

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**Всероссийская олимпиада школьников  
«Шаг в будущее, Космонавтика»**

*регистрационный номер*

16292

## **Орбитальная станция в первой точке либрации Луны**

**Специальное машиностроение**

*название факультета*

**Космические аппараты и ракеты-носители**

*название кафедры*

**Автор:** Крымская Софья Вадимовна, ГБОУ г. Москвы  
«Инженерная школа 1581», 10М класс

**Научный руководитель:** Товарных Геннадий Николаевич,  
кандидат технических наук, доцент кафедры СМ-1 МГТУ им.  
Н. Э. Баумана

г. Москва - 2024

## **Аннотация**

**Актуальность темы.** В настоящее время в связи с интенсивным проведением космических исследований наблюдается большой интерес к использованию точек либрации. Например, для изучения Луны и Солнца, проходящих на них процессах, исследований магнитосферы Земли. В этих точках также удобно размещать зонды и телескопы и вести наблюдение за небесными телами. Аппараты долгое время могут работать в L-точках с минимальными затратами энергии, почти не расходуя ее на корректировку своего положения. В будущем точки Лагранжа могут стать «пересадочными пунктами» на пути к другим планетам или Луне и местом размещения в них космических станций.

**Целью исследований в работе** является разработка эскиза, 3D Модели и макета орбитальной станции для ее размещения в первой точке либрации системы Земля-Луна. **Методы исследования:** анализ литературы, исторический метод, математические методы: метод уравнений и неравенств, построение графиков, подготовка эскиза и практическое моделирование.

### **Выводы и результаты исследований.**

1. Рассмотрены основные методы изучения Вселенной с помощью космических аппаратов в точках либрации систем Земля-Солнце, Земля-Луна.
2. Определены возможности и польза размещения различных космических объектов в точках либрации систем Солнце-Земля и Земля-Луна.
3. Разработаны: эскиз, 3D Модель и макет орбитальной станции для проведения научных исследований в первой точке либрации системы Земля-Луна.
4. Найдены значения координаты точки либрации L1 системы Земля-Луна.
5. Разработан эскиз и проведен расчет угловой скорости вращения элементов системы искусственной силы тяжести.
6. Разработан эскиз и проведен расчет площади солнечных панелей ОС.
7. Произведен расчёт затрат топлива для полётов космических аппаратов от орбитальной станции к Земле и Луне.
8. Произведен расчет толщины радиационной защиты орбитальной станции, ее массы и затрат топлива на подъём 1 кг полезного груза на орбиту.

## Содержание

Введение.....	5
1 Методы исследований Вселенной с помощью космических аппаратов, расположенных в точках Лагранжа.....	6
2 Основные преимущества размещения космических аппаратов в точках либрации.....	7
2.1 Система Земля-Солнце.....	8
2.2 Система Земля-Луна.....	9
3 Основные миссии состоявшихся и будущих полетов космических аппаратов в точки либрации.....	9
3.1 Миссии в точки либрации системы Земля-Солнце.....	9
3.3 Миссии в точки либрации системы Земля-Луна.....	12
4 Исследовательская часть.....	13
4.1 Разработка эскиза, 3D Модели и макета космической станции.....	13
4.2 Расчёт нахождения координаты точки либрации системы Земля-Луна.....	14
4.3 Эскиз и расчёт параметров системы искусственной силы тяжести .....	14
4.4 Расчёт элементов системы энергообеспечения.....	15
4.5 Определение затрат топлива для полетов космических аппаратов от орбитальной станции к Земле и Луне.....	16
4.6 Расчет толщины радиационной защиты, ее массы и количества топлива для доставки на ОС .....	16
Заключение.....	17
Список использованных источников.....	18
Приложение А. Точки Лагранжа и космические исследования.....	19
Приложение Б. Эскиз, 3D Модель и макет ОС.....	21
Приложение В. Расчет нахождения координаты точки либрации L1 системы Земля-Луна.....	23

Приложение Г. Эскизы модуля искусственной силы тяжести и расположения солнечных батарей .....	27
Приложение Д. Определение затрат топлива для полётов от точки либрации L1 к Земле и Луне.....	28
Приложение Е. Расчёт количество топлива, необходимого для отправки груза на орбиту Луны.....	32

### **Список сокращений**

1. НАСА - Национальное управление по авиации и исследованию  
космического пространства (NASA)
2. ЕКА – Европейское космическое агентство
3. КА – Космический аппарат
4. ОС – Орбитальная станция

## **Введение**

Человечеству от рождения присущи любознательность, стремление познавать все новое, неизвестное, совершать новые открытия, разрабатывать новые технологии и использовать в жизни полученные знания, новые технологические решения и достижения. Запуск в Советском Союзе первого в мире искусственного спутника Земли 4 октября 1957 года открыл новую эру в истории человечества — эру космических исследований.

**Актуальность темы.** Изучение космоса с помощью КА, расположенных в точках Лагранжа — это очень важная, актуальная и интересная тема, так как имеет огромное значение для проведения новых научных исследований космического пространства, Луны, Солнца, планет, медико-биологических исследований в космосе, для совершения новых открытий, а также для полетов человека в космос. Исследование космоса играет большую роль в повышении национального престижа страны на мировой арене, способствует развитию стратегических преимуществ и новейших, передовых технологий.

Исследование Вселенной с помощью КА с использованием точек Лагранжа в будущем позволит человечеству создавать ОС, пригодные для жизни на планетах, добывать на них полезные ископаемые, открывать сверхновые звезды, а также развивать космический туризм.

**Целью исследований в работе** является разработка эскиза, 3D Модели и макета ОС для ее размещения в первой точке либрации системы Земля-Луна.

Работа состоит из двух разделов.

**1 раздел. Методы исследования Вселенной с помощью космических аппаратов, расположенных в точках Лагранжа.**

Основные задачами этого раздела являются:

1.1 Рассмотрение методов изучения Вселенной с помощью КА, расположенных в точках Лагранжа.

1.2. Проведение анализа возможности и пользы размещения КА в точках либрации систем Солнце-Земля и Земля-Луна.

1.2 Изучение данных о состоявшихся и будущих полетах КА в точки либрации систем Земля-Солнце, Земля-Луна.

## **2 раздел. Исследовательская часть.**

Основные задачами этого раздела являются:

2.1 Разработка эскиза, 3D Модели и макета ОС.

2.2 Расчёт нахождения координаты первой точки либрации системы Земля-Луна.

2.3 Подготовка эскиза и расчёт параметров системы искусственной силы тяжести.

2.4 Расчёт элементов системы энергообеспечения.

2.5 Определение затрат топлива для полётов КА от ОС к Земле и Луне.

2.6 Расчет толщины радиационной защиты, нужной массы и затрат топлива на подъём 1 кг полезного груза на орбиту.

В работе применялись следующие **методы исследования**: анализ литературы, исторический метод, математические методы: метод уравнений и неравенств, построение графиков, подготовка эскиза и практическое моделирование.

## **1 Методы исследования Вселенной с помощью космических аппаратов, расположенных в точках Лагранжа**

В настоящее время в связи с интенсивным проведением космических исследований с помощью КА ученые интересуются использованием пяти точек либрации. Первые три точки либрации нашел в 1767 году немецко-русский математик Леонард Эйлер: он описал так называемые коллинеарные точки L1, L2, L3. Спустя пять лет, в 1772 году, Жозеф Луи Лагранж нашел еще две точки — L4, L5. Их называют треугольными, потому что они находятся в вершинах равностороннего треугольника, который можно построить, используя эти точки. Пять точек либрации можно найти в любой системе двух тел — например, в системе Земля — Луна, Земля — Солнце, Юпитер — Солнце. Точки либрации существуют и в более сложных системах, вокруг вращающихся гравитирующих

эллипсоидов, таких как карликовая планета Хаумеа рядом с Плутоном, которая считается самым быстровращающимся телом в Солнечной системе [1].

К числу методов исследования Вселенной относятся визуальные наблюдения — прямые наблюдения за состоянием атмосферы, земной поверхности, наземных объектов, которые проводят космонавты и астронавты. В частности, это космическая фотосъемка и телесъемка, например, спектрометрическая, радиометрическая, радиолокационная, тепловая.

Точки либрации можно использовать, например, для постоянного изучения Луны и Солнца, исследований магнитосферы Земли. В этих точках также удобно размещать зонды и телескопы и вести наблюдение за небесными телами. Аппараты долгое время могут работать в L-точках с минимальными затратами топлива на корректировку своего положения. В будущем точки Лагранжа могут стать «пересадочными пунктами» на пути к другим планетам или Луне, а также местом размещения в них ОС.

Для изучения Вселенной из точек либрации возможно запускать ровер, например, на Луну. Ровер или планетоход — это транспортное средство, которое опускается на поверхность небесного тела в научных целях, чтобы делать, например, детальные снимки, собирать образцы почвы, проводить химические эксперименты, дающие подробное представление о той или иной планете [2].

