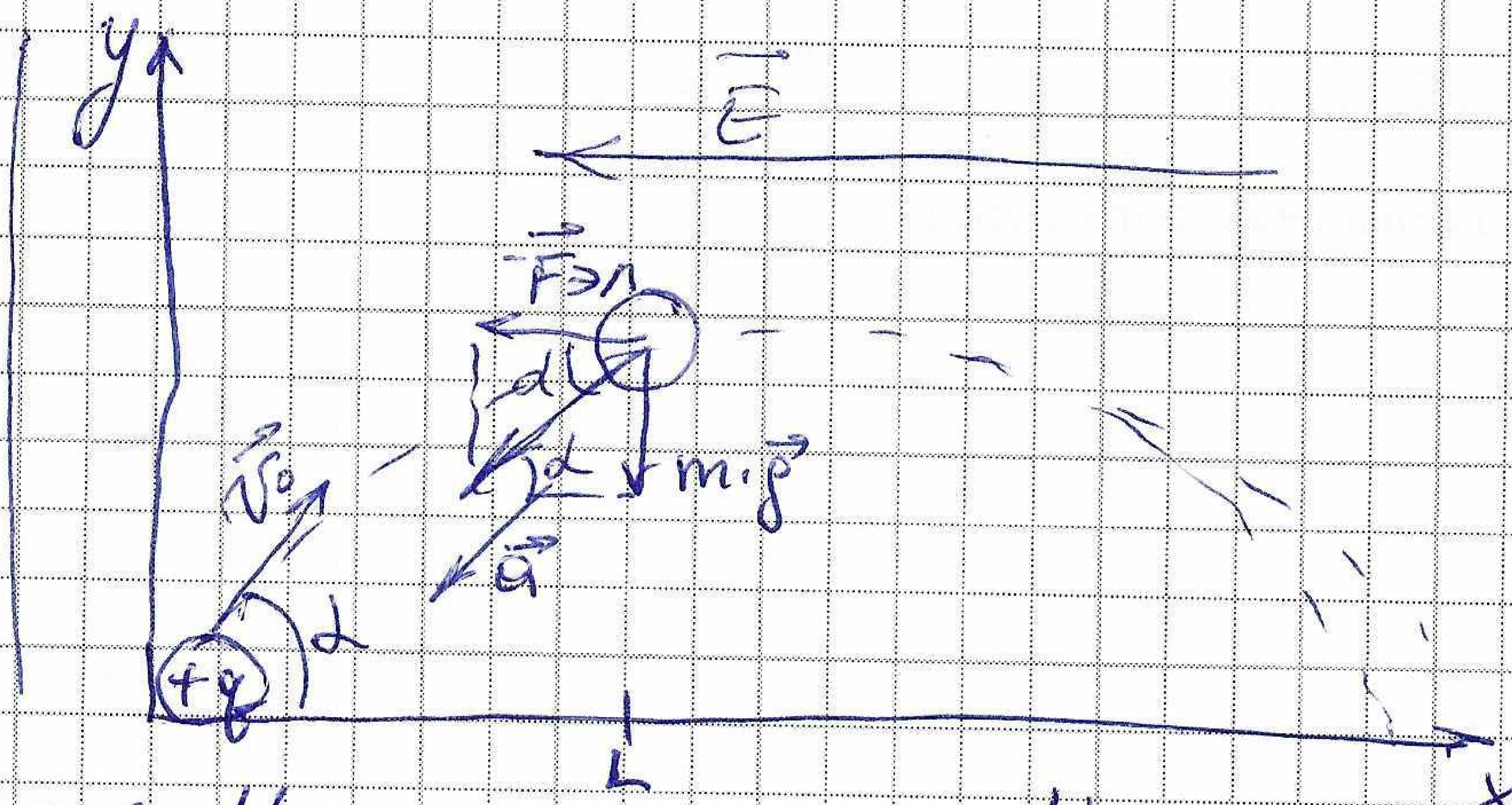
m; $+q$

v_0; $\alpha = 60°$

g

$E - ?$

$L - ?$



1) По 2-ому з. Ньютона:

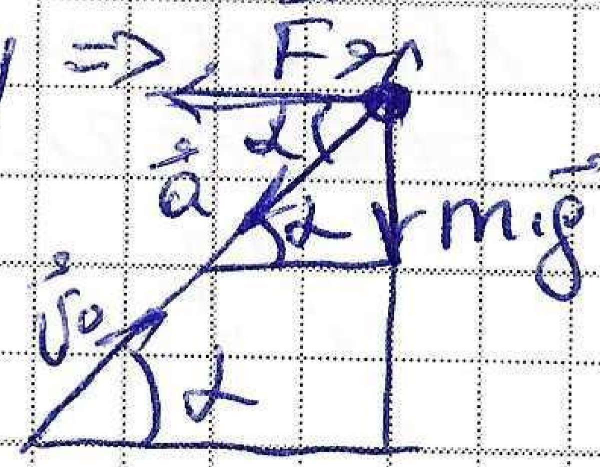
$$m\cdot\vec{a} = \vec{F}_{эл} + m\cdot\vec{g}$$

$$Ox:\ m\cdot a\cdot\cos\alpha = F_{эл}$$

$$Oy:\ m\cdot a\cdot\sin\alpha = m\cdot g$$

$$a = \frac{g}{\sin\alpha}$$

Угол между $\vec{F}_{эл}$ и геом. суммой $\vec{F}_{эл} + m\cdot\vec{g} = \alpha$ т.к. шарик должен вернуться в начальную точку =>



2) $F_{эл} = \frac{m\cdot g\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha} = m\cdot g\cdot ctg\alpha$

$$E = \frac{F_{эл}}{q} = \frac{m\cdot g\cdot ctg\alpha}{q} = \frac{m\cdot g}{\sqrt{3}\cdot q}$$

3) шарик вернулся в начальное положен => => ~~в мак~~ на максимальн. дальности L, его скорость равна $v_k = 0$.

4) $L = \frac{v_k^2 + v_{0x}^2}{+2a} = \frac{v_0^2\cdot\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha}{2\cdot g}$ ($v_k^2 = 0$)

$\cancel{\sin 60° = \frac{1}{2}}$ $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$

$$L = \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}}_{\sin\alpha}\cdot\underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}_{\cos^2\alpha}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{v_0^2}{g} = \frac{\sqrt{3}}{16}\cdot\frac{v_0^2}{g}$$

Ответ: $E = \frac{m\cdot g}{\sqrt{3}\cdot q}$; $L = \frac{\sqrt{3}}{16}\cdot\frac{v_0^2}{g}$

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

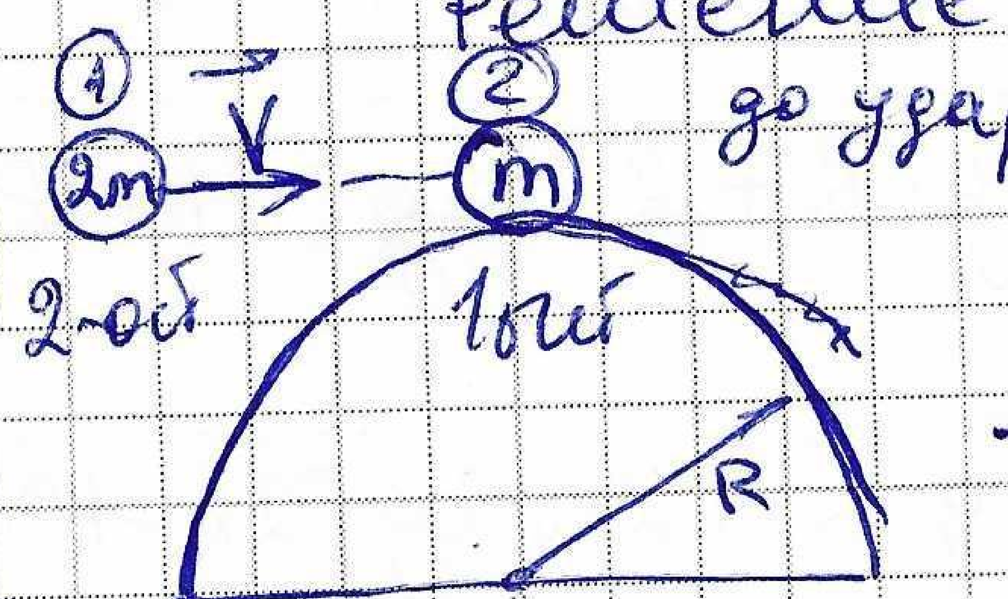
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 12

