Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1 Лист работы 1 из 5

№1

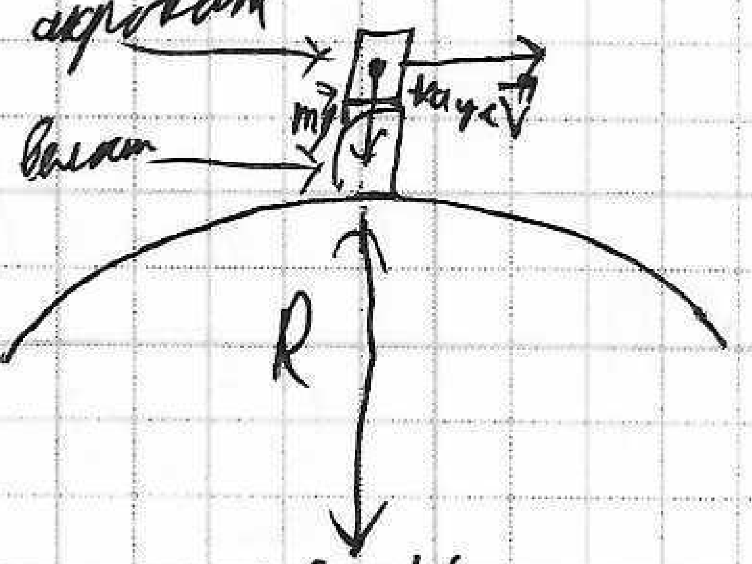
Дано:
$R = 5{,}4$ м
$M = 70$ кг
$m = 15$ кг
$h = 0{,}5$ м
$H = 1$ м

V - ?

рассмотрим этот критический момент

~~в данном~~

в этот момент $\vec{N}$ действующая на акробата равна 0



по 2 з.Н.

$\cancel{M}g = Ma_{цс}$

$g = a_{цс} = \frac{V^2}{R+H}$

$V^2 = g(R+H)$

$V = \sqrt{g(R+H)}$

$V = \sqrt{9{,}81\frac{м}{с^2}\cdot(5{,}4м + 1м)} = 7{,}92 \frac{м}{с}$

Ответ: $7{,}92 \frac{м}{с}$

№3

Дано:

$R = 3\,Ом$

$n = 8$

$\Delta t^* = 10°C$

$\Delta t = 1°C$

$\Delta \tau = 1\,мин$

$\eta = 90\% = 0{,}9$

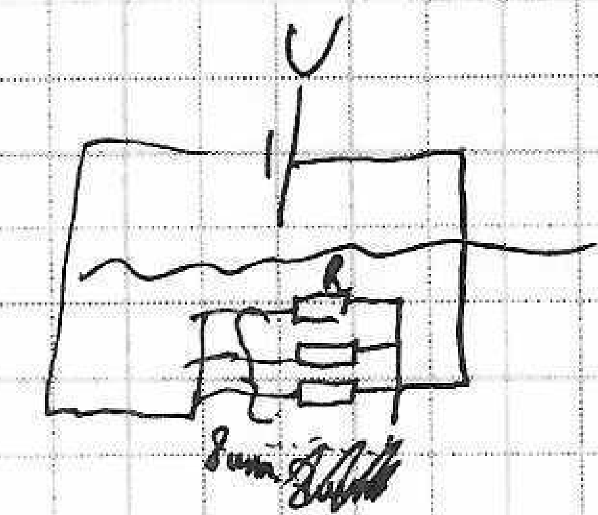
$U = 220\,В$

$t_0 = 5°C$

$m_в = 1\,т = 1000\,кг$

$c_в = 4200\,Дж/(кг\cdot К)$

C



$R_{общ} = \frac{R}{n}$

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{затр}}$$

$$A_{пол} = Q_{нагр} = Q_{нагр\,в} + Q_{нагр\,нагрев} = c_в m_в \Delta t + C\Delta t = (c_в m_в + C)\Delta t$$

$$A_{затр} = I^2 R \Delta\tau = \frac{U^2}{R_{общ}}\Delta\tau$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$\eta = \frac{(c_в m_в + C)\Delta t}{\frac{U^2}{R_{общ}}\cdot\Delta\tau}$$

$$(c_в m_в + C)\Delta t = \eta\frac{U^2}{R}\Delta\tau$$

$$c_в m_в + C = \frac{\eta U^2 \Delta\tau}{R_{общ}\Delta t}$$

$$C = \frac{\eta U^2 \Delta\tau}{R_{общ}\Delta t} - c_в m_в = \frac{n\eta U^2\Delta\tau}{R\Delta t} - c_в m_в$$

$$C = \frac{8\cdot 0{,}9\cdot(220\,В)^2\cdot 60\,с}{3\,Ом\cdot 1°C} - 4200\frac{Дж}{кг\cdot°C}\cdot 1000\,кг =$$

$$= 2769600\,\frac{Дж}{°C} = 2769{,}6\,\frac{кДж}{°C}$$

Ответ: $2769{,}6\,\frac{кДж}{°C}$

Дано:

$\rho_п = 2\rho_з$

$D_п = \frac{1}{4} D_з$

$m = 100$ кг

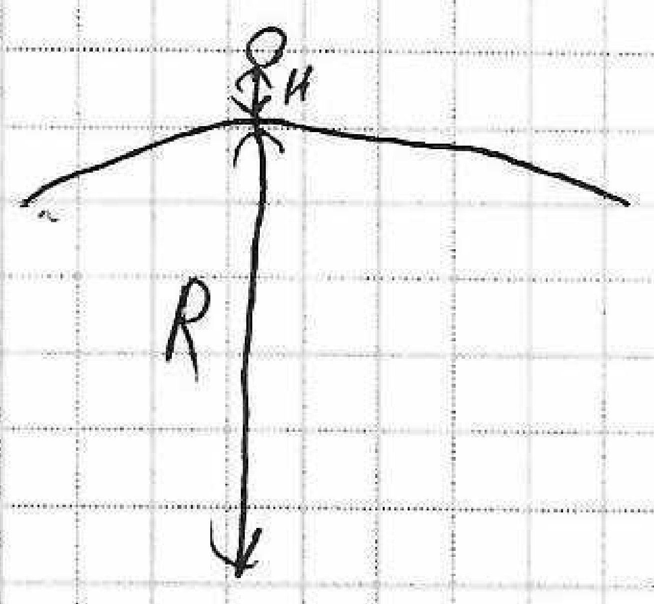
$E_{k_{MAX}} = 200$ кДж

$t = 12$ сек

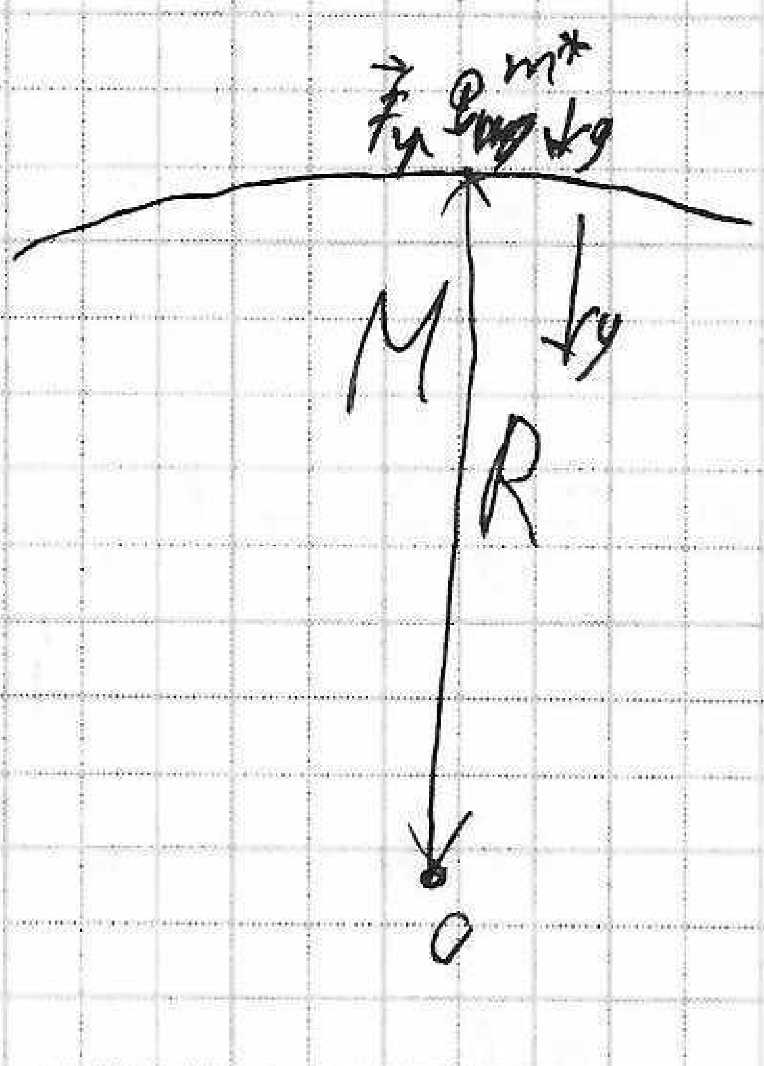
$g_з = 10$ м/с²

V_{MAX} - ?

