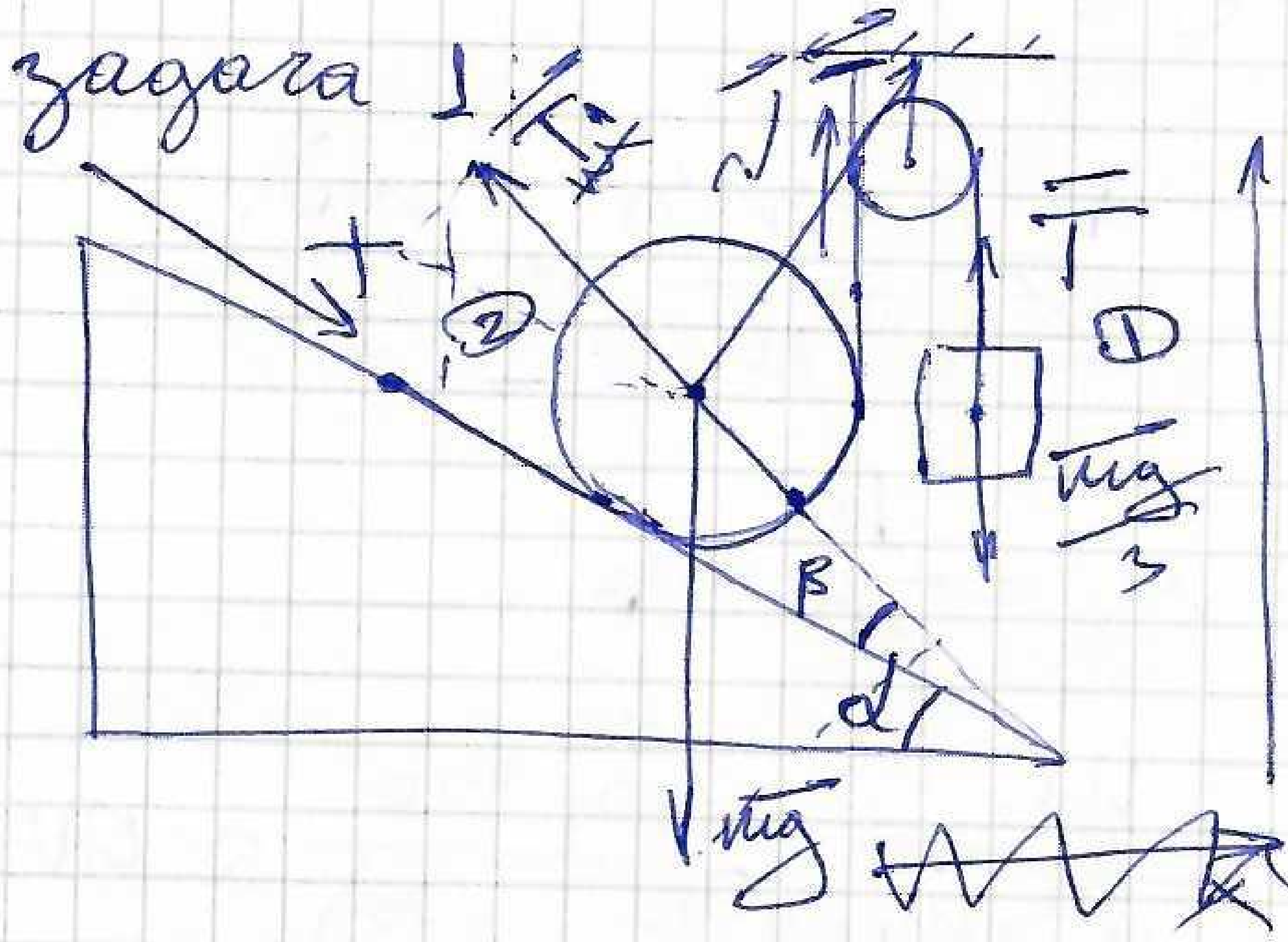
Вариант задания 12

Лист работы 1 из 4

задача 1



1) Запишем 2 з-н Ньютона для тела 1:

$$\frac{\vec{mg}}{3} + \vec{T} = 0$$

для тела 2

$$\vec{T_1} + \vec{N} + \vec{mg} = 0$$

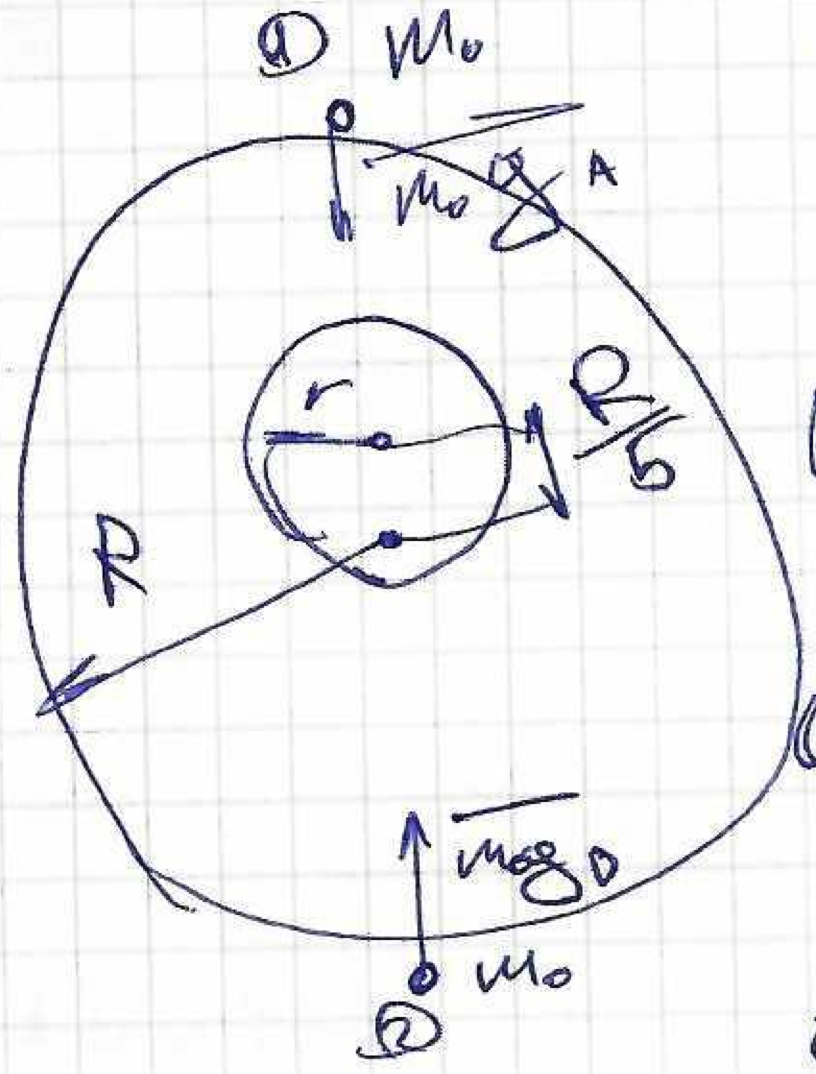
т.к. нить нерастяжима и невесома $|\vec{T_1}| = |\vec{T}|$, $\angle\beta = \frac{90^\circ - \angle\alpha}{2}$

2) 1 $\frac{mg}{3} = T = T_1$ 2 Ox: $T_1 \cdot \cos\left(\frac{90-\alpha}{2}\right) = mg \cdot \sin(\alpha)$

$\frac{mg}{3} \cdot \cos\left(\frac{90-\alpha}{2}\right) = mg \sin\alpha$; $\sin\alpha = \frac{\cos\left(\frac{90-\alpha}{2}\right)}{3}$

$\sin\alpha = \frac{\cos\left(\frac{90-\alpha}{2}\right)}{3}$

задача 3:



1) Закон 2 ур. Ньютона для тел ① и ②:

①: $m_0 g_A = \left(\frac{m_0 m_r}{\left(\frac{4}{5}R\right)^2} + \frac{m_0 m_R}{R^2}\right) G$

②: $m_0 g_B = \left(\frac{m_0 m_r}{\left(\frac{6}{5}R\right)^2} + \frac{m_0 m_R}{R^2}\right) G$