## **2 Основные преимущества размещения космических аппаратов в точках либрации систем Солнце-Земля и Земля-Луна.**

### **2.1 Система Земля-Солнце**

Первая точка Лагранжа L1 в системе Земля-Солнце является удобным наблюдательным пунктом за главной звездой нашей планетарной системы — Солнцем. Именно здесь ученые-астрономы стремятся разместить космические обсерватории для наблюдения за этой звездой. Объекты здесь никогда не затеняются Землей или Луной, и при наблюдении за Землей всегда просматривается освещенное Солнцем полушарие. Точка L1 также полезна для миссий космических солнечных телескопов, поскольку обеспечивает

непрерывный обзор Солнца, а любая космическая погода, включая солнечный ветер и выбросы корональной массы, достигает L1 за час до Земли.

В соответствии с рисунком А.1 Приложения А точка либрации L2 является идеальным местом для орбитальных космических обсерваторий и телескопов. Поскольку объект в точке L2 способен длительное время сохранять свою ориентацию относительно Солнца и Земли, производить его экранирование и калибровку становится гораздо проще. Однако эта точка расположена немного дальше земной тени (в области полутени), так что солнечная радиация блокируется не полностью. КА обычно вращаются вокруг L2, избегая частичных солнечных затмений для поддержания постоянной температуры.

КА, находящийся на орбите вблизи точки либрации L3 системы Солнце–Земли, может передавать на Землю точную информацию о Солнце, появлении новых «пятен» на звезде, а также передавать данные о космической погоде. Также спутник вблизи Солнца–Земли L3 предоставил бы очень важные наблюдения не только для прогнозов Земли, но и для поддержки дальнего космоса (прогнозы Марса и для миссий с экипажем к околоземным астероидам).

В данный момент четвертая и пятая точки Лагранжа в системе Солнце–Земля не используются. При этом в будущем планируется миссия Европейского космического агентства по солнечной погоде - ESA Vigil. Она предусматривает размещение двух КА в точках Лагранжа L1 и L5, где гравитационные силы взаимодействуют, создавая стабильное местоположение для экономии топлива и проведения наблюдений.

## **2.2 Система Земля-Луна**

В соответствии с рисунком А.2 Приложения А точка L1 системы Земля–Луна обеспечивает сравнительно легкий доступ к Лунной и Земной орбитам с минимальным изменением скорости, и это дает преимущество для размещения обитаемой ОС, предназначенной для помощи в транспортировке грузов и персонала на Луну и обратно. Точка L2 может использоваться для спутника связи, покрывающего обратную сторону Луны, а также для склада топлива как часть предлагаемой архитектуры космического транспорта на основе депо.



Рассмотрим более подробно основные миссии человечества к точкам либрации и их использование.

### **3 Основные миссии состоявшихся и будущих полетов космических аппаратов в точки либрации систем Земля-Солнце, Земля-Луна**

Внимание к точкам либрации при разработке космических миссий было впервые обращено в 1950 году. Артуром С. Кларком была предложена идея использования точки L2 системы Земля-Луна для помещения в неё ретранслятора радио- и телесигналов, который сможет обеспечивать связь между Землей и колониями, расположенными на обратной стороне Луны. В 1966 году Роберт Фаркуар обратил внимание на то, что при расположении КА непосредственно в точке либрации L2, он будет скрыт Луной при наблюдении с Земли, что не позволит осуществлять с ним связь. Для решения этой проблемы он предложил поместить аппарат на орбиту Лиссажу вокруг Лунной L2, которая обеспечит почти постоянную видимость с Земли.

#### **3.1 Миссии в точки либрации системы Земля-Солнце**

##### **Миссии в точку L1 системы Земля-Солнце**

Первая точка Лагранжа в системе Земля-Солнце является удобным наблюдательным пунктом за главной звездой нашей планетарной системы – Солнцем.

Первое практическое использование точек либрации было осуществлено в рамках «Международной программы по исследованию Солнца-Земли» ISEE. В 1972 году было принято решение включить в эту программу запуск и размещение КА в окрестности точки либрации L1 системы Земля-Солнце для изучения солнечного ветра. Миссия была успешно осуществлена в 1978 году. КА ISEE-3 был размещен вблизи точки либрации L1 системы Солнце-Земля [3].

В 1994 году в рамках американской Международной программы солнечно-земной физики, в которой так же принимают участие Европа и Япония, был запущен КА WIND, предназначенный для исследования взаимодействия солнечного ветра с магнитным полем Земли. Он был развернут для изучения

радиоволн и плазмы, возникающих в солнечном ветре и в магнитосфере Земли. WIND находится на уровне L1 непрерывно с мая 2004 года и все еще работает. В настоящее время в нем достаточно топлива, чтобы продержаться еще более 50 лет при L1, по крайней мере, до 2070 года. WIND на сегодняшний момент внес свои данные в более чем 6290 научных публикаций.

В рамках совместного проекта ЕКА и НАСА 2 декабря 1995 года был запущен космический аппарат SOHO для наблюдения за Солнцем и проведением наблюдений за солнечным ветром и связанными с ним явлениями в окрестностях L1, а также для исследования внутренней структуры Солнца. Он успешно работает и в настоящее время.

Спутник Advanced Composition Explorer (ACE) был запущен в 1997 году НАСА в рамках программы исследования Солнца и космического пространства для изучения таких видов материи, как энергетические частицы солнечного ветра, межпланетная и межзвёздная среда, а также галактическая материя. Успешно работает и в настоящее время.

Климатическая обсерватория дальнего космоса DSCOVR, запущенная в 2015 году с мыса Канаверал ракетой Falcon 9 компании SpaceX для наблюдения за Солнцем и Землей, является совместным проектом НАСА и Национального управления океанических и атмосферных исследований. Обсерватория предназначена для получения изображения освещенной Солнцем и мониторинга общего отраженного излучения. Работает по настоящее время [3].

В феврале 2025 года запланирован запуск спутника - Межзвездного картографического и ускорительного зонда (IMAP) - это гелиофизическая миссия, которая будет одновременно исследовать две важные и взаимосвязанные научные темы в гелиосфере: ускорение энергичных частиц и взаимодействие солнечного ветра с местной межзвездной средой. IMAP также будет непрерывно транслировать данные в режиме реального времени, которые могут быть использованы для прогнозирования космической погоды.

В 2026 году планируется запуск КА NEO Surveyor, представляющего собой планируемый космический инфракрасный телескоп, предназначенный для

наблюдения за Солнечной системой на предмет потенциально опасных астероидов. NEO Surveyor будет вести съемку из точки Лагранжа Солнце–Земля L1, что позволит ему приблизиться к Солнцу и увидеть объекты внутри орбиты Земли. Миссия станет преемницей миссии NEOWISE.

### **Миссии в точку L2 системы Земля-Солнце**

Вторая точка Лагранжа находится в двойной системе массивных объектов за телом, обладающим меньшей массой. Применение этой точки в современной астрономической науке сводится к размещению в ее районе космических обсерваторий и телескопов.

В 2019 году запущена космическая обсерватория Спектр-РГ - это российско-немецкая орбитальная астрофизическая обсерватория, проект Роскосмоса и DLR, и предназначена для построения полной карты Вселенной в рентгеновском диапазоне энергий 0,2—30 килоэлектронвольт (кэВ). Рисунок А.3 КА приведен в Приложении А [4].

Обсерватория состоит из двух рентгеновских телескопов: немецкого eROSITA, работающего в мягком рентгеновском диапазоне, и российского ART-XC имени М. Н. Павлинского, работающего в жёстком рентгеновском диапазоне. Всего в проекте заняты 10 научных групп со своими задачами, начиная от Солнечной системы, звёзд в наших окрестностях и дальше по расстоянию, пока хватает чувствительности телескопов. Следует отметить, что это одна из лучших рентгеновских обсерваторий на ближайшие 10—15 лет.

Также в настоящее время на орбите точки Лагранжа L2 системы Солнце-Земля, находящейся на расстоянии в 1,5 млн километров от Земли, работает запущенный НАСА в декабре 2021 года телескоп «Джеймс Уэбб», который, по оценкам учёных, проработает по меньшей мере 5-10 лет (рисунок А.4 Приложения А). В ноябре 2022 года «Джеймс Уэбб» снял и передал на Землю уникальные кадры рождения звезды. На снимке, который опубликовало НАСА, запечатлен процесс образования материи. При этом сама новорожденная звезда спрятана за плотной полосой — это темное облако из газа и пыли [5].

Также следует отметить следующие интересные миссии в точку Лагранжа L2 системы Солнце-Земля.

Европейский телескоп «Gaia», запущенный ЕКА в 2013 году, осуществляет задачи составления подробной карты распределения звёзд нашей Галактики. Его миссия была продлена до конца 2022 года, с возможным продлением до конца 2025 года.

На 2026 год ЕКА запланирован запуск космического телескопа PLATO, который будет с помощью группы фотометров обнаруживать и характеризовать экзопланеты всех типов и размеров в системах жёлтых и оранжевых карликов, подобных нашему Солнцу. Телескоп планируется запустить на ракете Союз-Фрегат, и затем разместить в точке Лагранжа L2.

Космический телескоп «Афина» - передовой космический телескоп рентгеновского диапазона для астрофизики высоких энергий планируется к запуску НАСА и ЕКА в 2031 году. Основной его задачей является изучение вопросов «горячей и расширяющейся Вселенной»: картографирование движения горячих газовых структур, определение их физических свойств и поиск сверхмассивных чёрных дыр.

