



Для
билета



Вариант задания

1

Лист работы

1 из 4

Дано:

$$M = 70 \text{ кг}$$

$$m = 15 \text{ кг}$$

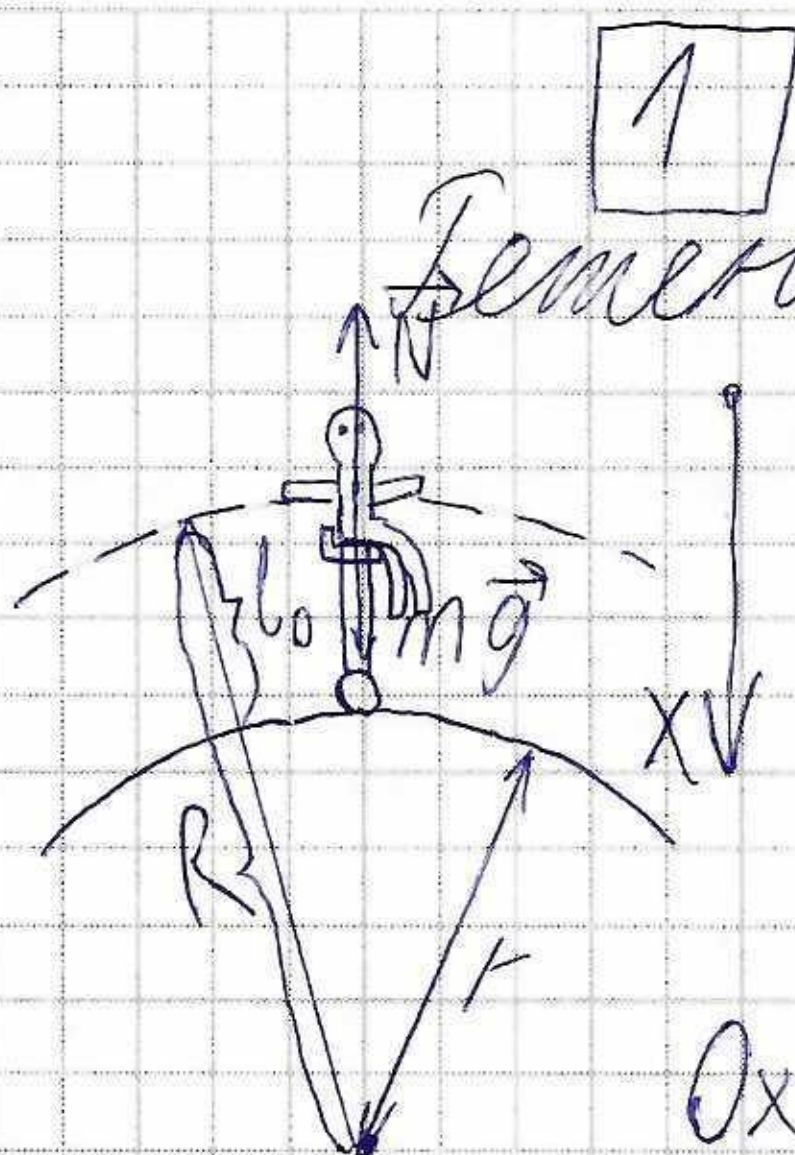
$$r = 5,4 \text{ м}$$

$$l_0 = 1 \text{ м}$$

$$l_{\text{ш}} = 0,5 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v = ?$$



Решение:

$$\vec{M}\vec{a} = \vec{N} + \vec{M}\vec{g} \quad (2^{\text{й}} \text{ закон Ньютона})$$

$$\text{Ох: } m\vec{a} =$$

$$\text{Ох: } \begin{cases} M\vec{a} = M\vec{g} - \vec{N} & - 2^{\text{й}} \text{ закон Ньютона} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = 0 & - \text{условие отрыва} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R = r + l_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{v^2}{R}, & - \text{нормальное ускорение} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M\vec{a} = M\vec{g} \\ a = \frac{v^2}{r + l_0} \end{cases}$$

