Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

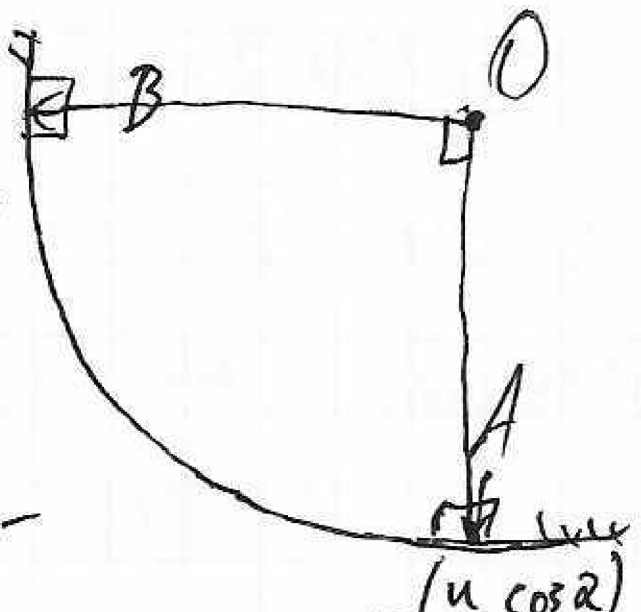
Лист работы 1 из 3

№1.

Если радиус полусферы равен 15.5 м, а высота/расстояние от ц.м. водителя до полусферы всегда равно 0.5 м, то ц.м. водителя двигается по ~~R = 15 м~~ окр. радиуса R=15

Максимальная сила, с которой водитель может воздействовать на мотоцикл, составляет $m_{max} g = 200\cdot 10 = 2000$ (Н) $= F_{max}$ (~~так это предполагается; кладут груз/человек~~

Рассмотрим четверть сферы.



Если макс. скорость достигается внизу (т. A), то ($a_{цс} = a_1 = \frac{v^2}{R}$)

$F_{max} = m\sqrt{a_{max}^2 + g^2 - 2a_{цс}\, g\cos\alpha}$, где α — угол между $\vec{a}_1$ и $\vec{g}$. Но минимум ~~эта~~ F_{max} достигается при $\alpha = \pm 90° \rightarrow$