### **3.2 Миссии в точки либрации системы Земля-Луна**

В сентябре-октябре 2009 года два аппарата STEREO совершили транзит через точки либрации L4 и L5 системы Земля-Луна. Транзит был осуществлен в рамках миссии НАСА по изучению солнечной активности: два одинаковых КА, запущенных 26 октября 2006 года на гелиоцентрические орбиты, близкие к орбите Земли — один из них постепенно отстает от Земли, а другой, наоборот, обгоняет её. Это дает возможность одновременно наблюдать Солнце из двух разных точек, то есть использовать стереоскопический эффект, позволяющий получать трёхмерные изображения структур и явлений на Солнце.

В 2007 году НАСА рамках программы THEMIS для изучения энергетических выбросов из магнитосферы Земли были запущены пять идентичных по конструкции и взаимозаменяемости микроспутников. В 2010 году проект завершился, однако учёные решили использовать два спутника на самых

дальних от Земли орбитах для исследования Луны и отправили их на окололунную орбиту. Аппараты двигались по очень сложной траектории, которая позволила по максимуму использовать гравитацию Земли и Луны и расходовать минимальное количество топлива. Сначала они были переведены в точки Лагранжа L1 и L2 системы Земля-Луна, удобные для изучения ее магнитного поля, а затем — на орбиту вокруг Луны.

В настоящее время китайский ретрансляционный спутник Queqiao (Цюэцяо), служащий в качестве ретранслятора связи для китайской лунной станции «Чанъэ-4», выведенный на орбиту в мае 2018 года, циркулирует по гало-орбите вокруг точки Лагранжа L2 системы Земля-Луна. Прямая связь с Землей невозможна на обратной стороне Луны, поскольку передачи блокируются Луной. В связи с чем основная функция спутника-ретранслятора заключается в обеспечении непрерывной ретрансляционной связи между Землей и посадочным модулем на обратной стороне Луны.

#### **4 Исследовательская часть.**

##### **4.1 Разработка эскиза, 3D Модели и макета космической станции**

В соответствии с рисунками Б.1 и Б.2 Приложения Б к настоящей работе разработанные эскиз и 3D Модель пилотируемой ОС со сменными экипажами предназначены для использования в точке либрации L1 системы Земля-Луна, в частности, при полетах КА на Луну и планеты. С Земли на ОС будут прилетать КА для дозаправки топливом, которое будет доставляться с Луны. На Луне есть вода в виде льда, которую с помощью электроэнергии можно разлагать на водород и кислород. Это будет являться хорошим ракетным топливом. Электроэнергию можно получать с помощью солнечных батарей. В целях борьбы с невесомостью необходимо использовать модуль большого диаметра для создания искусственной силы тяжести, разделенный на 2 отсека. Внутри каждого отсека по кругу будут двигаться небольшие кабины с космонавтами в лежащем положении. Кабины будут двигаться по ободу на магнитной подвеске. От высокой радиации можно защититься диском радиационной защиты, направленным на Солнце, т.к. вспышки на нем самые опасные.

На основании эскиза и 3D Модели космической станции сконструирован макет ОС (рисунок Б.3 Приложения Б).

#### **4.2 Расчёт нахождения координаты точки либрации системы Земля-Луна**

В соответствии с Приложением В к настоящей работе рассчитаем расстояние от Луны до точки либрации L1 системы Земля-Луна. Для этого нарисована схема с обозначением величин, которые понадобятся для расчета (рисунок В.1.), и выполним необходимые расчеты. В соответствии с Приложением В на основании проведенных расчетов построен график зависимости  $x$  от  $R$ .

В соответствии с Приложением В в качестве решения возьмём среднее значение  $x = 59544$  км при среднем значении  $R = 384403$  км

**Вывод:** Точка L1 системы Земля - Луна находится на расстоянии в среднем 59544 км от Луны.

#### **4.3 Эскиз и расчёт параметров системы искусственной силы тяжести.**

В соответствии с рисунком Г.1 Приложения Г настоящей работы для борьбы с невесомостью разработан эскиз модуля большого диаметра для создания искусственной силы тяжести, который разделен на два отсека. Внутри каждого отсека по кругу могут двигаться небольшие кабины с космонавтами в лежачем положении. Кабины одного отсека движутся в противоположную сторону от движения кабин другого отсека. При этом сами кабины будут двигаться по ободу на магнитной подвеске. В случае наличия свободных кабин в модуле для уравнивания сил под кресла будет закачиваться жидкость. Это место также может использоваться и для ее хранения.

Рассчитаем угловую скорости вращения модуля искусственной силы тяжести и времени одного оборота модуля [6].

Формула центростремительного ускорения:

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (1)$$

Возьмём треть от земного ускорения свободного падения и подставим (1):

$$\frac{g}{3} = \frac{v^2}{R}$$

Формула скорости через угловую скорость:  $V = \omega \cdot R$

Подставим:  $\frac{g}{3} = \omega^2 \cdot R$

Выразим угловую скорость:  $\omega = \sqrt{\frac{g}{3R}}$

Пусть  $R = 6$  м и  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

Тогда  $\omega = \sqrt{\frac{9,8}{3 \cdot 6}} = 0,7379$

При этом посчитаем время одного оборота:

$$t = \frac{2\pi R}{\omega \cdot R} = \frac{2 \cdot 3,14}{0,7379} = 8,51 \text{ (с)}$$

**Вывод:** Угловая скорость вращения модуля искусственной силы тяжести  $\omega$  равна 0,7379 радиан в секунду. При это время одного оборота подвижного кресла составляет 8, 51 секунд.

#### 4.4 Расчет элементов системы энергообеспечения орбитальной станции

В соответствии с рисунком Г.2 Приложения Г в целях получения электроэнергии на ОС разработан эскиз расположения солнечных батарей на модуле защиты от радиации, а также произведен расчет их площади и радиуса.

Площадь солнечных панелей, установленных поверх защиты от радиации:

$$S = \frac{N}{I_{\eta}} = \pi R^2$$

Выразим R:  $R = \sqrt{\frac{N}{I_{\eta \pi}}}$

Пусть  $I = 1380 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ ;  $\eta = 0,2$ ;  $r = 6$  м;  $N = 40 \cdot 10^3$  Вт.

Тогда  $R = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 1380 \cdot 3,14}} = 6,79$  м.

Таким образом, с возрастанием площади возрастает мощность, поэтому мы можем взять  $R = 6,8$  м.

В таком случае рассчитаем общую площадь солнечных батарей:

$$S = \pi R^2$$

Тогда:  $S = 3,14 \cdot 6,8^2 = 3,14 \cdot 46,24 = 145,193 \text{ м}^2$

**Вывод.** Площадь солнечных панелей, установленных поверх модуля защиты от радиации, составляет 145,2 м<sup>2</sup>. При этом общий радиус данных солнечных батарей ОС составляет 6,8 м.

#### **4.5 Определение затрат топлива для полётов космических аппаратов от орбитальной станции к Земле и Луне.**

В соответствии с Приложением Д к настоящей работе рассчитаем затраты топлива для полётов КА от ОС в точке либрации L1 к Земле и Луне. Для этого подготовлена схема с обозначением величин, которые понадобятся для расчета (рисунок Е.1.), определены основные формулы для вычисления и выполнены необходимые расчеты.

Для определения количества топлива, необходимого для полета КА, использована формула К.Э. Циолковского

$$V_X = V_K - V_0 = W \cdot \ln \left( \frac{M_0}{M_K} \right) = W \cdot \ln \left( \frac{M_0}{M_0 - M_T} \right).$$

**Вывод.** Получена масса израсходованного топлива для перелёта от Земли к ОС, находящейся в точке либрации L1:  $M_{T1} = 5650,28$  кг, для перелёта от Луны к ОС:  $M_{T2} = 1474,85$  кг. Очевидно, что  $M_{T2}$  меньше  $M_{T1}$ . Следовательно, на разницу между  $M_{T1}$  и  $M_{T2}$  можно увеличить массу полезного груза при отправке КА с окололунной орбиты.

#### **4.6. Расчет толщины радиационной защиты ОС, ее массы и количества топлива для доставки на ОС**

Следует выделить три главных фактора, представляющие опасность для жизни и здоровья космонавтов при межпланетных перелетах - это космическая радиация, метеоритная опасность, невесомость [7].

В связи с этим рассчитаем необходимую толщину радиационной защиты орбитальной станции, для создания которой, в целях уменьшения расходов, будем использовать лунный грунт.

Формула толщины слоя радиационной защиты



$$h = \frac{k}{\rho}$$

где  $k$  – коэффициент радиации;  $\rho$  – плотность тела

Пусть радиационная защита будет из лунного грунта

$$\rho_{\text{лг}} = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad k = 3000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$$

Тогда

$$h = \frac{3000}{2000} = 1,5 \text{ м}$$

Рассчитаем также массу нужного нам лунного грунта:

$$m = V \cdot \rho_{\text{лг}} = \pi R^2 h \rho_{\text{лг}} \quad m = 3,14 \cdot 6^2 \cdot 1,5 \cdot 2000 = 339120 \text{ кг}$$

В соответствии с Приложением Е рассчитаем количество топлива для доставки полезного груза на ОС. В результате расчета на подъём 1 кг полезного груза на орбиту необходимо затратить 0,987 кг топлива.