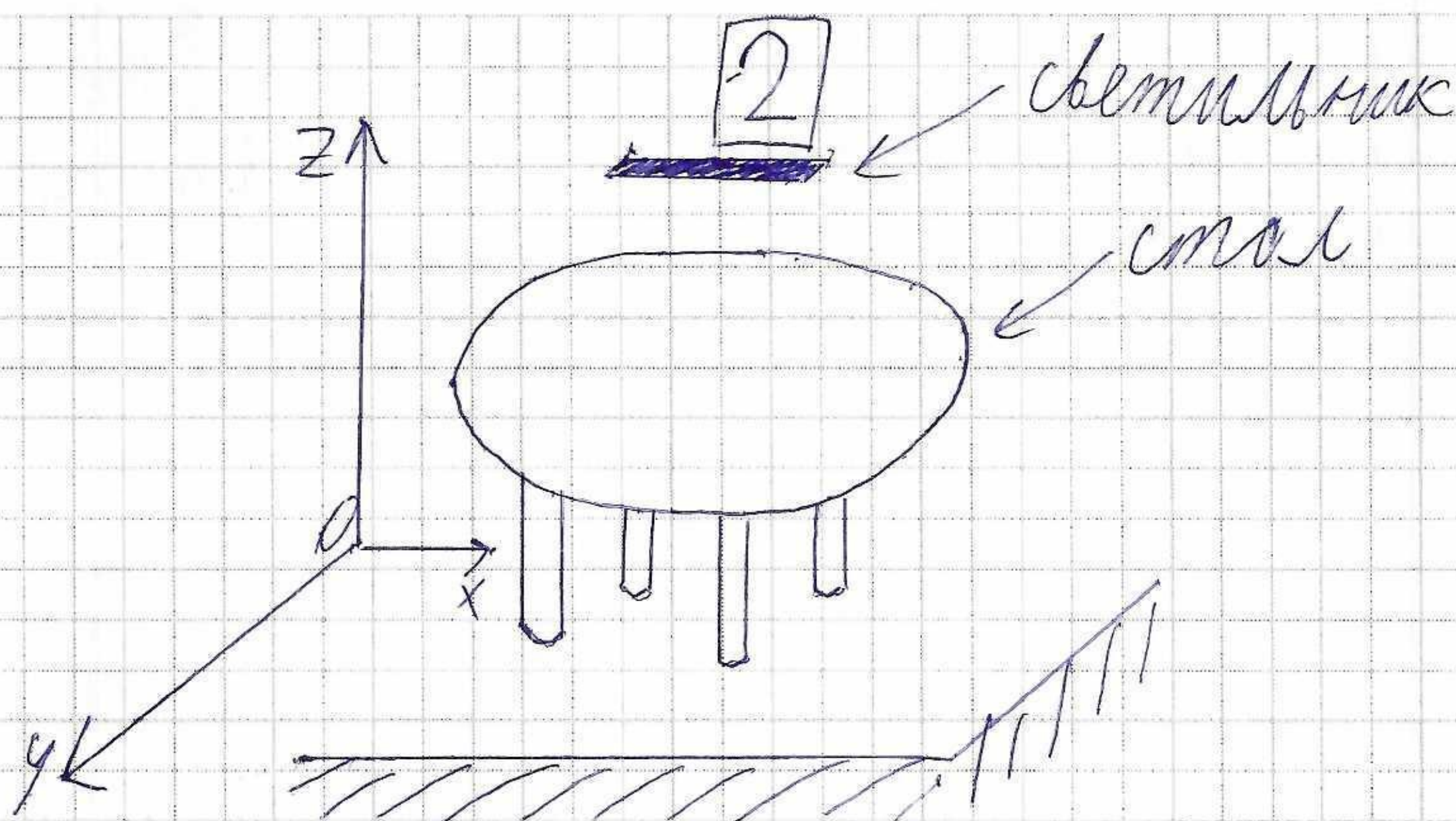
$$g = \frac{v^2}{r + l_0}$$

$$v = \sqrt{g(r + l_0)}$$

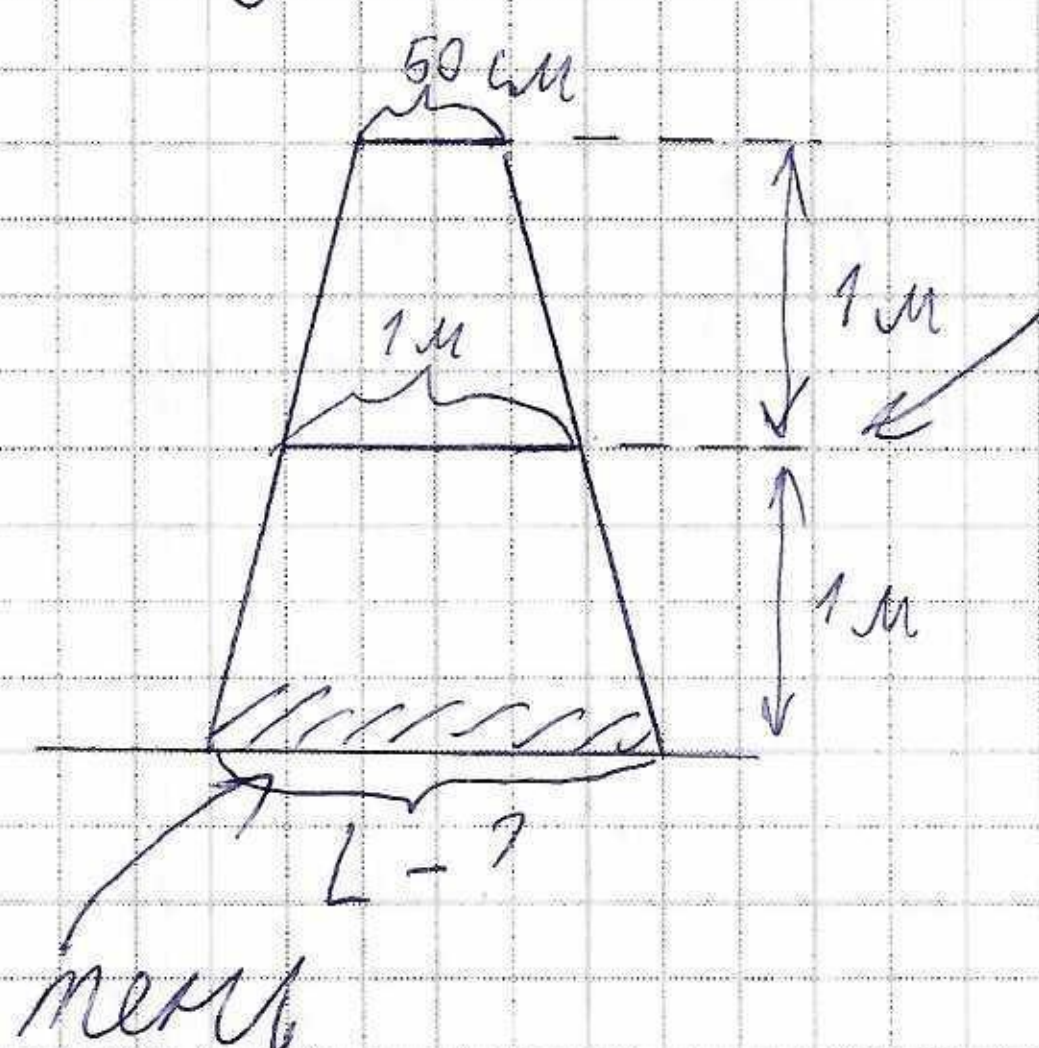
$$v = \sqrt{10 \cdot (5,4 + 1)}$$

$$v = \sqrt{10 \cdot (5,4 + 1)} \text{ м/с} = 8 \text{ м/с}$$

