Для билета

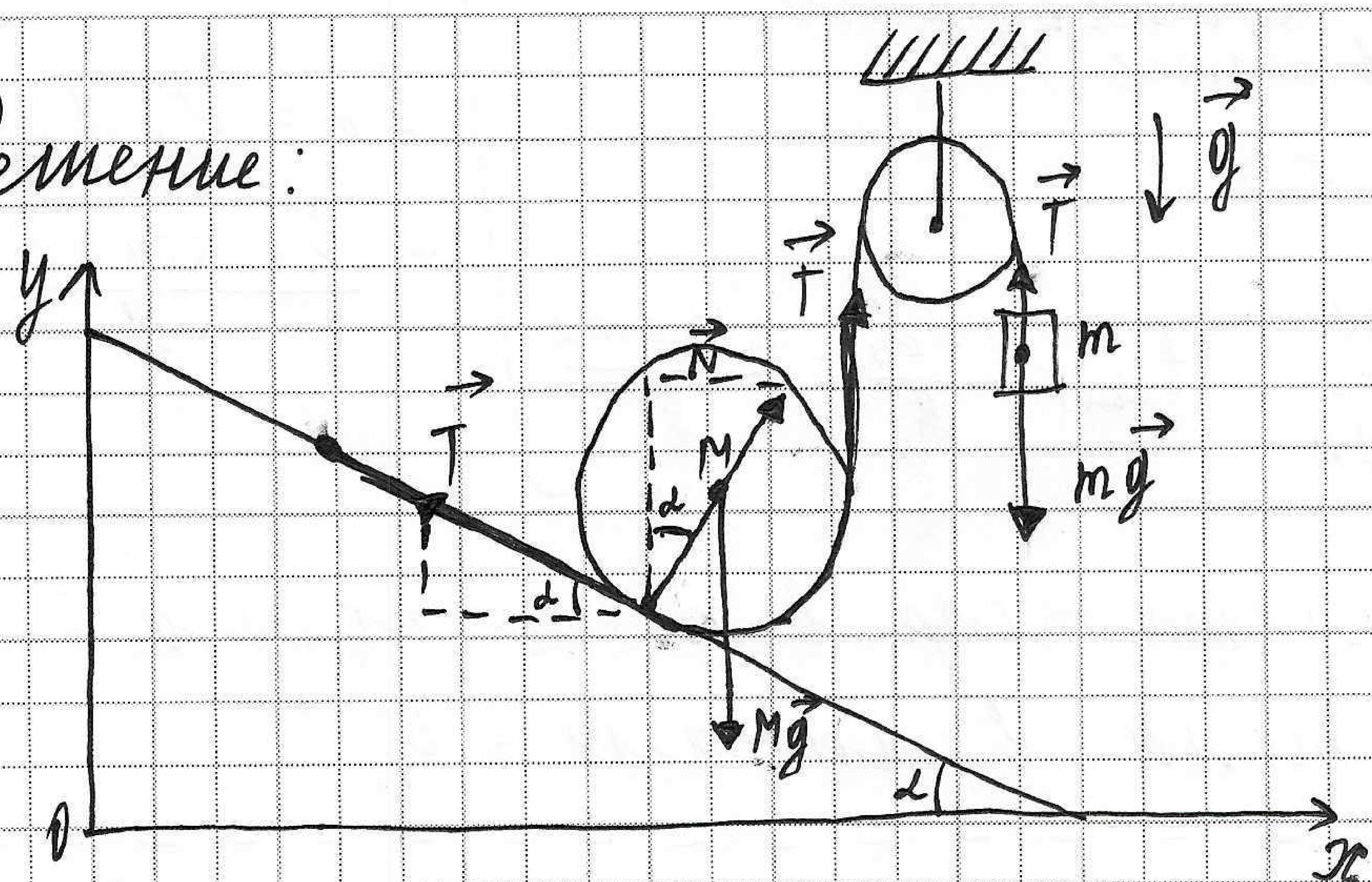
Вариант задания 11 Лист работы 1 из 3

№1

Дано:
$\alpha = 45^\circ$
$M = 5$ кг

m - ?