**Вывод.** Толщина радиационной защиты орбитальной станции составляет 1,5 м, масса нужного лунного грунта составила 339120 кг. При этом 0,987 кг топлива необходимо затратить на подъём 1 кг полезного груза на орбиту.

## 5 Заключение

Рассмотрены основные методы изучения Вселенной с помощью КА, расположенных в точках либрации, а также полеты КА в точки либрации систем Земля-Солнце, Земля-Луна.

Определены возможности и польза размещения различных космических объектов в точках либрации систем Солнце-Земля и Земля-Луна.

Разработаны эскиз, 3D Модель и макет ОС для проведения научных исследований в точках либрации.

Найдены численные значения координаты первой точки либрации L1 системы Земля-Луна, а именно точка L1 системы Земля - Луна находится на расстоянии в среднем 59544 км от центра Луны.

Проведен расчет угловой скорости вращения элементов системы искусственной силы тяжести, в результате которого угловая скорость вращения

составляет 0,7379 радиан в секунду. При это время одного оборота подвижного кресла составляет 8,51 секунд. Разработан эскиз модуля искусственной силы тяжести.

Разработан эскиз и проведен расчет площади солнечных панелей, которая составляет 145,2 м<sup>2</sup>. При этом общий радиус данных солнечных батарей ОС составляет 6,8 м.

Произведен расчет затрат топлива для полетов КА от орбитальной станции к Земле и Луне. При этом масса израсходованного топлива для перелёта от Земли к ОС, находящейся в точке либрации L1, составила 5650,28 кг, для перелёта от Луны к ОС - 1474,85 кг.

Произведен расчет толщины радиационной защиты орбитальной станции, которая составила 1,5 м, масса нужного лунного грунта составила 339120 кг. При этом 0,987 кг топлива необходимо затратить на подъём 1 кг полезного груза на орбиту.

### **Список используемых источников**

1. Маркеев А.П. Точки либраций в небесной механике и космодинамике. Москва, Наука, 1978, с 9-10
2. Наука и Технологии (Science And Technology) - современное медиа о высоких технологиях. Сайт: <https://scienceandtech.ru/>
3. Материал из Википедии. Сайт: <https://ru.wikipedia.org/>
4. Официальный интернет-сайт Госкорпорации Роскосмос. Сайт: <https://www.roscosmos.ru/srg/>
5. Официальный интернет-сайт НАСА. Сайт: <https://www.nasa.gov/>
6. Ландсберг Г.С. Элементарный учебник физики, Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2010, С 222
7. Ребеко А.Г. Защита людей и космических аппаратов в космосе. Инженерный журнал: наука и инновации, №5, 2016, С 1-5

## Приложение А. Точки Лагранжа и космические исследования

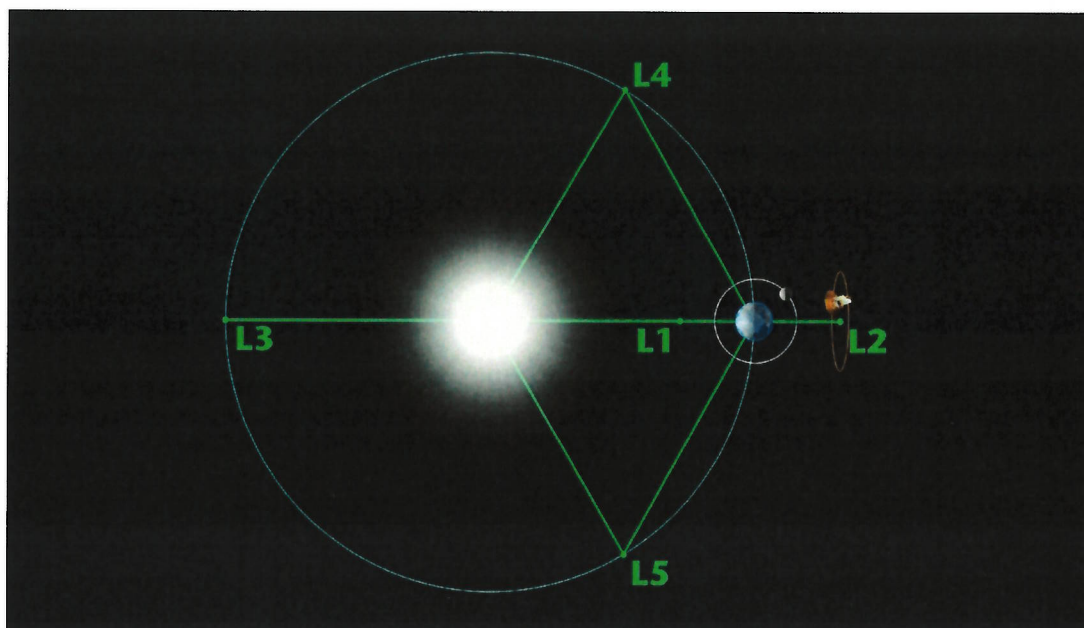


Рисунок А.1 – Расположение точек Лагранжа в системе Земля-Солнце.

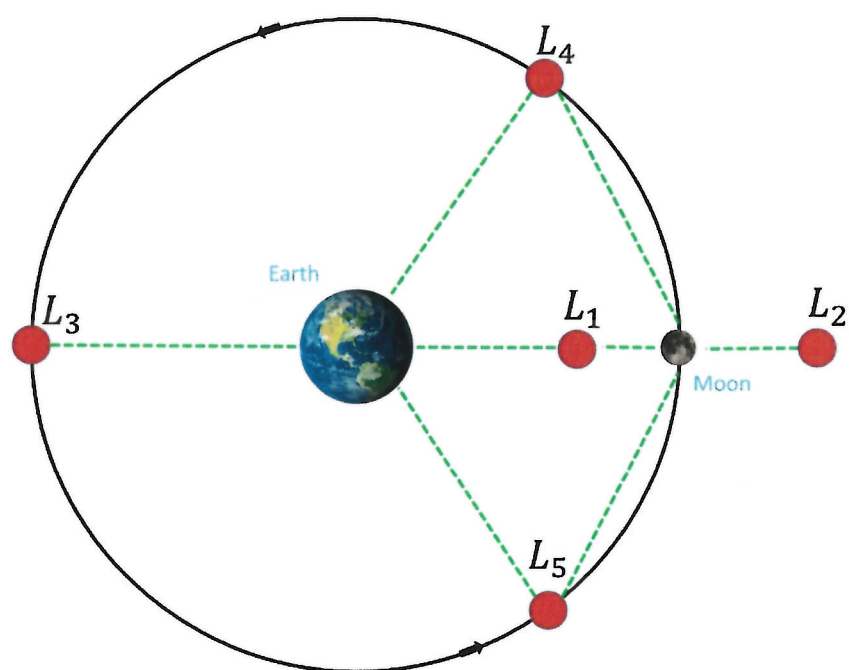


Рисунок А.2 – Расположение точек Лагранжа в системе Земля-Луна

## Продолжение. Приложение А. Точки Лагранжа и космические исследования



Рисунок А.3 - Космическая обсерватория Спектр-РГ

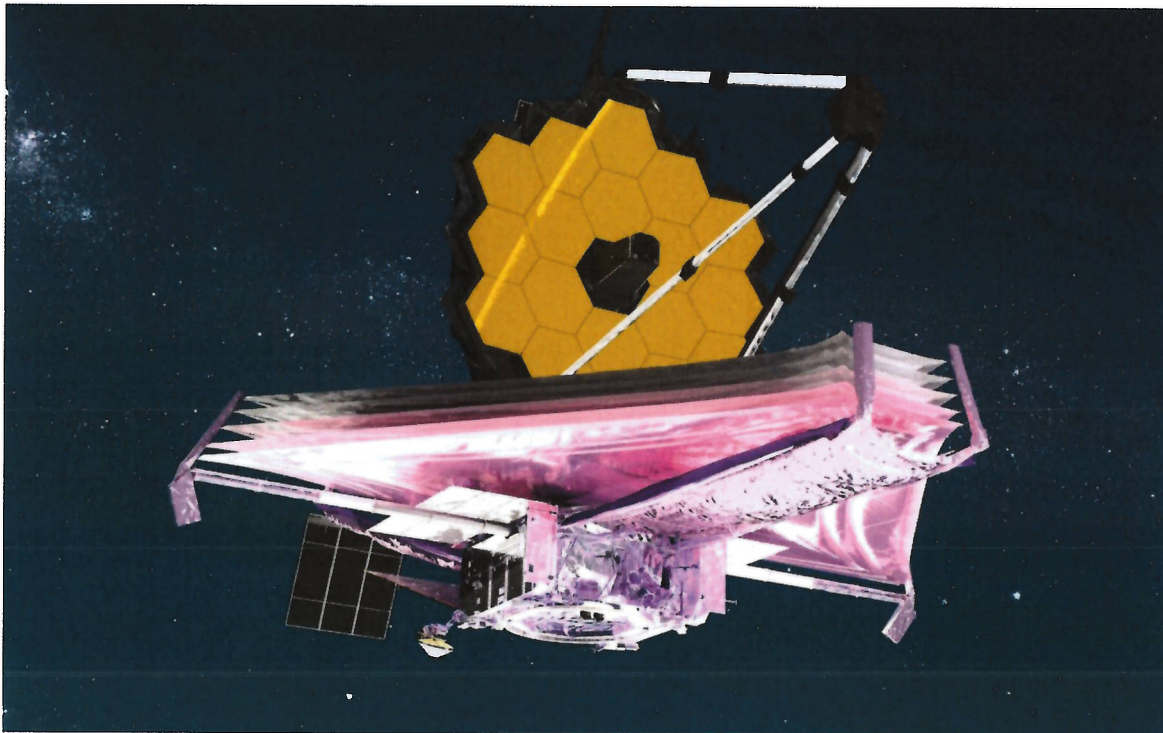


Рисунок А.4 - Телескоп «Джеймс Уэбб»