$\rightarrow$ минимум F_{max} при фикс. a_1 и g достигается в точке B. Тогда

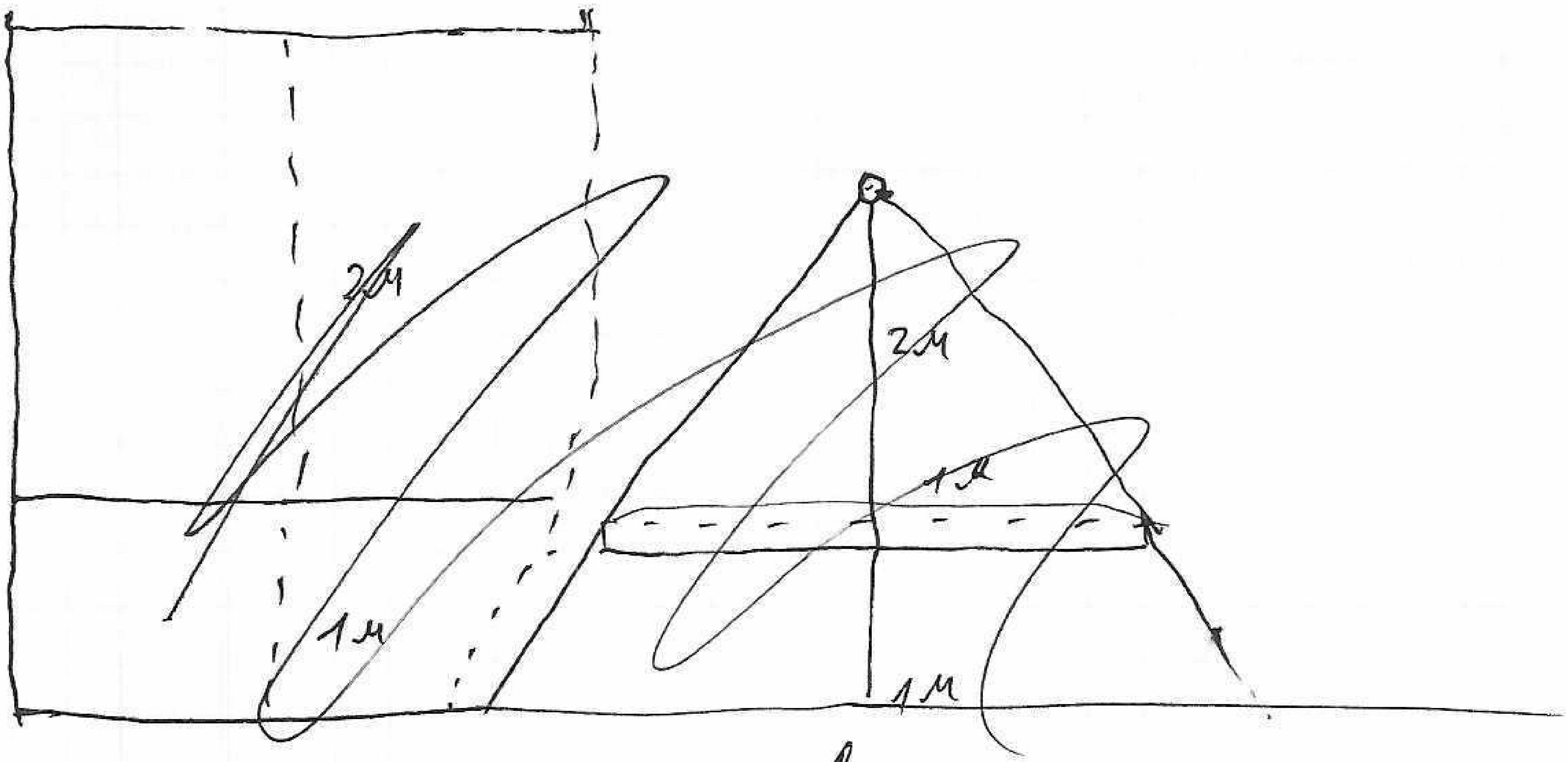
$F_{max} = m\cdot\sqrt{a_1^2 + g^2} \Rightarrow 2000 = 80\cdot\sqrt{a_1^2 + 100}$; $a_1^2 + 100 = 25^2$;

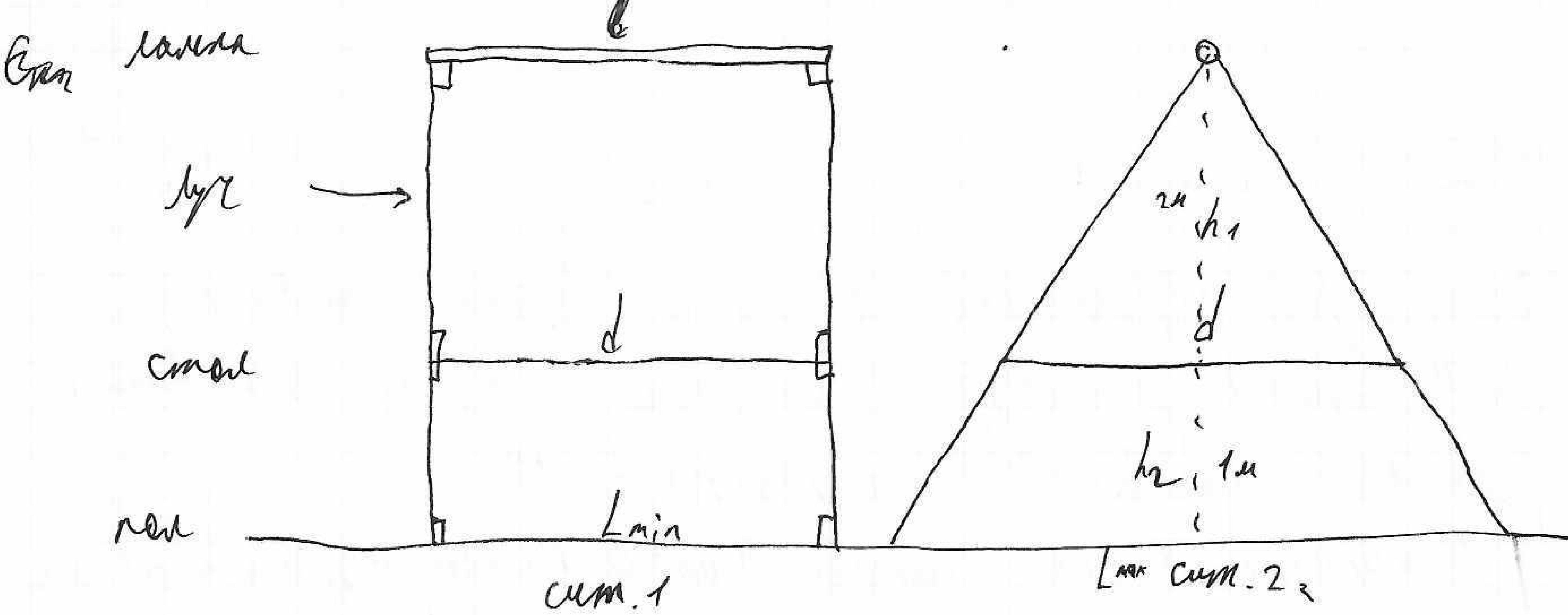
$a_1^2 = 525$; $a_1 = 5\sqrt{21}$ (м/с²)