$$\text{Ответ: } v = \sqrt{g(r + l_0)} = 8 \text{ м/с}$$



(плоскость)
 $z \parallel x$



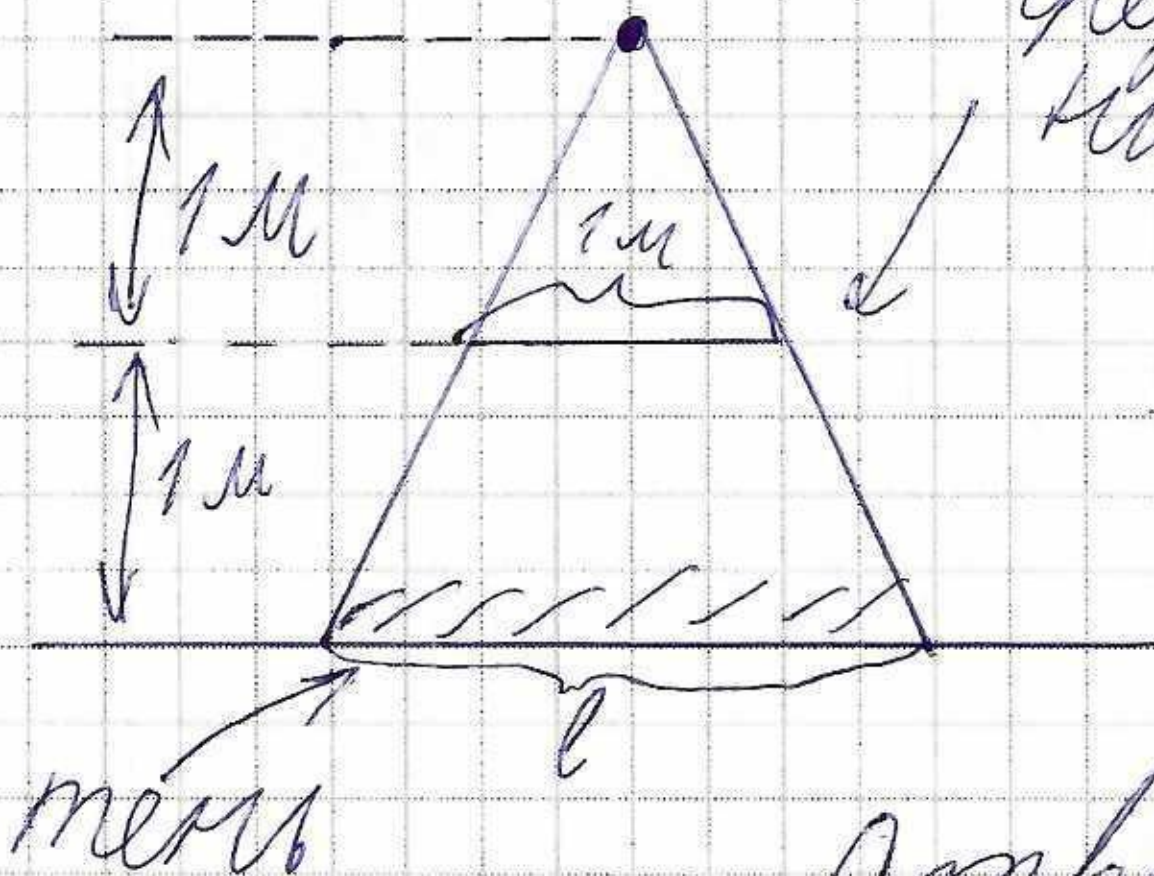
средняя линия трапеции
равна половине оснований

$$100 \text{ см} = \frac{50 \text{ см} + L}{2};$$

$$L = (200 - 50) \text{ см}; L = 150 \text{ см.}$$

минимальный

$y \parallel x$



средняя линия ~~трапеции~~ треуголь-
ника равна половине l

$$\frac{l}{2} = 1 \text{ м}; l = 2 \text{ м} = 200 \text{ см}$$

максимальный

Ответ: $L = 150 \text{ см}$ (минимальный)
 $l = 200 \text{ см}$ (максимальный)