$g_A = 1{,}1\, g_B$

$$\frac{1}{\cancel{R^2}} 1{,}1 \left(\frac{m_r \cdot 25}{36} + \frac{m_R}{1}\right) = \frac{1}{\cancel{R^2}}\left(\frac{m_r \cdot 25}{16} + \frac{m_R}{1}\right)$$

$$\frac{55}{72} m_r + \frac{11}{10} m_R = \frac{25}{16} m_r + \frac{10}{10} m_R$$

$$m_R = \frac{575}{72} m_r \;;\quad \frac{m_r}{m_R + m_r} = \frac{\frac{72}{575} m_R}{\left(\frac{72}{575} + \frac{575}{72}\right) m_R} \approx 0{,}15$$

2) $m_R = (V_R - V_r)\rho \quad m_r = V_r \cdot \rho \cdot 2$

$$\cancel{\rho \frac{4}{3}\pi}(R^3 - r^3) = \frac{575}{72} \cdot 2 \cdot \cancel{\rho \frac{4}{3}\pi} r^3$$

$$R^3 = \frac{611}{36} r^3 \;;\quad r = \sqrt{\frac{36}{611}}\, R \approx 0{,}24R$$

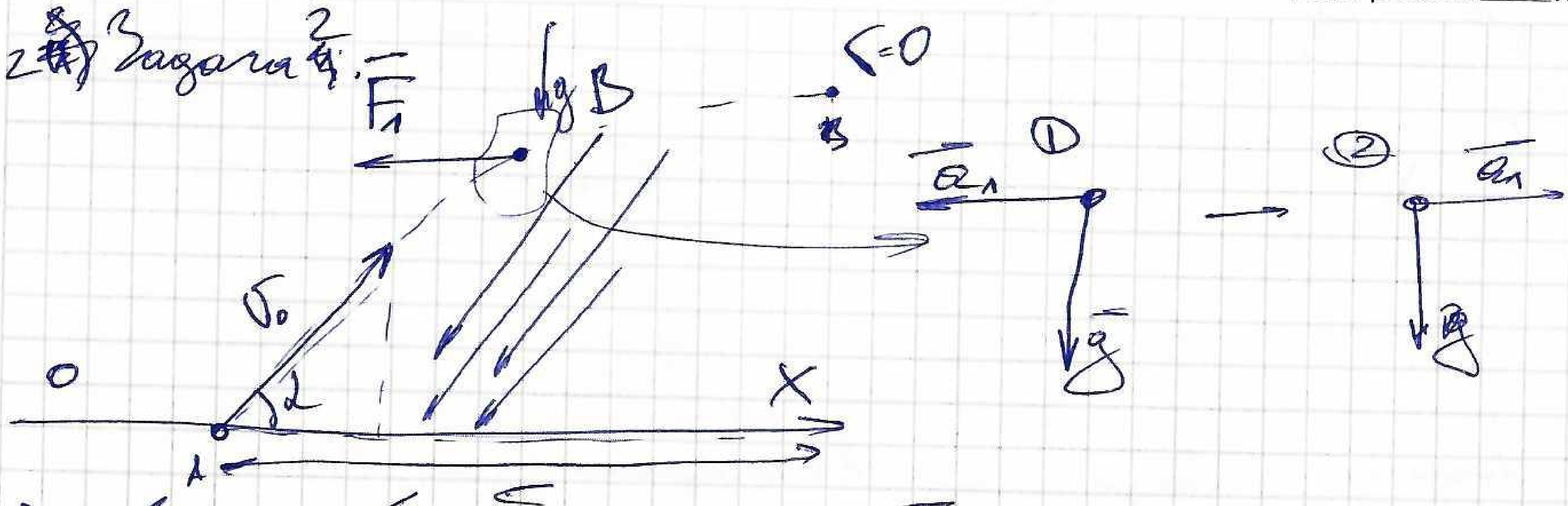
Отв: $r \approx 0{,}24R$; $\frac{m_r}{m_R + m_r} \approx 0{,}15$.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 12

2) Задача 2:



1) В поле бывает до точки D $F_{\lambda 0x} \neq 0$, вобщем при $F_{\lambda 0x} < 0$:

$\cancel{F_\lambda + mg =}$ $\quad m a_1 = F_{\lambda 0x}$; $a_1 = \dfrac{g \cdot v_0 \cdot B \cdot \sin\alpha}{m}$.