$a_1 = \frac{v^2}{R}$; $v^2 = a_1\cdot R$; $v^2 = 75\sqrt{21}$; $v = 5\sqrt[4]{189}$ (м/с)

Ответ: $5\sqrt[4]{189}$

№2 (след. стр.)





Рассмотрим сит. 1 (мин. мин. размер лампы). Рассмотрим крайние лучи (нам нужна, насколько я понял по условию, полная тень). Т.к. l лампы = d стола, то луч от края лампы до края стола под ним равен ⊥ поверхности стола и пола. То есть $l = d = L_{min}$

Рассмотрим сит. 2. Проведем лучи из лампы (в данной плоскости — точечного ист. света). Стол параллелен полу → по т. о проп. отрезках $\frac{d}{h_1} = \frac{L_{max}}{h_1+h_2}$; $L_{max} = \frac{d\cdot(h_1+h_2)}{h_1} = 1.5$ (м)

Ответ: $L_{max} = 1.5$ м; $L_{min} = 1$ м.

№3.

Найдем P нагревательных модулей. $R_{общ} = \frac{R}{10} = 0.5$ (Ом). $P = \mu\cdot\frac{U^2}{R_{общ}} = 0.6\cdot\frac{220^2}{0.5} = 58080$ (Вт). Примем теплоемкость масла за C_1, а теплоемкость агента — за $m_2\cdot c_2 = 2000\cdot1500 = 3000000\left(\frac{Дж}{К}\right) = C_2$.

1 минута = 60 с. Тогда:

$P \cdot 60(c) = (C_1 + C_2) \cdot 0.5 (°C)$

$58080 \cdot 60 = (C_1 + 3000000) \cdot 0.5$

$C_1 = \frac{58080 \cdot 60}{0.5} - 3000000 = 3969600 \left(\frac{Дж}{°C}\right)$. При этом не потребовались данные в условии: $t_0 = 10°C$ (кроме вывода, что t_0 масла не больше $t_0 + 20$)

№ 4.

$E_k = \frac{mV^2}{2}$; здесь $- 947.56 = \frac{121.68 \cdot V^2}{2}$; отсюда $V^2 =$

$= \frac{2 \cdot 947.56}{121.68} \approx 15.57 \left(м^2/с^2\right)$; ~~$V \approx 3.95 (м/с)$~~. Заметим, что

$V^2 = V_г^2 + V_в^2$ (г - горизонтальная часть, в - вертикальная).

Тогда $V_в^2 = V^2 - V_г^2 \approx 15.57 - 9 \approx 6.57$; $V_в \approx 2.564 (м/с)$.

$V_в = g_к \Delta t = \frac{Gm_к}{R_к^2} \cdot 2$; ~~$m_к = \frac{V_в \cdot R_к^2}{2Gm_к}$~~ ~~$R_к = R_з$~~.