Вариант задания

Лист работы 2 из 4

3

Дано:

$$r = 3 \text{ Ом}$$

$$n = 8$$

$$\Delta t = 1^\circ \text{C} \quad m = 1 \text{ Т} = 1000 \text{ кг}$$

$$\tau = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$$

$$\eta = 90\% = 0,9$$

$$U = 220 \text{ В}$$

$$C = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$$

$$C = ?$$

Решение

$$\eta = \frac{A_{\text{н}}}{A_3} \leftarrow \text{определяем КПД}$$

$$A_{\text{н}} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = C \Delta t$$

$$Q_2 = cm \Delta t$$

$$A_3 = \frac{U^2}{R} \tau$$

$$R = \frac{r}{n}$$

параллельное эквивалентное сопротивление n одинаковых резисторов при параллельном подключении

$$\eta = \frac{(C + cm) \Delta t}{\frac{U^2}{R \cdot n} \cdot \tau}$$

$$\eta = \frac{(C + cm) \Delta t \cdot r}{U^2 \cdot n \cdot \tau}$$

$$U^2 \eta n \tau = (C + cm) \Delta t \cdot r; \quad C = \frac{U^2 \eta n \tau}{\Delta t \cdot r} - cm$$

$$C = \left(\frac{220^2 \cdot 0,9 \cdot 8 \cdot 60}{1 \cdot 3} - 4200 \cdot 1000 \right) \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 2769600 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } C = \frac{U^2 \eta n \tau}{\Delta t \cdot r} - cm = 2769600 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$



4

Дано:

$$m = 100 \text{ кг}$$

$$E = 200 \text{ кДж}$$

$$t = 12 \text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$D_1 = \frac{D}{4}; \rho_1 = 2\rho$$

$$v = ?$$

Требуется:

$$D_1 = \frac{D}{4}$$

$$\rho_1 = 2\rho$$

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3$$

$$M_1 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^3 \cdot \rho_1$$

$$mg = G \frac{Mm}{\left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

$$\frac{a}{g} = \frac{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{8}\right)^3 \cdot 2\rho \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2}{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \cdot \rho}$$

$$= \frac{D}{8} \cdot 2 \cdot \frac{2}{D} = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2}g$$

$$ma = G \frac{M_1 m}{\left(\frac{D_1}{2}\right)^2}$$

$$E = E_k + E_n$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_n = mgh$$

$$h = \frac{at^2}{2}$$

$$a = \frac{1}{2}g$$

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{mg^2 t^2}{8}; \quad 8E = 4mv^2 + mg^2 t^2$$

$$4mv^2 = 8E - mg^2 t^2; \quad v = \sqrt{\frac{8E - mg^2 t^2}{4m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{8 \cdot 200000 - 100 \cdot 10^2 \cdot 12^2}{4 \cdot 100}} \text{ м/с} = 20 \text{ м/с}$$

$$\text{Ответ: } v = \sqrt{\frac{8E - mg^2 t^2}{4m}} = 20 \text{ м/с}$$



Вариант задания

1

Лист работы 3 из 4

Дано:
 $m = 650 \text{ г.}$

$N = 240$ (штук)