## Приложение Б. Эскиз ОС

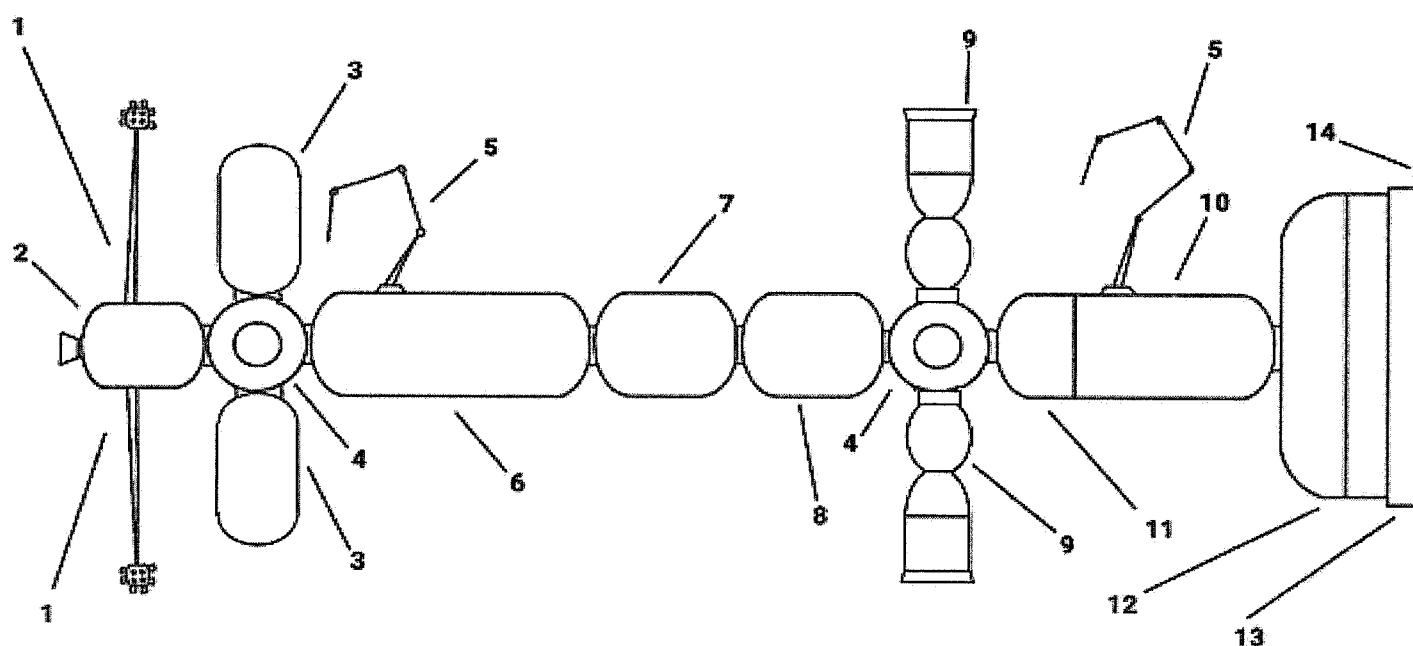


Рисунок Б.1 - Эскиз космической станции

1. Мачты с микродвигателями для управления
2. Двигательный отсек с топливными баками
3. Топливные модули
- 4.стыковочные узлы для доставки грузов и экипажей
5. Манипуляторы
6. Рабочий отсек
7. Оранжерея
8. Модуль с тренажерами и туалетом
9. Пилотируемые КА
10. Зона отдыха, столовая
11. Склад
12. Модуль для создания искусственной силы тяжести
13. Диск радиационной защиты
14. Солнечные батареи



**Продолжение. Приложение Б. 3D Модель космической станции**

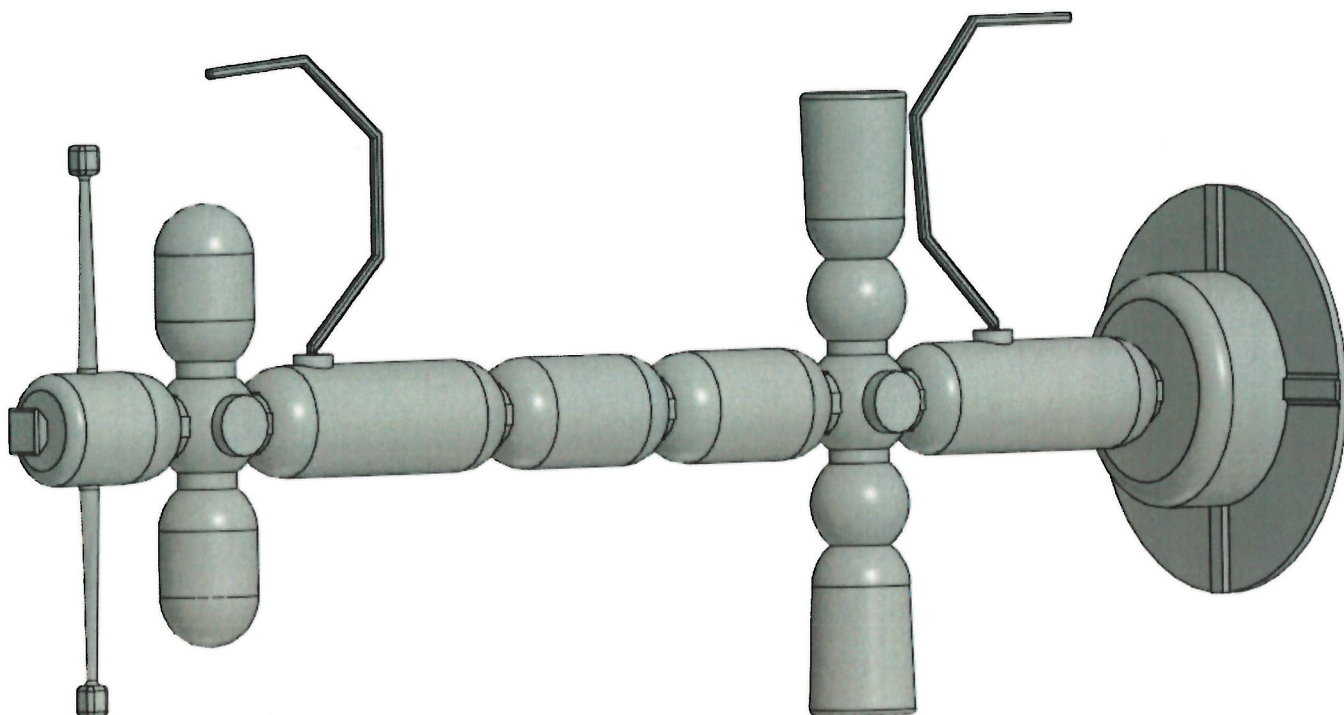


Рисунок Б.2 - 3D Модель космической станции. Общий вид.

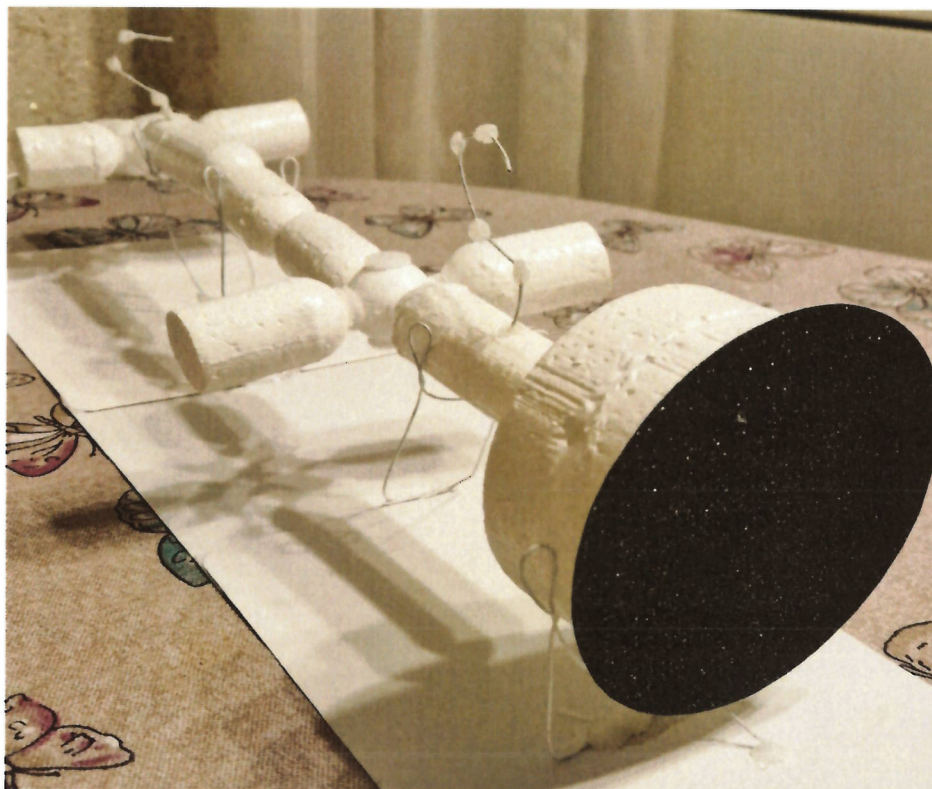


Рисунок Б.3 - Макет космической станции. Общий вид.