Решение:



Распишем проекцию сил на ось y для тел m и M:

(m): $T - mg = 0$ (1) $\rightarrow T = mg$ T-сила натяжения нити

(M): $T + T\sin\alpha + N\cos\alpha - Mg = 0$ (2) N-реакция опоры

Проекция сил на ось x для тела M:

$-T\cos\alpha + N\sin\alpha = 0$ (3) $\rightarrow T = N\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = N$

Подставим (1) и (3) в (2):

$mg + mg\sin\alpha + mg\cos\alpha - Mg = 0$

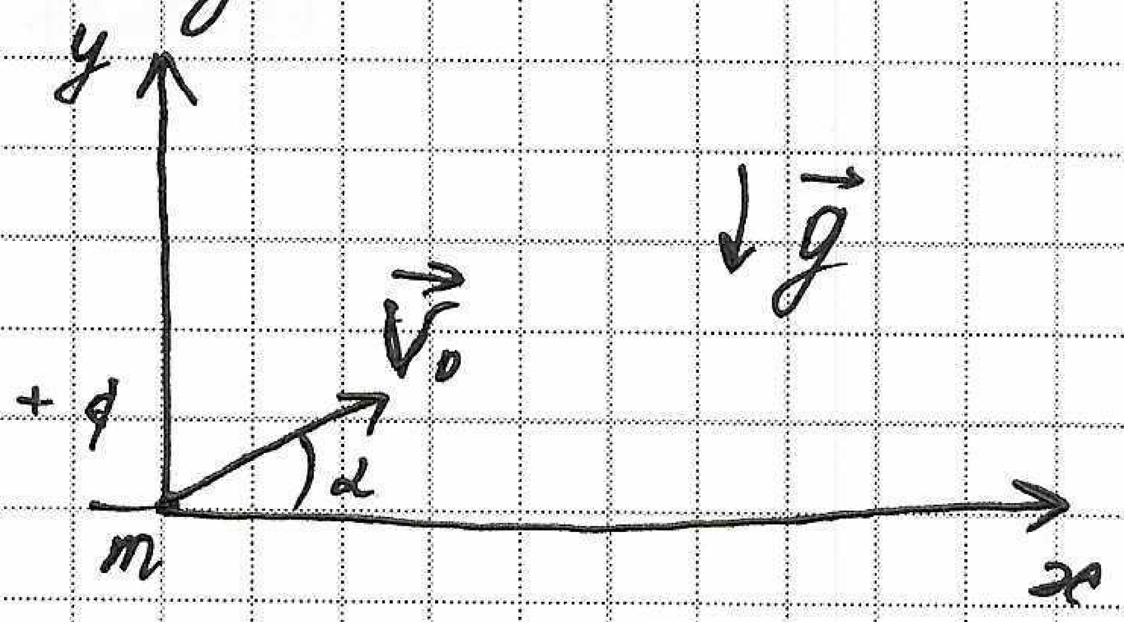
$m(1+\sin\alpha+\cos\alpha) = M \rightarrow m = \frac{M}{1+\sin\alpha+\cos\alpha} = \frac{5}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}} = \{\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7\} \ominus$

$\ominus \frac{5}{1+0,7+0,7} = \frac{5}{2,4} \approx 2$(кг)

Ответ: 2 кг.

N 2 Решение:

Без поля:



$$\begin{cases} V_x = V_0 \cdot \cos\alpha \\ V_y = V_0 \sin\alpha - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = V_x t = V_0 t \cos\alpha \\ y = V_{0y} t - \frac{gt^2}{2} = V_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Найдем время полета тела от начальной точки до точки падения. В точке падения координата по вертикальной оси $y = 0$

Следовательно, для решения этой задачи необходимо решить уравнение

$$V_{0y} t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

Оно будет иметь решение при $t = 0$ (начало движения) и $t_{пол} = \frac{2V_{0y}}{g} = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}$