$C = 150 \text{ мм} = 15 \text{ см}$

$A = 4$

$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$

$\rho = ?$

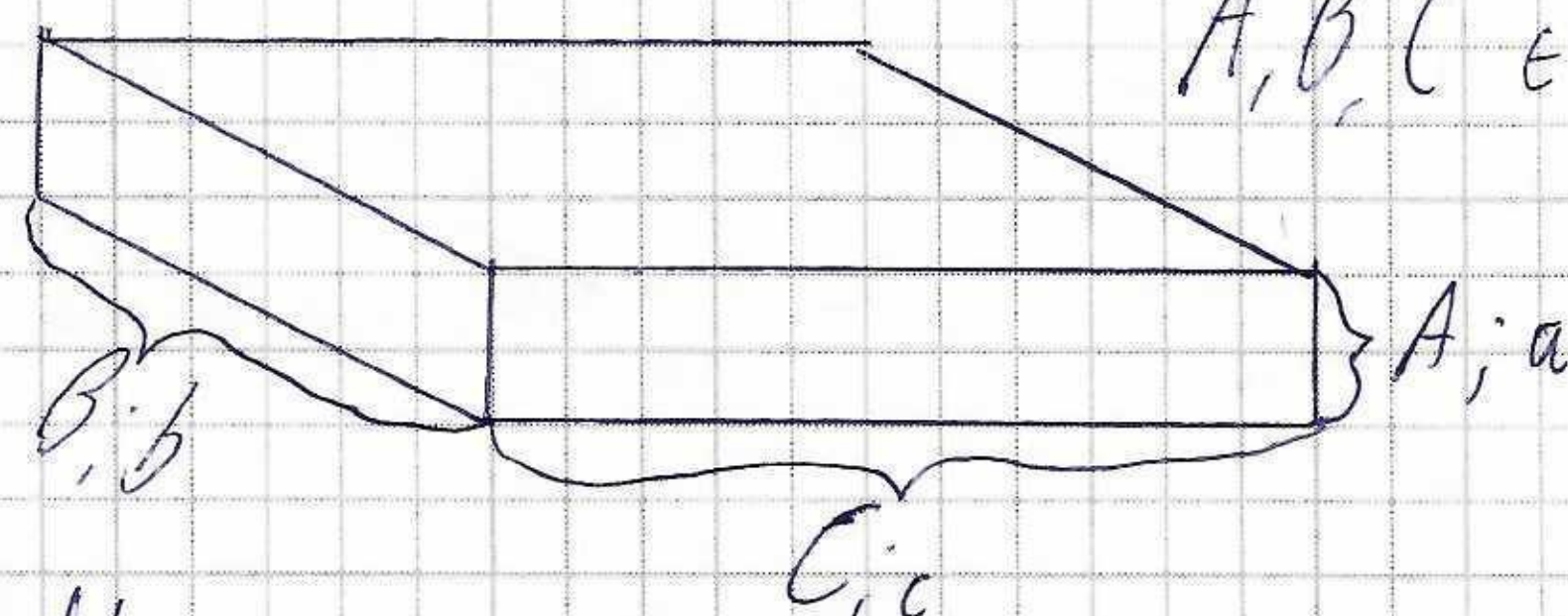
5

Требуется:

A, B, C - число конгрет по
сторонам

a, b, c - длины сторон

$A, B, C \in \mathbb{N}$



$$A \cdot B \cdot C = N; \quad B \cdot C = \frac{N}{A}; \quad B \cdot C = \frac{240}{4} = 60; \quad B, C \in \mathbb{N}$$

$$B \cdot C = 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Я рассмотрю все возможные варианты
 B и C , учитывая, что $B, C \in \mathbb{N}$, $B > 4$

(так как A минимально и
квадр. углов нет, значит $B \neq A, C \neq A$;
 $B > 4, C > 4$) $C > B$ (по обозначению;
квадр. углов нет)

Вот все варианты:

$$B \cdot C = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 5 \cdot 12 = 4 \cdot 15 = 6 \cdot 10 = \cancel{4 \cdot 15}$$

\times \times \checkmark \times \checkmark

$B > 4$ $B > 4$ $B > 4$

Я получил два случая,
проверю их.



Пусть l - длина стороны комплемента.

$$[1]) A=4 \quad B=5 \quad C=12 \quad c=15 \text{ см}$$

$$C \cdot l = c; \quad l = \frac{c}{C}; \quad l = 1,25 \quad \frac{15 \text{ см}}{12} = 1,25 \text{ см}$$

$$a = A \cdot l = 4 \cdot 1,25 \text{ см} = 5 \text{ см}$$

$$b = B \cdot l = 5 \cdot 1,25 \text{ см} = 6,25 \text{ см}$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 5 \cdot 6,25 \cdot 15 \text{ см}^3 = 468,75 \text{ см}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{650 \text{ г}}{468,75 \text{ см}^3} = \frac{10^4 \cdot 10^3}{75} \text{ кг/м}^3 \approx 1387 \text{ кг/м}^3 \quad \textcircled{2}$$

$$[1]) \quad \textcircled{2} \quad 1387 \text{ кг/м}^3 > 1000 \text{ кг/м}^3 \text{ (не подходит)}$$

$$[2]) A=4 \quad B=6 \quad C=10 \quad c=15 \text{ см}$$

$$C \cdot l = c; \quad l = \frac{c}{C}; \quad l = 1,5 \text{ см} \quad \frac{15 \text{ см}}{10} = 1,5 \text{ см}$$

$$a = A \cdot l = 4 \cdot 1,5 \text{ см} = 6 \text{ см}$$

$$b = B \cdot l = 6 \cdot 1,5 \text{ см} = 9 \text{ см}$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 6 \cdot 9 \cdot 15 \text{ см}^3 = 810 \text{ см}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{650 \text{ г}}{810 \text{ см}^3} = \frac{65}{81} \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \approx 802 \text{ кг/м}^3 < 1000 \text{ кг/м}^3$$