## Приложение В. Расчет нахождения координаты точки либрации L1 системы Земля-Луна

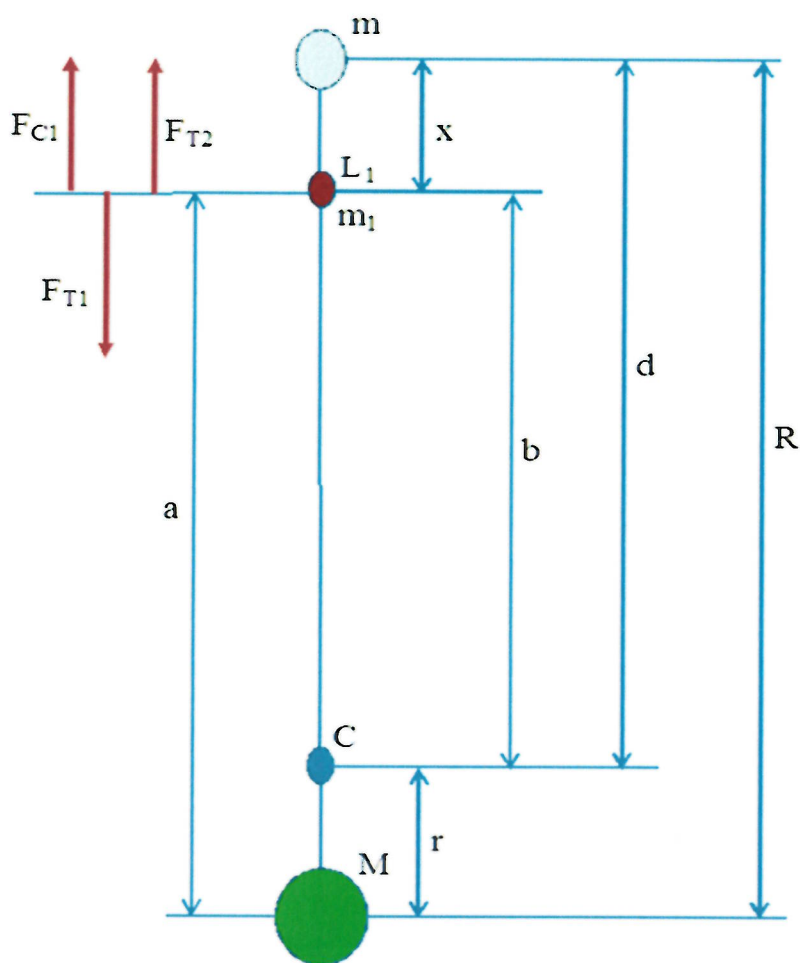


Рисунок В.1 – Система Земля-Луна с обозначением величин

где  $m$  – масса Луны

$M$  – масса Земли

$m_1$  – масса космического аппарата

$F_{T1}$  – сила притяжения к Земле

$F_{T2}$  – сила притяжения к Луне

$F_{C1}$  – центробежная сила относительно центра масс C

$L_1$  – первая точка либрации

C – центр масс системы Земля - Луна

**Продолжение. Приложение В. Расчет нахождения координаты первой точки либрации L1 системы Земля-Луна**

Уравнение равновесия сил в точке либрации

$$F_{T2} + F_{C1} - F_{T1} = 0 \quad (2)$$

Здесь

$$F_{T2} = G \frac{m \cdot m_1}{x^2}, \quad F_{T1} = G \frac{M \cdot m_1}{a^2},$$
$$F_{C1} = \frac{m_1 \cdot V_1^2}{b} = m_1 \cdot \omega^2 \cdot b = m_1 \cdot \frac{G \cdot (m + M) \cdot b}{R^3},$$

$V_1$  – линейная скорость вращения  $m_1$  относительно С,

$\omega$  - угловая скорость вращения  $m_1$  относительно С.

Подставляем в (2)

$$G \frac{m \cdot m_1}{x^2} + m_1 \cdot \frac{G \cdot (m + M) \cdot b}{R^3} - G \frac{M \cdot m_1}{a^2} = 0 \quad (3)$$

Проводим сокращения

$$\frac{m}{x^2} + \frac{(m + M) \cdot b}{R^3} - \frac{M}{a^2} = 0 \quad (4)$$

В соответствии с рисунком расписываем некоторые величины

$$a = R - x,$$

$$b = a - r = R - x - r.$$

Условие нахождения центра масс

$$M \cdot r = m \cdot d = m \cdot (R - r)$$

$$r = \frac{m \cdot R}{M + m} \quad (5)$$



Подставляем эти величины в уравнение (4)

$$\frac{m}{x^2} + \frac{(m+M) \cdot (R-x-r)}{R^3} - \frac{M}{(R-x)^2} = 0$$

Для удобства расчётов приведём полученное уравнение к безразмерному виду

$$\frac{\bar{m}}{\bar{x}^2} + (\bar{m} + 1) \cdot (1 - \bar{x} - \bar{r}) - \frac{1}{(1 - \bar{x})^2} = 0$$

Здесь  $\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{x} = \frac{x}{R}, \quad \bar{m} = \frac{m}{M}$

Тогда соотношение (5) получает вид

$$\bar{r} = \frac{\bar{m}}{1 + \bar{m}}.$$

$$\frac{\bar{m}}{\bar{x}^2} + (\bar{m} + 1) \cdot \left(1 - \bar{x} - \frac{\bar{m}}{1 + \bar{m}}\right) - \frac{1}{(1 - \bar{x})^2} = 0$$

Окончательно

$$\frac{\bar{m}}{\bar{x}^2} + 1 - \bar{x} \cdot (1 + \bar{m}) - \frac{1}{(1 - \bar{x})^2} = 0 \quad (6)$$

Вычислим

$$\bar{m} = \frac{m}{M} = \frac{7,3477 \cdot 10^{22}}{5,9726 \cdot 10^{24}} = \frac{7,3477}{597,26} = 0,0123$$

Здесь  $m = 7,3477 \cdot 10^{22} \text{ кг}$  - масса Луны,  $M = 5,9726 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  - масса Земли.

Используя метод последовательных приближений, находим такое  $\bar{x}$ , которое удовлетворяет уравнению (6).

Получаем

$$\bar{x} \approx 0,1549$$

Тогда

$$\bar{x} = \frac{x}{R} \Rightarrow x = \bar{x} \cdot R$$

При максимальном значении  $R = 406639$ :

$$x = 0,1549 \cdot 406639 = 56244,$$

При минимальном значении  $R = 363104$ :

$$x = 0,1549 \cdot 363104 = 62996,$$

При среднем значении  $R = 384403$ :