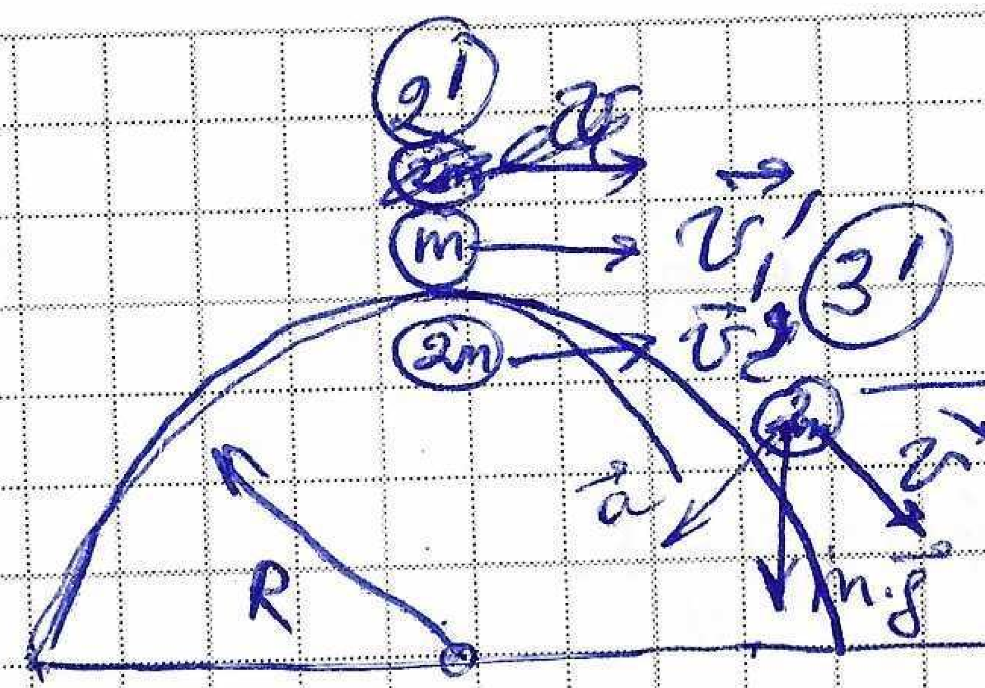
№5

Решение:

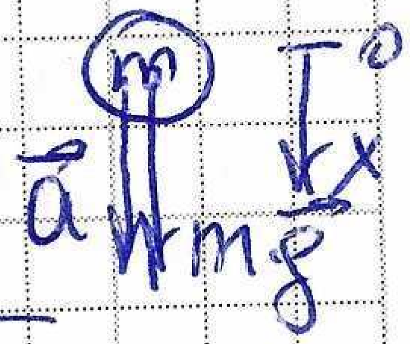
Дано:
R; m;
$2m$;
V — ?
h — ?



шарик массой m сразу же после удара отрывается $N_{1(2)} = 0$



в т. 3' шарик массой 2m тоже оторвётся $N_{2(3')} = 0$



1) $\sum F_{внеш\,x} = 0 \Rightarrow p_{0x} = p_{kx}$ $(1 \to 2)$

З.С.И (закон сохранения импульса): $2m \cdot V + 0 = m \cdot v_1' + 2m \cdot v_2' \;|:m$

$$\boxed{2V = v_1' + 2v_2'}$$

2) в т. (2'), т.е. сразу после удара 1-ое тело (массой m) отрывается $\Rightarrow N_{1(2')} = 0$: по 2-ому з. Ньютона: $m\vec{a} = m\vec{g}$; $m \cdot a_{1(2')} = m \cdot g$ (Ox)