противоречит условию, [2] не подходит.

$$\text{Ответ: } \rho = 1387 \text{ кг/м}^3.$$



Вариант задания

1

Лист работы

4 из 4

Дано: $C_x = 0,5$

$V = 2,25 \text{ м/с}$

$\alpha = 5^\circ$

$\rho = 1,15 \text{ кг/м}^3$

$F_s = S \cdot C_x \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$

$D = 3 \text{ м} \Rightarrow R = \frac{D}{2} = \frac{3 \text{ м}}{2} = 1,5 \text{ м}$

\vec{v} куда направлено?

$H = ?$

$V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{мин}$

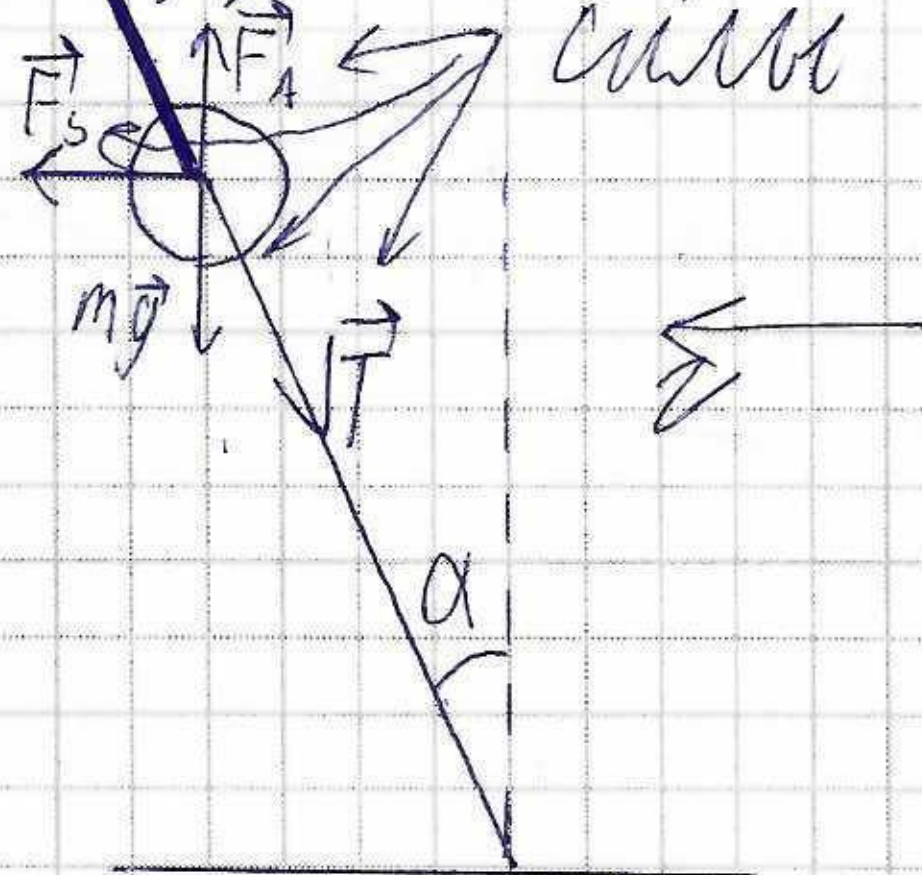
$M = 2 \text{ г/мин}$ (для H_2)

6

скорость

Решение:

1) куда направлено \vec{v} ?



$$m \cdot \vec{0} = \vec{F}_s + \vec{F}_A + m\vec{g} + \vec{T} \quad (1)$$

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_s + \vec{F}_A + m\vec{g} \quad (2)$$

$$(2) - (1): m\vec{a} - m\vec{0} = -\vec{T}$$

$$\vec{a} = -\frac{\vec{T}}{m}, \text{ противоп.}$$

силе \vec{T} , то есть по жёлтому вектору на моей рисунке.