$\frac{Gm_к}{R_к^2} = \frac{V_в}{2} \approx 1.282 (м/с^2)$ ~~$R_к = \frac{R_з}{2.6}$; $\frac{Gm_к}{R_з^2} = \frac{V_в}{2} \cdot 2.6^2 = \ldots (м/с^2)$~~

~~$m_к = \rho_к \cdot \frac{4}{3}\pi R_к^3 = \rho_к \frac{4}{3}\pi \cdot R_з$~~

$m_к = \rho_к \frac{4}{3}\pi R_к^3 = \rho_к \frac{4}{3}\pi \frac{R_з^3}{2.6^3}$

~~$G \rho_к \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R_к \approx 1.282 (м/с^2)$~~

~~$\rho_к \cdot R_к \approx$~~

$g_к = G \cdot \rho_к \frac{4}{3}\pi \cdot R_к \frac{R_з}{2.6}$ ~~$\approx 1.282 \cdot 3.3332$~~ $3\frac{1}{3}$

При этом для Земли: $g_з = G \cdot \rho_з \cdot R_з \frac{4}{3}\pi = 10$

$\frac{g_к}{g_з} = \frac{\rho_к}{\rho_з} = \frac{1}{3}$, т.е. плотности отличаются в 3 раза.

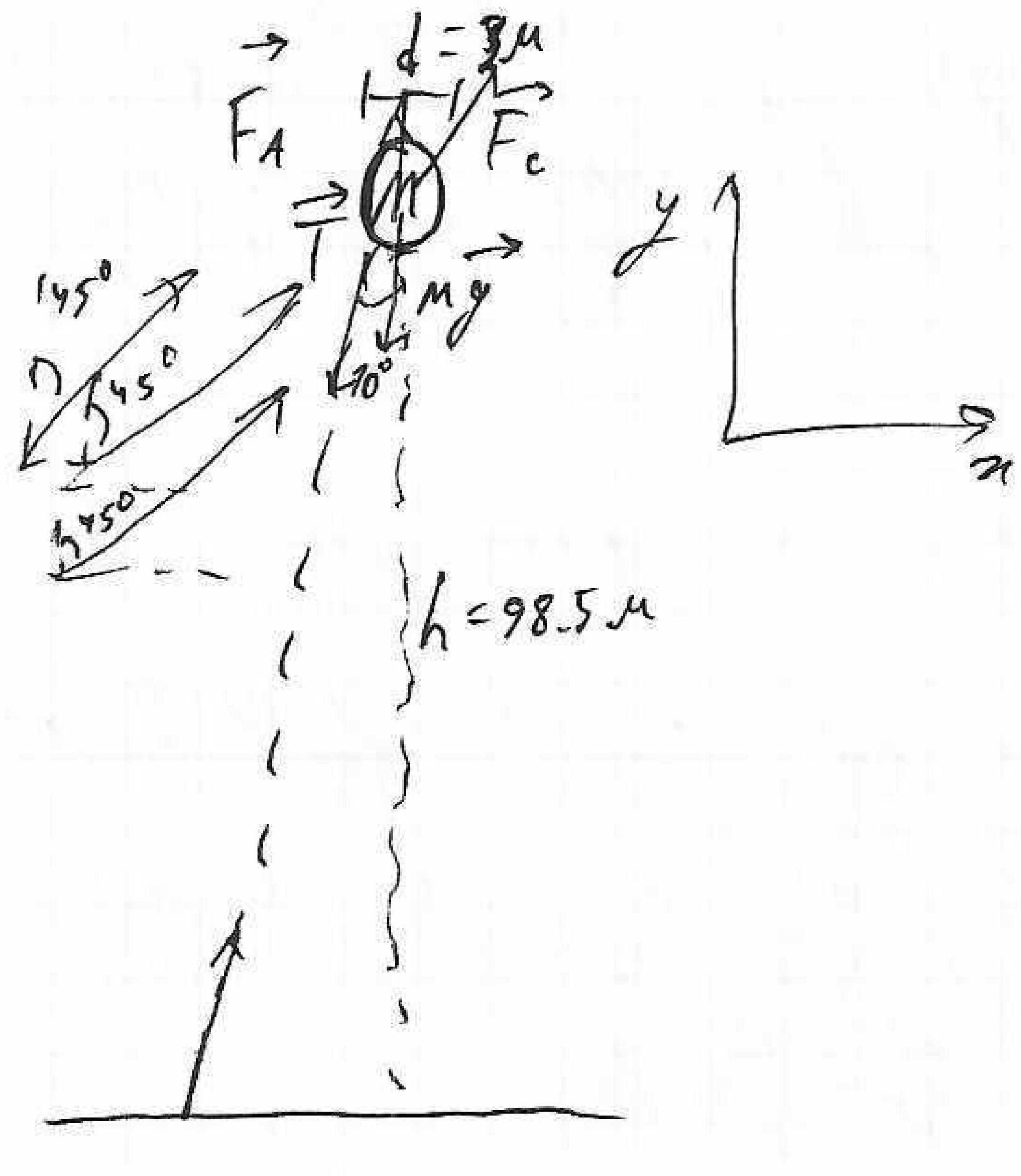
Ответ: в 3 раза.