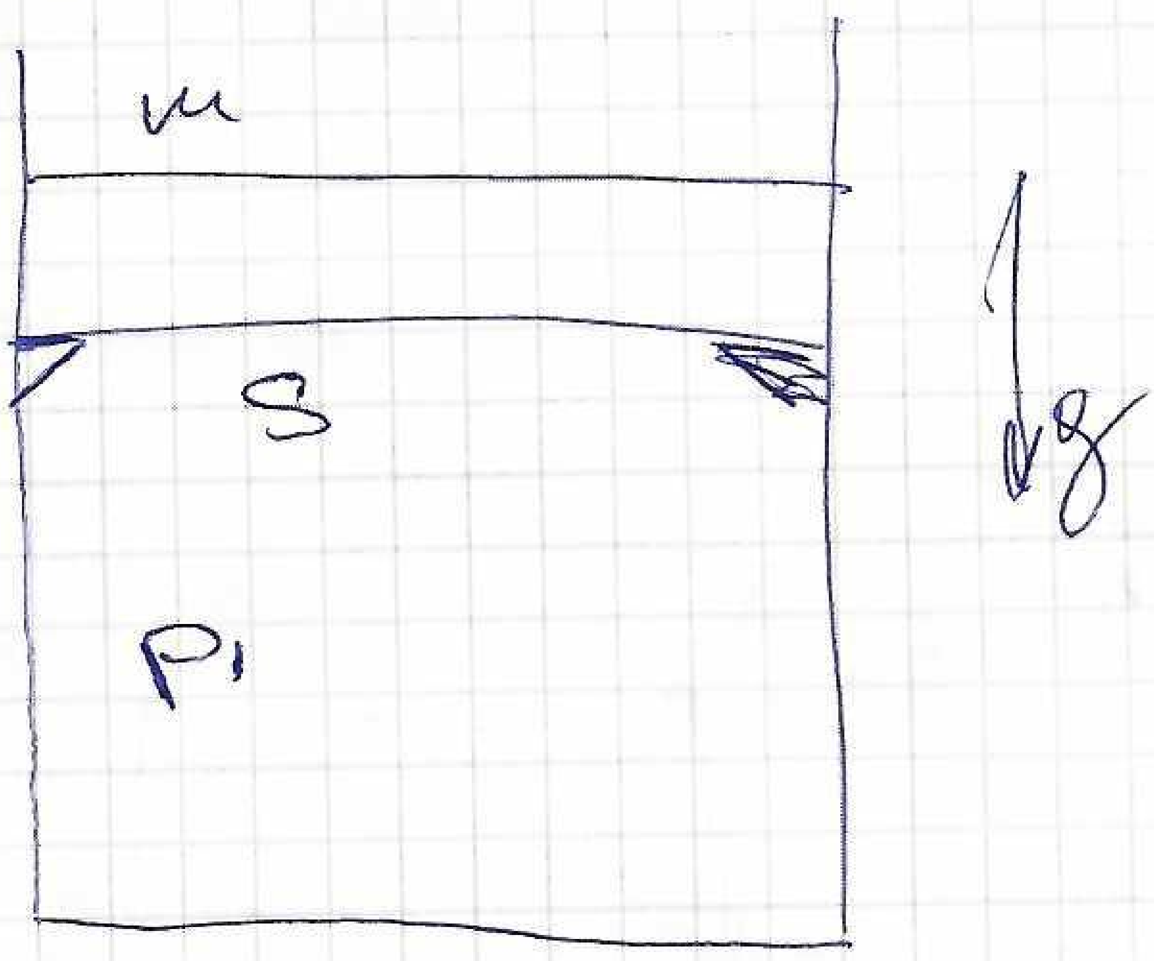
2) $$\frac{v_0 \cdot \cos\alpha = a \cdot t}{v_0 \cdot \sin\alpha = g t}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{g}{a}; \quad a = \frac{g}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\frac{g}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{g \cdot v_0 \cdot B \cdot \sin\alpha}{m}; \quad \boxed{B = \frac{mg}{g v_0 \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha}}$$