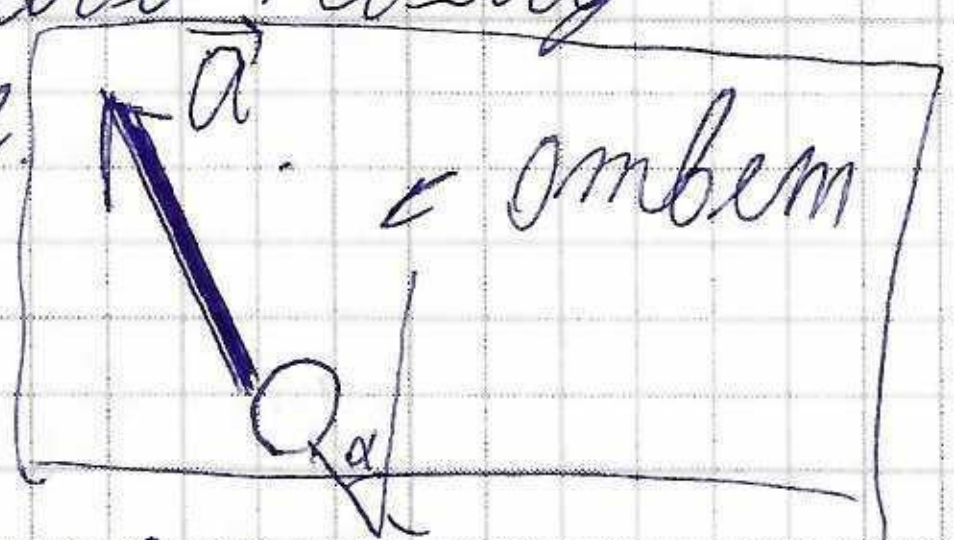
Соответственно

\vec{v} будет направлена

туда же, из соображений

$\vec{v} = \vec{a} \cdot t$ (определение ускорения)

ответ: против напр-я силы \vec{T} (натяжения троса) (см. рис); жирный вектор на рисунке





$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V = \frac{V_0}{V}$$

$$\rho = \frac{m}{M}$$

$$F_A = \rho V g$$

$$Q_x: m \cdot 0 = F_A - mg - T \cos \alpha$$

$$Q_y: m \cdot 0 = T \sin \alpha - F_s$$

$$F_s = S \cdot C_x \cdot \frac{\rho v^2}{2}$$

$$S = \pi R^2$$

$$F_{A2} = \rho_1 V g$$

$$Q_y: \cancel{F_{A2}} m \cdot 0 = F_{A2} - mg;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi R^2 \cdot C_x \cdot \frac{\rho v^2}{2}}{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 - mg}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 - \pi R^2 \cdot C_x \cdot \frac{\rho v^2}{2}}{\operatorname{tg} \alpha} = mg$$

$$\rho_1 V g = mg;$$

$$\rho_1 = \frac{g \operatorname{tg} \alpha \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 - \pi R^2 \cdot C_x \cdot \frac{\rho v^2}{2}}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot g}$$

$$\rho_1 = \rho \left(\frac{g \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{4}{3} R - C_x \frac{v^2}{2}}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{4}{3} R \cdot g} \right)$$

$$\rho_1 = \frac{8 g \operatorname{tg} \alpha R - 3 C_x v^2}{8 \operatorname{tg} \alpha R g} \cdot \rho$$

$$\rho_1 = \rho \cdot 8 g \operatorname{tg} \alpha$$

$$\rho_1 = \frac{8 \cdot 10 \cdot \operatorname{tg} 5^\circ \cdot 1,5 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2,45^2}{8 \cdot \operatorname{tg} 5^\circ \cdot 1,5 \cdot 10} \text{ кг/м}^3 \approx 0,318 \text{ кг/м}^3$$

Из графика $\rho(H)$ видно, что $\rho \approx 0,318 \text{ кг/м}^3$ соответствует $H \approx 12500 \text{ м}$

Ответ: 1) Против нап-я силы \vec{T} (см. рис) 2) $H = 12500 \text{ м}$