$\Rightarrow t_{пол} = \frac{2V_0 \cdot \sin\alpha}{g} \Rightarrow$

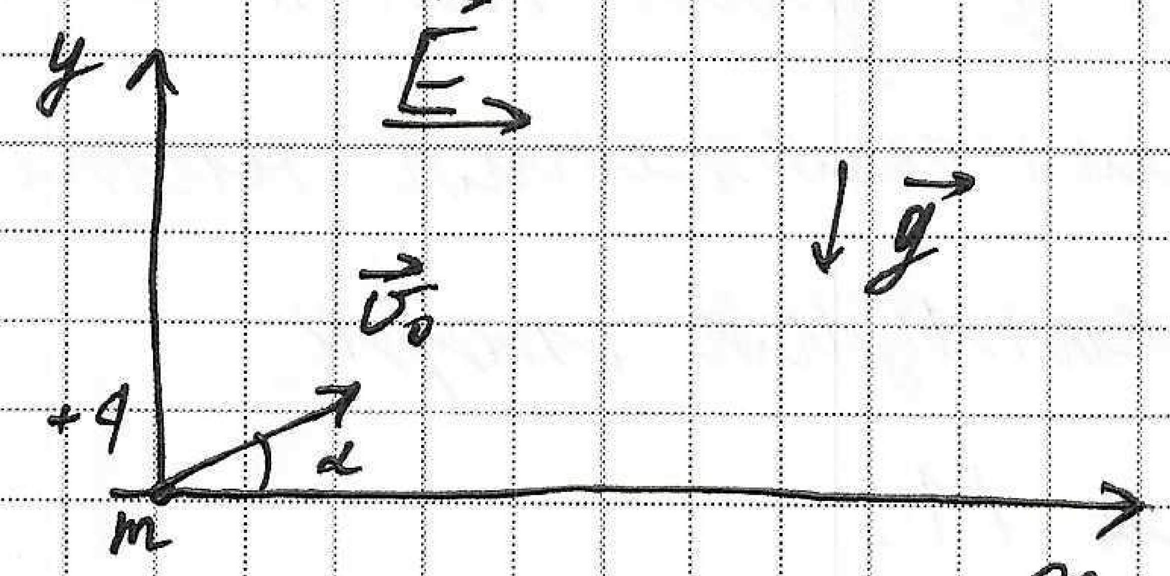
$L_0 = V_x t_{пол} =$

$= \frac{V_0 \sin 2\alpha}{g} = L_0$

Из ЗСЭ скорость тела в конце полета =

= скорости тела в начале $= V_0$

С полем:



Из 2 з. Н. на ось Ox:

$ma = qE \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$

Добавилось гор. ускорение $a \rightarrow$ тогда уравнение примут вид

$$\rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \cdot \cos\alpha + at \\ V_y = V_0 \cdot \sin\alpha - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = V_x t + \frac{at^2}{2} = V_0 \cdot t \cdot \cos\alpha + \frac{at^2}{2} \\ y = V_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = V_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ на верт. оси действует то же самое ускорение значит время полета не изменилось $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ расстояние

$L_1 = V_0 t_{пол} \cdot \cos\alpha + \frac{at^2}{2} =$

$= \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} + \frac{2V_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{g^2} \cdot a$

$$\frac{L_1}{L_2} = 2 = \frac{\frac{V_0^2}{g}\left[2\sin\alpha\cdot\cos\alpha + \frac{2\sin^2\alpha\, a}{g}\right]}{\frac{V_0^2}{g}\cdot 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha} = 1 + \frac{a}{g}tg\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{qE}{mg}tg\alpha = \frac{L_1}{L} - 1 \Rightarrow \boxed{E = \frac{\frac{L_1}{L}-1}{tg\alpha}\cdot\frac{mg}{q} = \frac{\sqrt{3}mg}{3q}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{qE}{m} = \frac{\sqrt{3}}{3}g$$

Из ЗСЭ:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} - qEL_1 = \frac{mV_1^2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}mg\cdot\frac{2V_0^2}{g}\sin\alpha\left[\cos\alpha + \frac{a}{g}\sin\alpha\right] =$$

$$= \frac{mV_1^2}{2} - 2\frac{\sqrt{3}}{3}mV_0^2\cdot\sin\alpha\left[\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3}\sin\alpha\right] = \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow$$

$$V_1^2 = V_0^2\left[1 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin\alpha\left\{\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3}\sin\alpha\right\}\right] \Rightarrow$$

$$\frac{V_1}{V_0} = \sqrt{\left[1 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin\alpha\left\{\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3}\sin\alpha\right\}\right]} = \left|\begin{matrix}\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \cos\alpha = \frac{1}{2}\end{matrix}\right| = \sqrt{3}$$

Ответ: $E = \frac{\frac{L_1}{L}-1}{tg\alpha}\cdot\frac{mg}{q} = \frac{\sqrt{3}mg}{3q}$

скорость тела увеличится в

$$\frac{V_1}{V_0} = \sqrt{\left[1 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin\alpha\left\{\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3}\sin\alpha\right\}\right]} = \left|\begin{matrix}\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \cos\alpha = \frac{1}{2}\end{matrix}\right| = \sqrt{3} \text{ раз}$$