$$x = 0,1549 \cdot 384403 = 59544$$

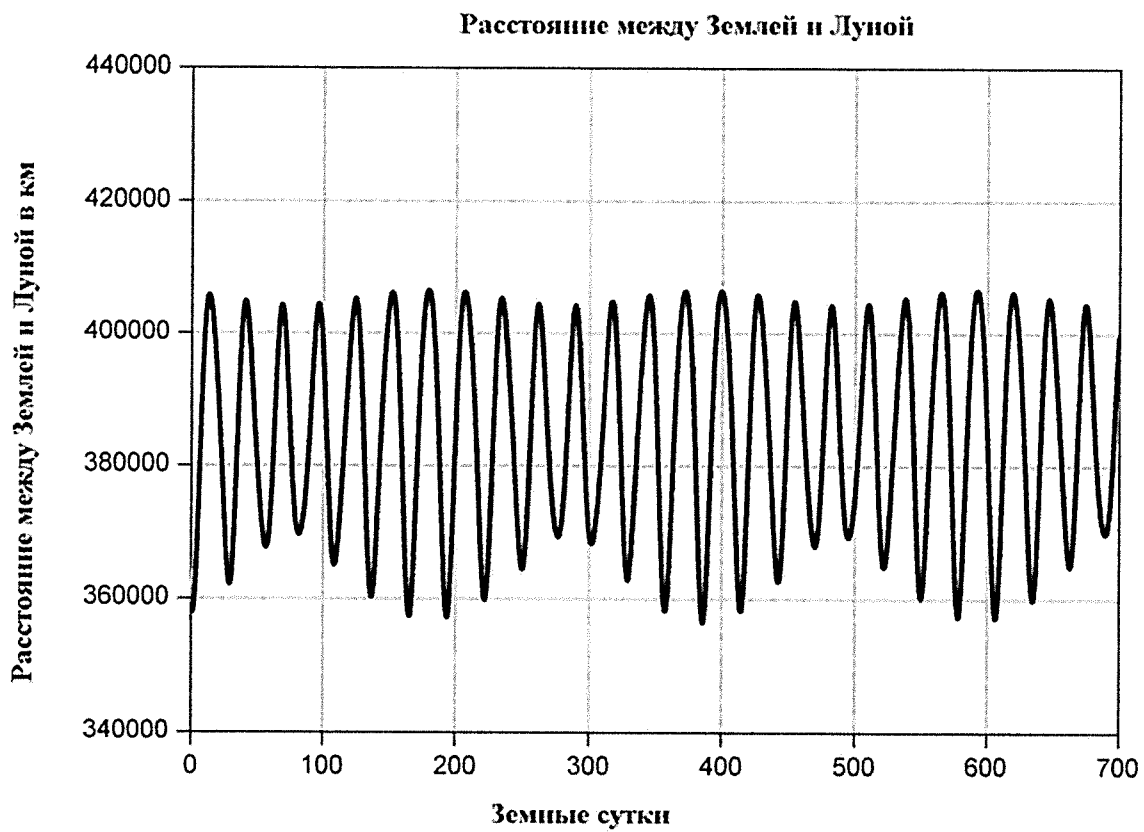


График 1 – График изменения расстояния между Землей и Луной

## Приложение Г. Эскиз модуля искусственной силы тяжести и расположения солнечных батарей на модуле защиты от радиации

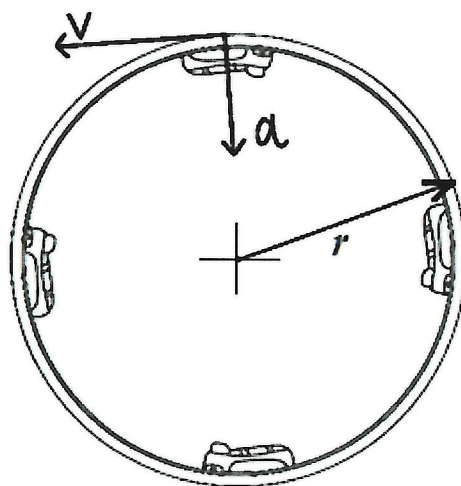


Рисунок Г.1 - Модуль искусственной силы тяжести.

где  $a$  – центростремительное ускорение,  $r$  – радиус,  $V$  – скорость.

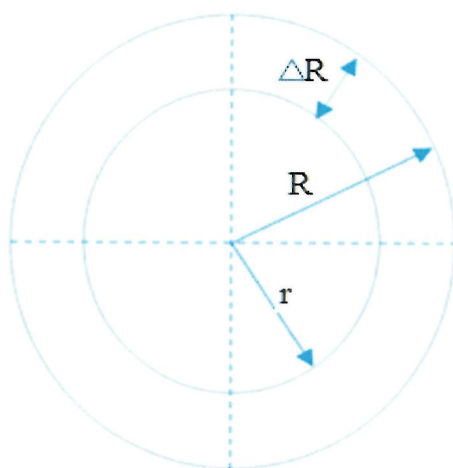


Рисунок Г.2 - Эскиз расположения солнечных батарей на модуле защиты от радиации.

где  $r$  – радиус модуля защиты от радиации,

$R$  – радиус солнечных батарей на модуле защиты от радиации,

$\Delta R$  – разница между  $r$  и  $R$ .

## Приложение Д. Определение затрат топлива для полётов космических аппаратов от орбитальной станции в точке либрации L1 к Земле и Луне

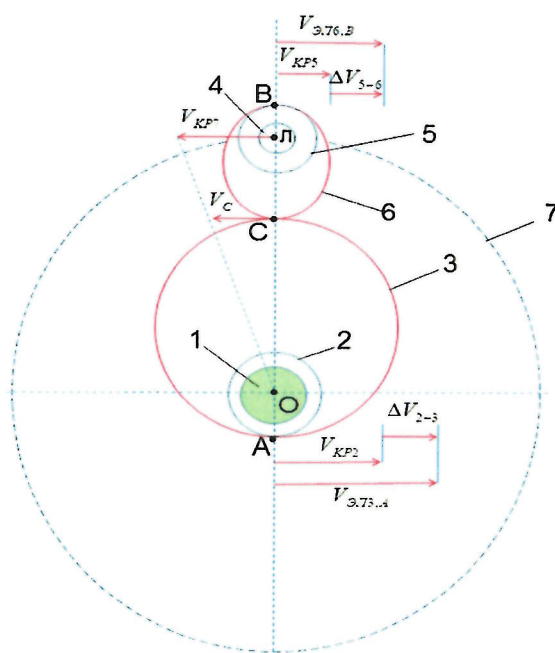


Рисунок Д.1 - Основные показатели для определения затрат топлива

где 1 – Земля, 2 – круговая орбита вокруг Земли, 3 – эллиптическая орбита перелёта с орбиты 2 к первой точке либрации, 4 – Луна, 5 - круговая орбита вокруг Луны, 6 - эллиптическая орбита перелёта с орбиты 5 к первой точке либрации, 7 – орбита Луны вокруг Земли.

$V_{KP2}$ - круговая скорость на орбите 2,

$V_{ЭЛЗ,А}$ - эллиптическая скорость на орбите 3 в точке А,

$V_{KP5}$ - круговая скорость на орбите 5,

$V_{ЭЛ6,В}$ - эллиптическая скорость на орбите 6 в точке В,

$\Delta V_{2-3}$  - скорость перехода с орбиты 2 на орбиту 3,

$\Delta V_{3-С}$ - скорость перехода с орбиты 3 на орбиту первой точки либрации вокруг Земли,

$\Delta V_{5-6}$ - скорость перехода с орбиты 5 на орбиту 6,

$\Delta V_{6-С}$ - скорость перехода с орбиты 6 на орбиту первой точки либрации вокруг Земли,

$V_{KP7}$ - круговая скорость на орбите 7,

$V_C$  - линейная скорость движения первой точки либрации вокруг Земли

### Основные формулы

$V_{KP} = \sqrt{\frac{\mu}{R}}$ - скорость на круговой орбите,

$V_{ЭЛ} = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{R} - \frac{1}{a} \right)}$ - скорость на эллиптической орбите ( $a$  – большая полуось эллипса),

$V_{ЛИН} = \omega \cdot R$  - линейная скорость ( $\omega$  -угловая скорость),

$$\Delta V_{2-3} = V_{ЭЛЗ,А} - V_{KP2} = \sqrt{\mu_3 \left( \frac{2}{R_2} - \frac{1}{a_3} \right)} - \sqrt{\frac{\mu_3}{R_2}}$$

$$a_3 = \frac{R_{OC} + R_2}{2}$$

$$\Delta V_{3-C} = V_{ЭЛЗ,С} - V_C = \sqrt{\mu_3 \left( \frac{2}{R_{OC}} - \frac{1}{a_3} \right)} - \omega_C \cdot R_{OC}$$

$$\omega_C = \omega_4 = \frac{V_{KP7}}{R_7} = \frac{1}{R_7} \cdot \sqrt{\frac{\mu_3}{R_7}}$$

$$\Delta V_{5-6} = V_{ЭЛ6,В} - V_{KP5} = \sqrt{\mu_L \left( \frac{2}{R_5} - \frac{1}{a_6} \right)} - \sqrt{\frac{\mu_L}{R_5}}$$

$$a_6 = \frac{R_{ЛС} + R_5}{2}$$

$$\Delta V_{6-C} = V_{ЭЛ6,С} = \sqrt{\mu_3 \left( \frac{2}{R_{ЛС}} - \frac{1}{a_6} \right)}$$

Полная скорость перелёта с орбиты 2 в точку С будет равна

$$V_{X1} = V_{2-3} + |V_{3-C}|$$

Полная скорость перелёта с орбиты 5 в точку С будет равна

$$V_{X2} = V_{5-6} + |V_{6-C}|$$

Скорости перехода с орбит 3 и 6 в точку С нужно брать по модулю если они имеют отрицательное значение.

### Определение затрат топлива

Для определения количества топлива, необходимого для полета КА, используем формулу К.Э. Циолковского

$$V_X = V_K - V_0 = W \cdot \ln \left( \frac{M_0}{M_K} \right) = W \cdot \ln \left( \frac{M_0}{M_0 - M_T} \right). \quad (1)$$

где  $V_X$ -характеристическая (необходимая) скорость,  $V_K$ -конечная скорость полета (в момент выключения двигателя),  $V_0$ -начальная скорость полета (если до включения двигателя ракета уже имела скорость),

$W$ -эффективная скорость истечения газа из двигателя (удельный импульс),  $M_0$ начальная (стартовая) масса ракеты,  $M_K$ -конечная масса ракеты (после выключения двигателя),  $M_T$ -масса израсходованного топлива,

$\ln$  -обозначение натурального логарифма.