3) $$l = \frac{(v_0 \cdot \cos\alpha)^2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{2g};$$

Отв: $B = \dfrac{2mg}{3g \cdot v_0}$; $l = \dfrac{\sqrt{3}\, v_0^2}{8g}$

Задача 4:



$\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V_1}$

$\varepsilon_T = \frac{\Delta T}{T_1}$

C_{mV}

1) Запишем ур. Менделеева-Клапейрона для газа ①:

$p_1V_1 = \nu R T_1$

2) силы тяжести $Q = mg\Delta h = mg\frac{\Delta V}{S}$

$Q = C_{mV}\nu\Delta T = mg\frac{\Delta V}{S}$

3) разделим ② : ①:

$p_1V_1 = \nu R T_1$

$\frac{mg\Delta V}{S} = c\nu\Delta T$; $\frac{c\nu\Delta T}{\nu R T_1} = \frac{mg\Delta V}{S p_1 V_1}$

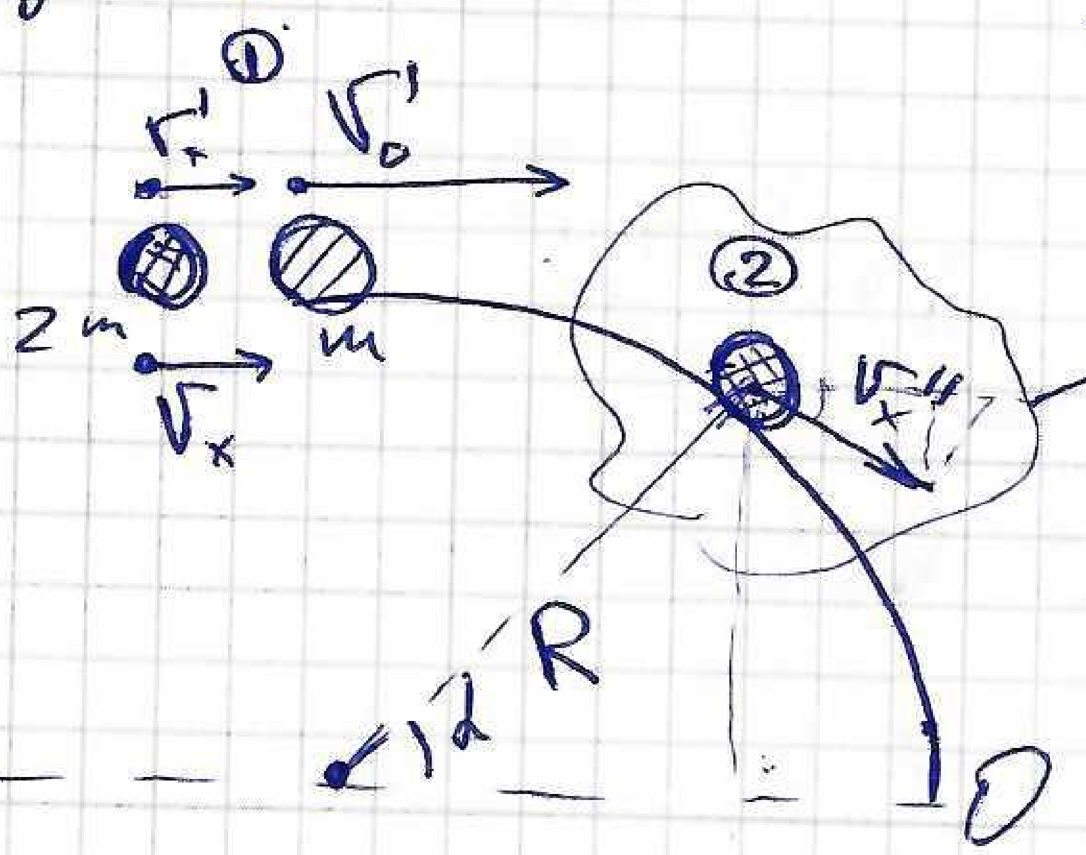
$\frac{C_{mV}\varepsilon_T}{R} = \frac{mg\varepsilon_V}{Sp_1}$; $\boxed{m = \frac{C_{mV}\cdot\varepsilon_T\cdot Sp_1}{g\varepsilon_V}}$