№3

Дано:

$F_A = 1,1 F_B$

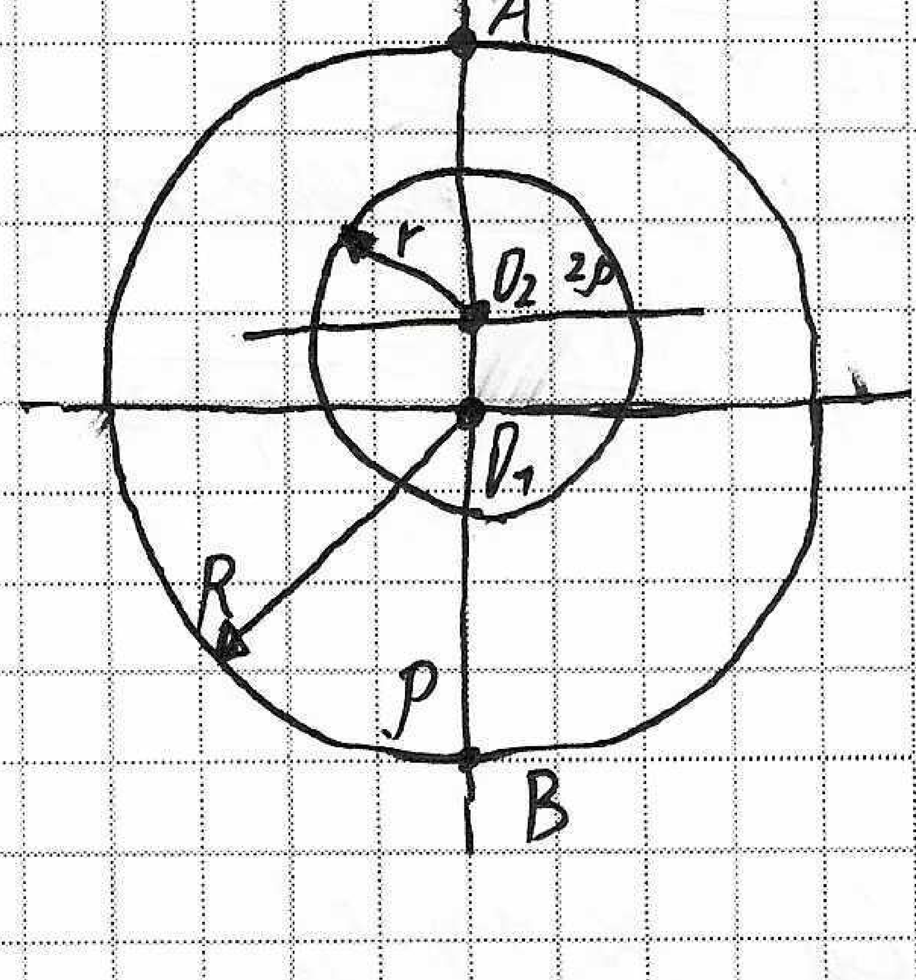
$R,\ \rho_1 = \rho,\ \rho_2 = 2\rho$

$O_1O_2 = R/4$

r - ?

$\frac{V_2}{V_1}$ - ?

Решение:



Т. к. рассматриваемые тела не являются точечными, будем использовать принцип суперпозиции:

Индекс 1 - сфера радиуса R

Индекс 2 - сфера радиуса r

$$g_1 = \frac{F_{гр.}}{m} = G_т \frac{M_1}{R^2}$$ — ускорение однородной части

$$g_{2A} = \frac{G_т M_2}{\frac{9}{16} R^2} \ ; \ g_{2B} = \frac{G_т M_2}{\frac{25}{16} R^2}$$ M_2 - масса добавочной части

$$M_1 = \rho \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad M_2 = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{g_A}{g_B} = 1,1 = \frac{g_1 + g_{2A}}{g_1 + g_{2B}} = \frac{G_т \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} + \frac{G_т \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot 16}{9R^2}}{G_т \frac{\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} + \frac{G_т \rho \frac{4}{3}\pi r^3}{25 R^2}\cdot 16}$$

$$\frac{R + \frac{16}{9}\frac{r^3}{R^2}}{R + \frac{16}{25}\frac{r^3}{R^2}} = 1,1 \ ; \ R + \frac{16}{9}\frac{r^3}{R^2} = 1,1 R + 1,1 \cdot \frac{16}{25}\frac{r^3}{R^2} \ ;$$