$$\frac{v_1'^2}{R} = g$$

$$\boxed{v_1' = \sqrt{g \cdot R}}$$

3) по закону сохранения механической энергии (т.к. $A_{вн} + A_{тр} = 0$) $(2') \to (3')$ (для тела массой 2m)

$$\frac{2m \cdot v_2'^2}{2} + 2mgR = 2mgh + \frac{2m \cdot v^2}{2}$$

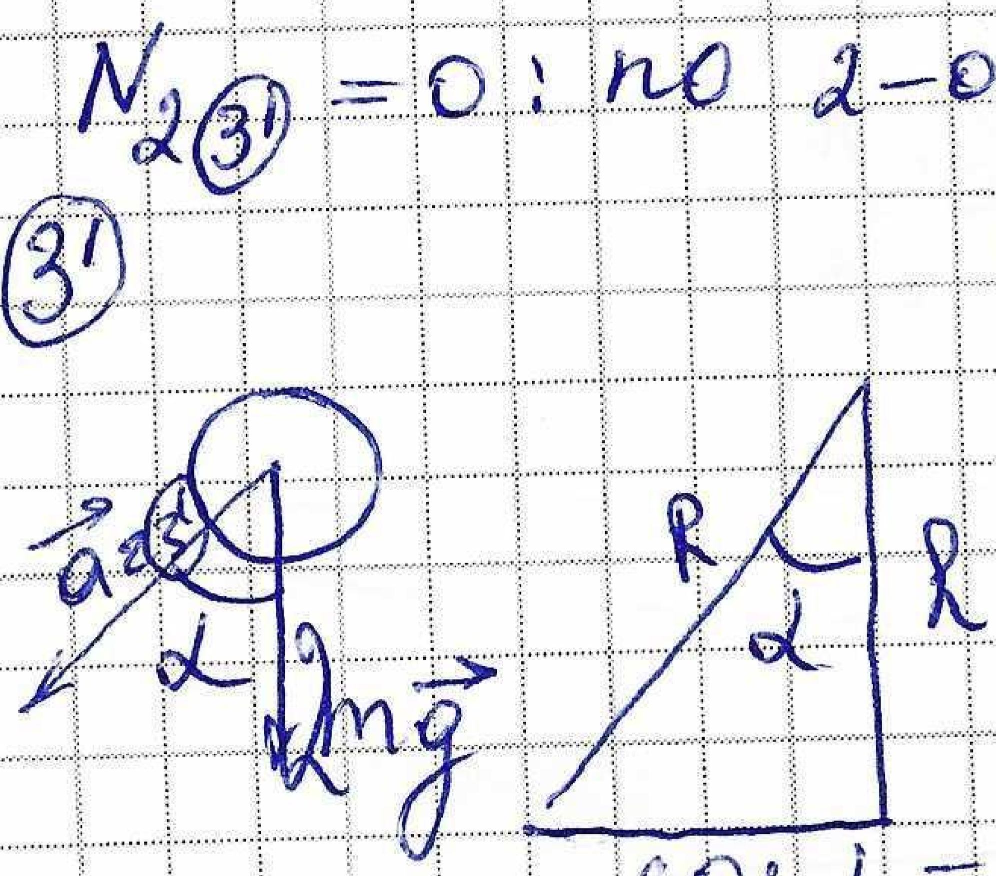
$$\boxed{v_2'^2 + 2gR = 2gh + v^2}$$

v — скорость 2-ого тела (массой 2m) в момент отрыва)

4) в т. (3') тело массой 2m отрывается $\Rightarrow N_{2(3')} = 0$: по 2-ому з. Ньютона