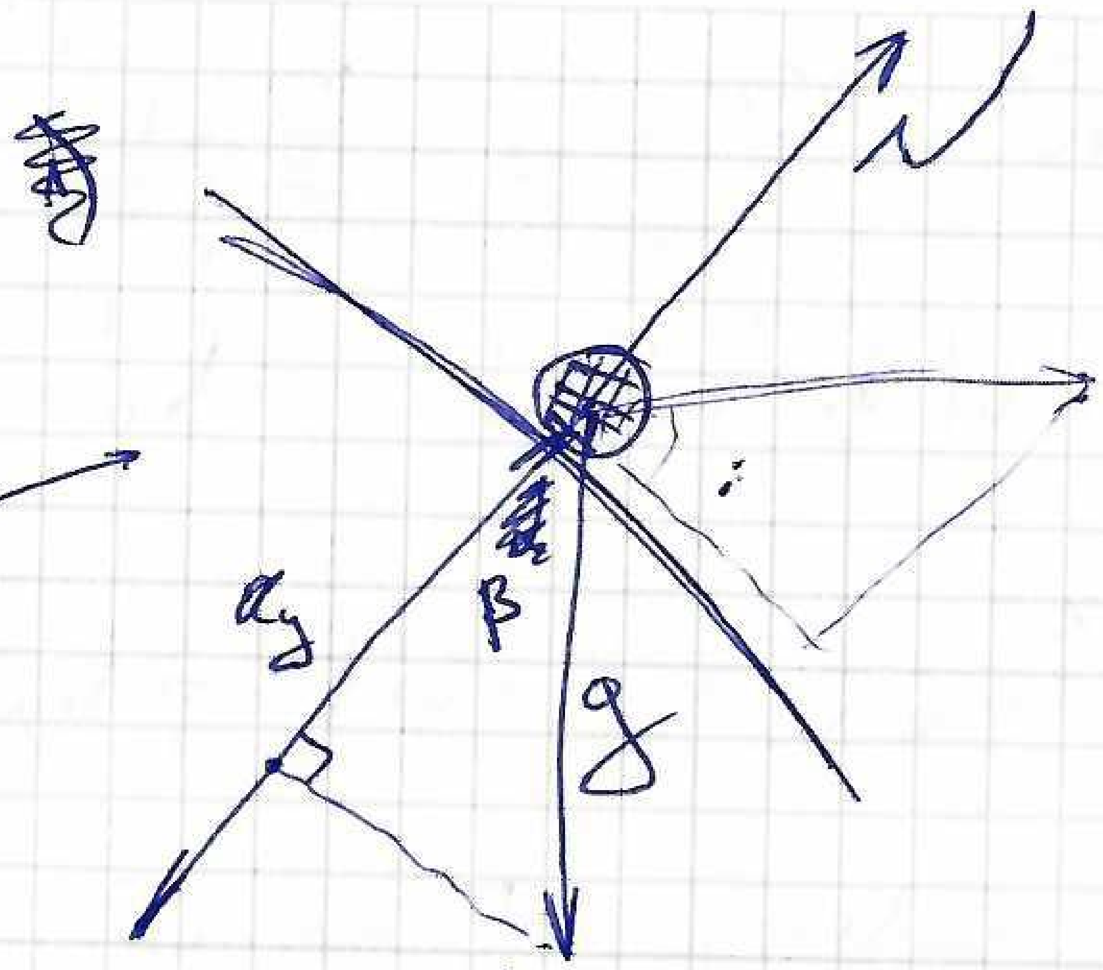
Отв: $m = \frac{C_{mV}\cdot\varepsilon_T\cdot S\cdot p_1}{g\cdot\varepsilon_V}$

Вариант задания 12

Лист работы 3 из 4

задача 5:





$\beta = 90 - \alpha$.