$$\frac{r^3}{R^2}\left(\frac{16}{9} - \frac{11}{10}\cdot\frac{16}{25}\right) = \frac{1}{10} R$$

$$r^3 \cdot \left(\frac{160}{9} - \frac{176}{25}\right) = R^3$$

$$\frac{160}{9} - \frac{176}{25} = \frac{160 \cdot 25 - 176 \cdot 9}{9 \cdot 25} = \frac{16 \cdot 10 \cdot 25 - 11 \cdot 16 \cdot 9}{9 \cdot 25} =$$

$$= \frac{16 \cdot 151}{9 \cdot 25} \approx 10,74 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R}{\sqrt[3]{10,74}} \approx \frac{R}{2,2}$$

$$r \approx 0,45 R$$

Масса планеты $M = M_1 + M_2 = \rho \frac{4}{3}\pi R^3 + \rho \frac{4}{3} \pi r^3$

$$M = \frac{4}{3}\pi \rho R^3 \left(1 + \frac{1}{10,73}\right.$$

Масса аномальной области $M_A = 2\rho \frac{4}{3}\pi r^3$

$$M_A = 2\rho \frac{4}{3}\pi \frac{R^3}{10,73} \ ; \ \frac{M_A}{M} = \frac{2}{11,73} \approx 0,17 = 17\%$$

Ответ:

$r \approx 0,45 R$;

доля вещества $\approx 17\%$

№4

Дано:

m - масса поршня

C_{mV}

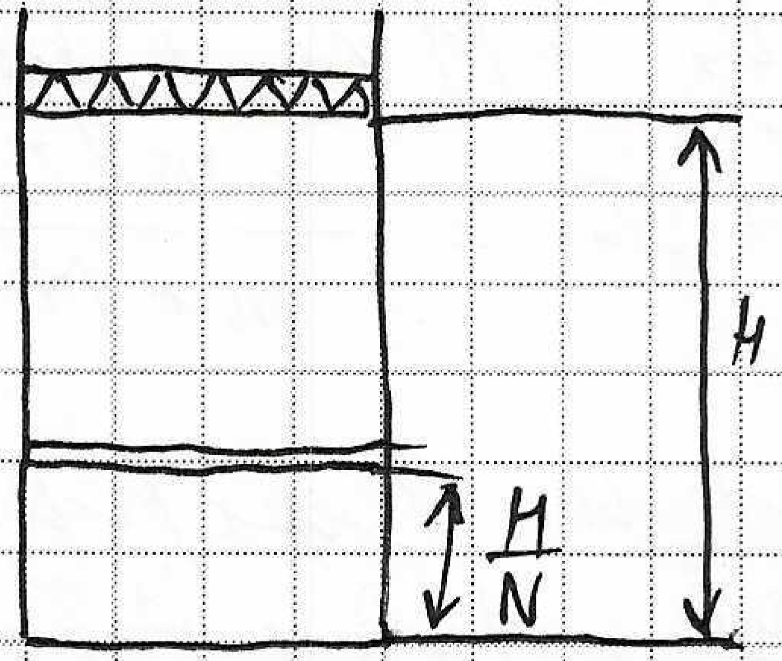
p_1

S

$N = \frac{V_2}{V_1}$

$\frac{\Delta T}{T_1}$ - ?

Решение:



Сосуд теплоизолирован, поэтому процесс сжатия газа адиабатный

$$Q = \Delta U + A = 0$$

$\Delta U = \nu C_{mV} \Delta T$ - изменение внутренней энергии

газ сжимается $A < 0$

$$A = -A_{тяж}$$

$$A_{тяж} = mg\left(H - \frac{H}{N}\right) = mgH\left(1 - \frac{1}{N}\right)$$

$\Delta U = A_{тяж}$; $\nu C_{mV} \Delta T = mgH\left(1 - \frac{1}{N}\right)$

$$\Delta T = \frac{mgH}{\nu C_{mV}} \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right)$$

Начальное состояние газа: $p_1 SH = \nu R T_1$

$$T_1 = \frac{p_1 SH}{\nu R}$$

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{mgH}{\nu C_{mV}} \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right) \cdot \frac{\nu R}{p_1 SH}$$

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{mgR}{p_1 S C_{mV}} \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right)$$

Ответ: $\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{mgR}{p_1 S C_{mV}} \left(1 - \frac{1}{N}\right)$.