в т. (3')

$$2m \cdot a_{2(3')} = 2m \cdot g \cdot \cos\alpha$$



$$\cos\alpha = \frac{h}{R}$$

$$\frac{v^2}{R} = 2g \cdot \frac{h}{R}$$

$$\boxed{v^2 = 2gh}$$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$$\begin{cases} 2V = v_1' + 2v_2' \\ v_1' = \sqrt{g\cdot R} \\ v_2'^2 + 2gR = 2gh + v^2 \\ v^2 = 2gh \end{cases}$$

v_1' – скорость шарика массой m сразу после удара

v_2' – скорость шарика массой $2m$ сразу после удара

$$v_2'^2 + 2gR = 4gh$$

$$v_2' = \sqrt{4gh - 2gR}$$

5)

$$2V = \sqrt{g\cdot R} + 2\cdot\sqrt{2g(2h-R)}$$

$$\boxed{V = \frac{\sqrt{g\cdot R} + 2\cdot\sqrt{2g(2h-R)}}{2}}$$

$$\boxed{h = \frac{v_2'^2 + 2gR}{4g}}$$

№3

Дано:

$1{,}1x \to A$

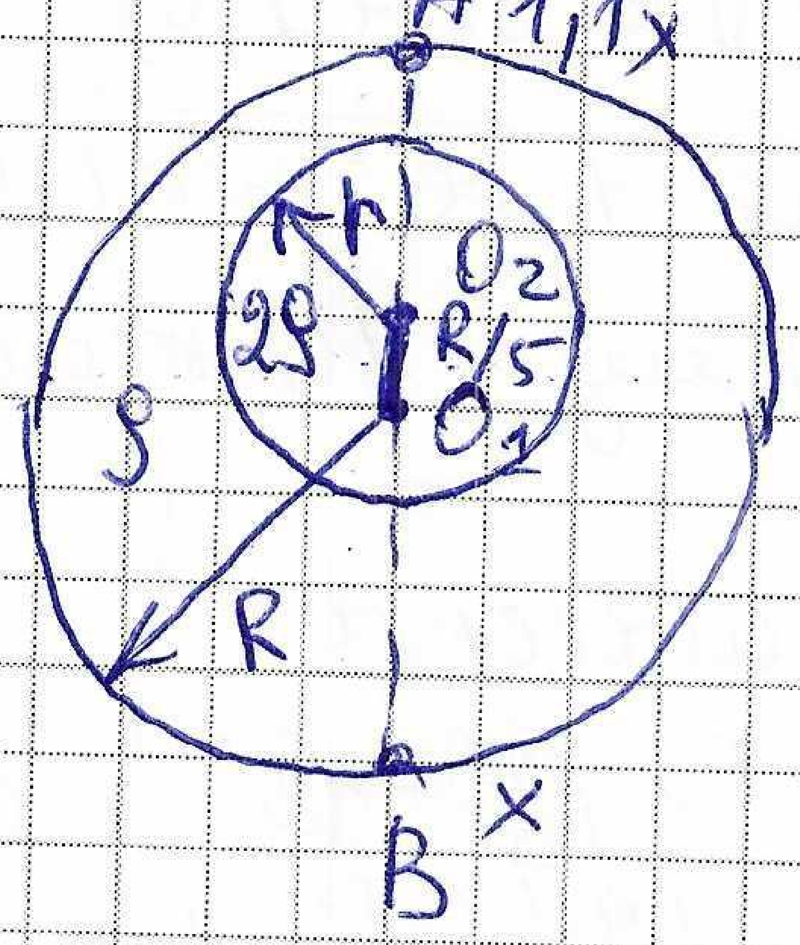
$x \to B$

$R;\ \rho;\ 2\rho;$

$O_1O_2 = R/5$

r – ?

Решение:



$m_т$ – масса тела

m – масса аномальной области

M – масса целой планеты

$$M = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot(R-r)^3 + 2\rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$$

$$m = 2\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3$$

Вблизи пов-ти планеты

$F_{тяж} = m_т \cdot 1{,}1x$	$F_{тяж} = m_т\cdot x$
$G\cdot\frac{\cancel{m_т}\cdot M}{R^2} = \cancel{m_т}\cdot 1{,}1x$	$G\cdot\frac{\cancel{m_т}\cdot M}{R^2} = \cancel{m_т}\cdot x$
$x = \frac{G\cdot M}{R^2\cdot 1{,}1}$	$x = \frac{G\cdot M}{R^2}$