№5.

$m_к = \frac{m_{240к}}{240} = \frac{680(г)}{240} = 2.8 + \frac{1}{30}$ (г). Если кубики не тонут,
то $\rho_к \le \rho_в$. a (сторона кубика) $\cdot k$ (~~...~~) $= 15$ (см),
где k – кол-во кубиков на ~~коробке~~ самой большой стороне. Что есть, т.к.
$k \cdot b$ (b – кол-во кубиков на средней стороне; $b<k$) $= 60$,
$k > 2\sqrt{15}$, т.е. $k>8$. k либо равен 10 (тогда $b=6$), либо $k=12$ (тогда
$b>4$ и $k>b$). Если $k=12$, то $a = \frac{15}{k} = 1.25$ см; $\rho_к = \frac{m_к}{a^3} =$
$= \frac{2.8+\frac{1}{30}}{1.25^2} \approx 1.45 > \rho_в \to k \ne 12$. Если $k=10$, то $a = 1.5$ см,
то $\rho_к = \frac{m_к}{a^3} = \frac{2.8+\frac{1}{30}}{1.5^3} \approx 0.8395$ (г/см^3) $< \rho_в$ ($\rho_в = \frac{1000 кг}{м^3} = 1 г/см^3$)
Это и есть ответ. (P.S. k и b – натуральные)
Ответ: 0.8395 $\frac{г}{см^3}$.

Ситуационная задача.

$F_A = \rho_в V g = \rho_в 1.15 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot g \cdot 10 =$
$= 414\pi$ (Н)
$F_c = S \cdot C_x \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} =$
$= \pi \cdot 9 \cdot 0.5 \cdot \frac{1.15 \cdot v^2}{2} =$
$= 2.5875 \pi v^2$



Рассмотрим силы по оси Ox:
$\frac{\sqrt{2}}{2}F_c - T\cdot\sin 10° = 0; \frac{\sqrt{2}}{2}F_c = T\cdot \sin 10°$
$(\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45° = \sin 45°)$
По Oy:
$\frac{\sqrt{2}}{2}F_c + F_A - T\cdot\cos 10° - mg = 0; \frac{\sqrt{2}}{2}F_c = mg + T\cdot\cos 10° - F_A$.
$T\cdot\sin 10° = mg + T\cos 10° - F_A$
$T\cos 10° - T\cdot\sin 10° = F_A - mg \approx 0.81 T \approx 1{,}251$ (Н); $T \approx 1{,}542$ (Н)
$F_c = T\cdot\sin 10°\cdot\sqrt{2} \approx 379$ (Н)

$F_c = 2.5875\pi v^2$

$v^2 = \frac{F_c}{2.5875\pi} \approx 46.58 \, (м^2/с^2)$

$v \approx 6.8 \, (м/с)$

Когда ветер внезапно (мгновенно) стихнет, так как шар стремится наверх ($F_A > mg$), но он прикреплён к тросу (из-за модели пусть его можно принять за ~~трос~~ стержень), поэтому ~~у него~~ он может двигаться либо как-либо к якорю (но невозможно, т.к. ~~только~~ это не вверх), либо по окружности. Скорость направлена по кас. к окружности, т.е. ~~учитывая~~ угол с ~~горизонталью~~ вертикалью составляет $90° - 10° = 80°$, с горизонталью – $10°$.

Длина троса l нам не дана, но дана высота шара (98.75 м) и угол при высоте (10°). $98.75 = l \cdot \cos 10°$; $l = \frac{98.75}{\cos 10}$ $\approx 100.3 \, (м)$.

При угле при высоте 0° (т.е. безветренная погода) ~~эт.~~ $h_{ш} = l$.

Ответы: 6.8 м/с; вверх под углом в 10° с горизонталью, в сторону якоря по горизонтали; 100.3 м.