№5

Дано:

R

$h = 2R/3$

$H = 3R/4$

Найти:

$\frac{m}{M}$ - ?

V_0 - ?

Решение:

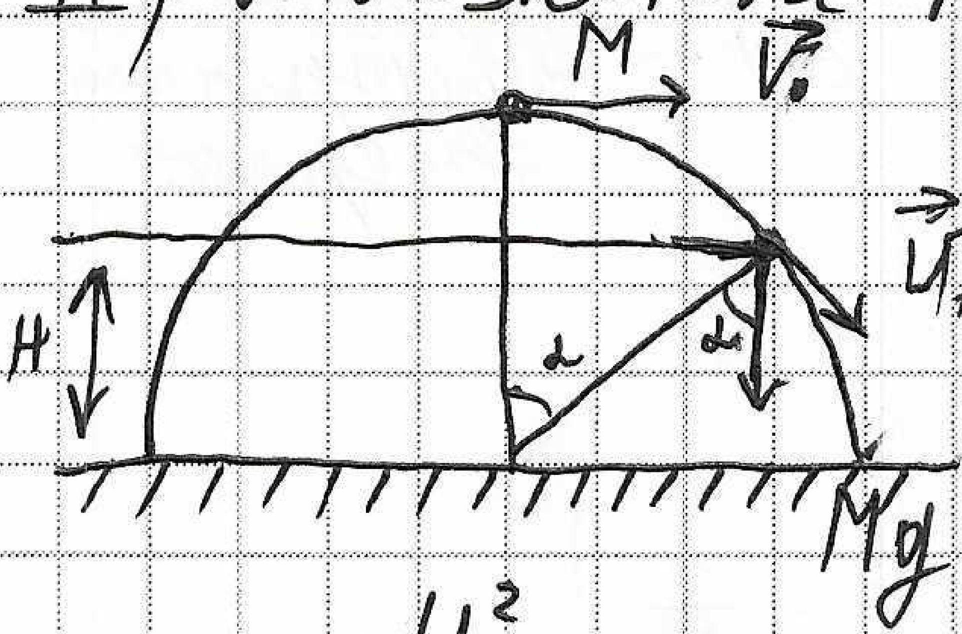
I) Абсолютно упругий удар: со скоростью V_0 налетает шарик m и ударяет M.

$$\left.\begin{aligned} &\text{З.С.И: } mV_0 = mV_1 + MV_2 \\ &\text{З.С.Э: } \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV_2^2}{2} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &m(V_0 - V_1) = MV_2 \\ &m(V_0 - V_1)(V_0 + V_1) = MV_2^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_0 + V_1 = V_2 \quad ; \quad mV_0 = mV_1 + MV_0 + mV_1$$

$$V_1 = \frac{(m-M)}{m+M} V_0 \quad ; \quad V_2 = V_0 + V_1 = \frac{2mV_0}{m+M}$$

II) Движение по поверхности сферы:



З.С.Э: $\frac{Mu_0^2}{2} + MgR = \frac{Mu^2}{2} + MgH$

$$u_0^2 = u_1^2 + 2g(H-R)$$

Отрыв: $Ma_ц = Mg \cdot \cos\alpha$

$$a_ц = \frac{u_1^2}{R} \quad ; \quad \cos\alpha = H/R$$

$$\frac{u_1^2}{R} = g\frac{H}{R} \Rightarrow u_1^2 = gH$$

$$u_0^2 = g(3H - 2R)$$

Варианты: 1) $H = \frac{2}{3}R \Rightarrow u_0 = 0$

Скорость шарика после удара равна нулю $\Rightarrow$ $V_1 = 0 \Rightarrow m = M$
это остановился шарик m.

2) $H = \frac{3}{4}R \Rightarrow u_0^2 = g\left(\frac{9}{4}R - 2R\right) = \frac{gR}{4}$

$\Rightarrow$ Скорость шарика m после удара $V_2 = \frac{\sqrt{gR}}{2}$

т.к. $m = M$, то $V_0 = V_2 = \frac{\sqrt{gR}}{2}$

Ответ: $\frac{m}{M} = 1$; $V_0 = \frac{\sqrt{gR}}{2}$ $\quad g \approx 10$ м/с².