1) $a_y = \frac{V^2}{R}$; $a_y = g \cdot \cos\beta = g \cdot \sin\alpha$.

Если $V_0' \geq V$; $V = \sqrt{gR}$ → тело Дожива[ет] и мгновенно после удара.

2) $V_x'' = V_x' \cdot \overset{\sin\alpha}{\cos\beta} + V_{к.э.}$

$\frac{m V_{к.э}^2}{2} = mgR \cdot \sin\alpha$; $V_{к.э} = \sqrt{2gR \cdot \sin\alpha}$

$V_x'' = V_x' \cdot \sin\alpha + \sqrt{2gR \cdot \sin\alpha}$

$V_x'' \geq \sqrt{gR}$ (y.u. 1).

$V_x' \cdot \sin\alpha + \sqrt{2gR \cdot \sin\alpha} \geq \sqrt{gR}$

3) Закон з. и. сохр. импульсов:

$2mv_x = 2mv_x' + mv_0'$; $v_0' = 2v_x - 2v_x'$

Закон з. и. сохр. энерции, к. - упругий удар:

$$\frac{2mv_x^2}{2} = \frac{2mv_x'^2}{2} + \frac{mv_0'^2}{2}$$

$4v_x^2 = 4v_x'^2 + 2v_0'^2$; $v_0' = \sqrt{v_x^2 - v_x'^2}$

$4v_x^2 - 8v_x v_x' + 4v_x' = v_x^2 - v_x'^2$

$3v_x^2 - 8v_x v_x' + 5v_x' = 0$

$$v_x = \frac{8 \pm \sqrt{64v_x^2 - 60v_x'}}{6}$$; $v_x' = 2v_x - v_0'$

$v_0' = \sqrt{gR}$

$2mv_x = 2mv_x' + mv_0'$

$2v_x = 2v_x' + \sqrt{gR}$; $v_x' = \frac{2v_x - \sqrt{gR}}{2}$

Закон упр. сохр. энерции.

$\frac{2mv_x^2}{2} = \frac{2mv_x'^2}{2} + \frac{mgR}{2}$; $2v_x^2 = 2v'^2 + gR$

$$v_x^2 = \frac{4v_x^2 - 4v_x\sqrt{gR} + gR}{4} + \frac{gR}{2}$$

$$v_x^2 = v_x^2 - v_x\sqrt{gR} + \frac{gR}{4} + \frac{gR}{2}$$

$v_x\sqrt{gR} = \frac{3}{4}gR$; $\boxed{v_x = \frac{3}{4}\sqrt{gR}}$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 12

Лист работы 4 из 4.

4) $$v_x' = \frac{\frac{2\cdot 3}{4}\sqrt{gR} - \sqrt{gR}}{2} = \frac{\sqrt{gR}}{4}$$

$$v_x' \sin\alpha + \sqrt{2gR}\sin\alpha = \sqrt{gR}$$

$$v_x' \cdot \frac{h}{R} + \sqrt{2gR\frac{h}{R}} = \sqrt{gR}$$

$$\frac{\sqrt{gR}}{4}\cdot\frac{h}{R} + \sqrt{2gh} = \sqrt{gR}$$

$$\sqrt{2gh} = \sqrt{gR} - \frac{\sqrt{gR}}{R}\cdot\frac{h}{4}$$

$$\sqrt{2gh} = \sqrt{gR}\left(1 - \frac{h}{R}\right)^2$$

$$2gh = gR\left(1 - 2\frac{h}{R} + \frac{h^2}{R^2}\right)$$

$$\cancel{2gh} = gR - \cancel{2gh} + g\frac{h^2}{R}$$

$$4gh = gR + g\frac{h^2}{R}$$

$$h^2\frac{1}{R} - h\cdot 4 + R = 0$$

$$h = \frac{(4 \pm \sqrt{16-4})R}{2} = \frac{4R \pm \sqrt{12}}{2} = 2R \pm \sqrt{3}$$

Отв: $v = \frac{3}{4}\sqrt{gR}$; $h = 2R \pm \sqrt{3}$