Из формулы (1) получаем

$$D = e^{\frac{V_X}{W}} = \frac{M_0}{M_0 - M_T}.$$

Отсюда выразим массу топлива

$$M_T = M_0 \left( \frac{D-1}{D} \right) \quad (2)$$

Зададим основные параметры.

Пусть

$$R_2 = 6,6 \cdot 10^6 \text{ м}; \quad R_5 = 1,8 \cdot 10^6 \text{ м}; \quad R_7 = 384 \cdot 10^6 \text{ м}; \quad R_{OC} = 324 \cdot 10^6 \text{ м};$$

$$R_{ЛС} = 60 \cdot 10^6 \text{ м}; \quad \mu_3 = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2; \quad \mu_L = \frac{\mu_3}{81} \text{ м}^3/\text{с}^2;$$

$$w = 4500 \text{ м/с}; \quad M_0 = 10 \text{ т}$$

$$a_3 = \frac{324 \cdot 10^6 + 6,6 \cdot 10^6}{2} = 165,3 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$\Delta V_{2-3} = \sqrt{3,986 \cdot 10^{14} \left( \frac{2}{6,6 \cdot 10^6} - \frac{1}{165,3 \cdot 10^6} \right)} - \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14}}{6,6 \cdot 10^6}} = 3108,723 \text{ м/с}$$

$$\omega_C = \frac{1}{384 \cdot 10^6} \cdot \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14}}{384 \cdot 10^6}}$$

$$\Delta V_{3-C} = \sqrt{3,986 \cdot 10^{14} \left( \frac{2}{324 \cdot 10^6} - \frac{1}{165,3 \cdot 10^6} \right)} - \frac{1}{384 \cdot 10^6} \cdot \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14}}{384 \cdot 10^6}} \cdot 324 \cdot 10^6 = -638 \text{ М/с}$$

$$a_6 = \frac{60 \cdot 10^6 + 1,8 \cdot 10^6}{2} = 30,9 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$\Delta V_{5-6} = \sqrt{4,921 \cdot 10^{12} \left( \frac{2}{1,8 \cdot 10^6} - \frac{1}{30,9 \cdot 10^6} \right)} - \sqrt{\frac{4,921 \cdot 10^{12}}{1,8 \cdot 10^6}} = 650,575 \text{ М/с}$$

$$\Delta V_{6-C} = \sqrt{4,921 \cdot 10^{12} \left( \frac{2}{60 \cdot 10^6} - \frac{1}{30,9 \cdot 10^6} \right)} = 69,12 \text{ М/с}$$

$$V_{X1} = 3108,723 + |-638| = 3746,723 \text{ М/с}$$

$$V_{X2} = 650,575 + |69,12| = 719,695 \text{ М/с}$$

Для перелёта от Земли к точке С получим

$$D_1 = e^{\frac{V_{X1}}{W}}, \quad M_{T1} = M_0 \left( \frac{D_1 - 1}{D_1} \right)$$

$$D_1 = e^{\frac{3746,723}{4500}} = 2,299$$

$$M_{T1} = 10000 \left( \frac{2,299 - 1}{2,299} \right) = 5650,28 \text{ кг}$$

Для перелёта от Луны к точке С получим

$$D_2 = e^{\frac{V_{X2}}{W}}, \quad M_{T2} = M_0 \left( \frac{D_2 - 1}{D_2} \right)$$

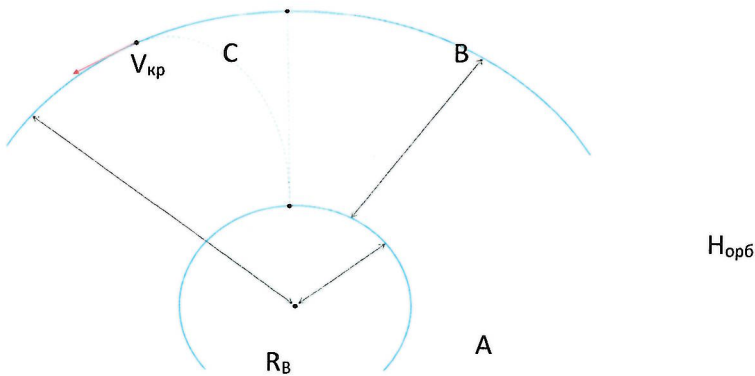
$$D_2 = e^{\frac{719,695}{4500}} = 1,173$$

$$M_{T2} = 10000 \left( \frac{1,173 - 1}{1,173} \right) = 1474,85 \text{ кг}$$

Очевидно  $M_{T2}$  меньше  $M_{T1}$ . Следовательно, на разницу между  $M_{T1}$  и  $M_{T2}$  можно увеличить массу полезного груза при отправке КА с окололунной орбиты.

## Приложение Е. Расчёт количество топлива, необходимого для отправки груза на орбиту Луны

Рассчитаем количество топлива, необходимого для отправки полезного груза на орбиту Луны.



$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_{кр}^2}{2} + \Delta E_{пот} = \frac{mV_{кр}^2}{2} + m\mu_L \left( \frac{H_{орб}}{R_A \cdot R_B} \right)$$

$$\Delta E_{пот} = E_{пв} - E_{па} = m \cdot \left( -\frac{\mu_L}{R_B} \right) - m \cdot \left( -\frac{\mu_L}{R_A} \right) = m \left[ \frac{\mu_L}{R_A} - \frac{\mu_L}{R_B} \right] = m \cdot \mu_L \cdot \left( \frac{R_B - R_A}{R_A \cdot R_B} \right)$$

$$V^2 = V_{кр}^2 + 2\mu_L \frac{H_{орб}}{R_B \cdot R_A}$$

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{\mu_L}{R_B}}$$

$$V^2 = \frac{\mu_L}{R_B} + \frac{2\mu_L H_{орб}}{R_B \cdot R_A} = \frac{\mu_L}{R_B} \left( 1 + \frac{2H_{орб}}{R_A} \right) = V_{кр}^2 \left( 1 + \frac{2H_{орб}}{R_A} \right)$$

$$V = V_{кр} \sqrt{1 + \frac{2H_{орб}}{R_A}}$$

$$V_{хар} = V + \Delta V_{п,т}$$

$$(\Delta V_{п,т})_L = \frac{(\Delta V_{п,т})_3 \cdot g_L}{g_3}$$

$$V_{хар} = W \cdot \ln \left( \frac{M_0}{M_K} \right) = W \cdot \ln \left( \frac{M_K + M_T}{M_K} \right) = W \cdot \ln \left( 1 + \frac{M_T}{M_K} \right) = W \cdot \ln \left( 1 + \frac{M_{T1}}{M_{пг1} + M_{КС}} \right)$$

$$e^{\frac{V_{хар}}{W}} - 1 = \frac{M_{T1}}{M_{пг1} + M_{КС}}$$

$$\text{Пусть } D = e^{\frac{V_{хар}}{W}} - 1$$

$$M_{КС} = k_{КС} \cdot M_{T1} \quad (1)$$



$$D = \frac{M_{T1}}{M_{ПГ1} + k_{КС} M_{T1}}$$

$$D \cdot M_{ПГ1} = M_{T1} (1 - D \cdot k_{КС})$$

$$M_{T1} = M_{ПГ1} \cdot \frac{D}{1 - D \cdot k_{КС}} \quad (2)$$

Пусть  $M_{ПГ1} = 10000$  кг,  $k_{КС} = 0,15$  (по аналогии с нашими межорбитальными буксирами).

Тогда по формуле (2) находим  $M_{T1}$ , затем по формуле (1) находим  $M_{КС}$

$$R_B = 1,8 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$R_A = 1737,1 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$V_{\text{хар}} = \sqrt{\frac{4,921 \cdot 10^{12}}{1,8 \cdot 10^6}} \sqrt{1 + \frac{2(1,8 \cdot 10^6 - 1737,1 \cdot 10^3)}{1737,1 \cdot 10^3}} + \frac{1100 \cdot 1,625}{9,807} = 1894,54$$

$$M_{T1} = 10000 \cdot \frac{e^{\frac{1894,54}{4500}} - 1}{\frac{1894,54}{1 - e^{\frac{1894,54}{4500} \cdot 0,15}}} = 6785,67$$

$$M_{КС} = 0,15 \cdot 6785,67 = 1017,85$$

Часть полезного груза будет занимать топливо на обратный полёт с той же характеристической скоростью. Можно записать

$$V_{\text{хар}} = W \cdot \ln \left( 1 + \frac{M_{T2}}{M_{КС}} \right)$$

$$D = \frac{M_{T2}}{M_{КС}}$$

$$M_{T2} = 1,524 \cdot 1017,85 = 1550,69$$

Следовательно, груз, который мы можем доставить с поверхности Луны на орбиту, будет равен

$$M_{ПГ2} = M_{ПГ1} - M_{T2}$$

$$M_{ПГ2} = 10000 - 1550,69 = 8449,31$$

Найдём, сколько килограмм топлива необходимо затратить на подъём 1 кг полезного груза на орбиту

$$k_T = \frac{M_{T1} + M_{T2}}{M_{ПГ2}}$$

$$k_T = \frac{6785,67 + 1550,69}{8449,31} = 0,987$$