№4



т.к $H \ll R$ мы можем им принебречь при вычислении g и считать что g будет примерно одинаковым на протяжении всего падения



по 2 з. Н для условного тела с массой m^*

Oy: $F_{тя} = m^* g_{пл}$

$$G \frac{\cancel{m^*} M}{R^2} = \cancel{m^*} g_{пл}$$

$$g_{пл} = G \frac{M}{R^2}$$

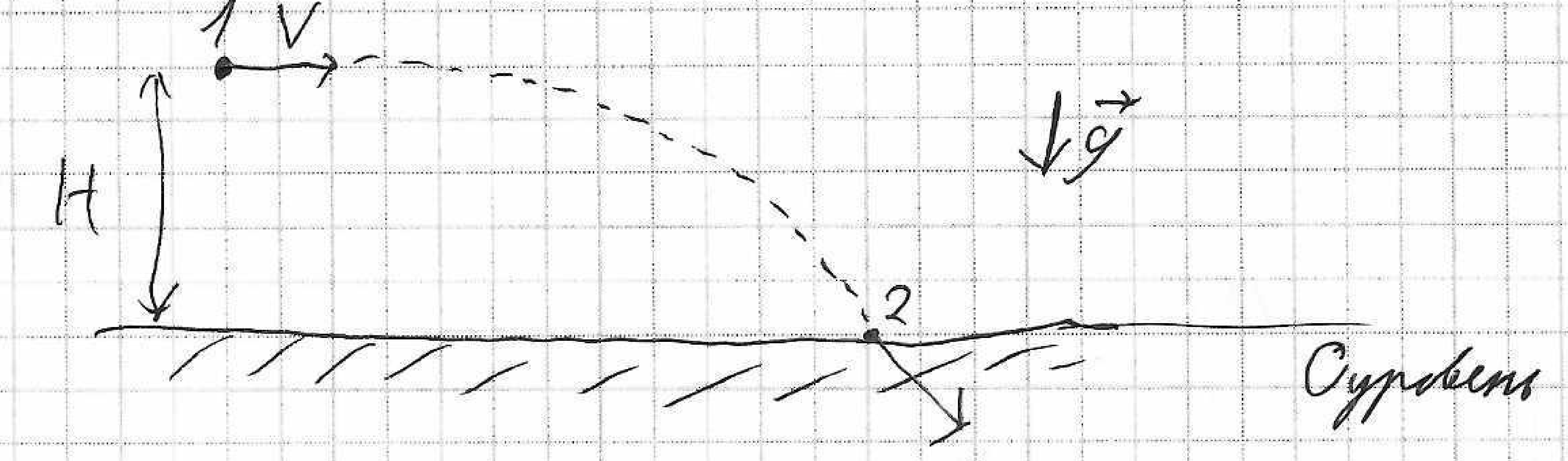
$$M = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$R = \frac{D}{2} \Rightarrow R_{пл} = \frac{1}{4} R_з$$

$$g_{пл} = G \frac{\rho_{пл} \frac{4}{3} \pi R_{пл}^3}{R_{пл}^2} = \frac{4}{3} G \rho \pi R$$

$$\frac{g_{пл}}{g_з} = \frac{2 \rho_з \cdot \frac{1}{4} R_з}{\rho_з R_з} = \frac{1}{2} \qquad g_{пл} = \frac{1}{2} g_з$$

рассмотрим падение ~~спуск.~~ модуля на планету



$$H = \frac{g t^2}{2}$$

по З.С.Э.

1: $E_1 = E_{k_1} + E_{п_1}$

2: $E_2 = E_{k_2} = E_{kMAX}$

по ЗСЭ: $E_1 = E_2$

$$E_{kMAX} = \frac{mV_{MAX}^2}{2} + m g_п H$$

$$\frac{mV_{MAX}^2}{2} = E_{kMAX} - m g_п H$$

$$V_{MAX}^2 = \frac{2E_{kMAX}}{m} - 2 g_п H$$

$$V_{MAX} = \sqrt{\frac{2E_{kMAX}}{m} - \cancel{2}\frac{1}{2} g_з \frac{g_п t^2}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2E_{kMAX}}{m} - \frac{g_з^2 t^2}{4}}$$

$$V_{MAX} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200000\, Дж}{100\, кг} - \frac{(10\, \frac{м}{с^2})^2 \cdot (12\, с)^2}{4}} = 10\sqrt{31}\, \frac{м}{с} \approx 55{,}7\, \frac{м}{с}$$

Ответ: $55{,}7\, \frac{м}{с}$

№5

Дано:

$M_{\text{к}} = 650\,г$

$n = 240$ штук

$c = 150\,мм = 15\,см$

c - самое длинное ребро

$a \neq b \neq c$, где a, b, c - длины рёбер

a - самое короткое ребро

$n_a = 4$

$\rho_в = 1000\frac{кг}{м^3} = 1\frac{г}{см^3}$

$\rho_к - ?$

т.к. конфеты тонут в воде $\rho_к > \rho_в$

пусть x - ребро конфеты

$M = mn = \rho_к x^3 n = \rho_к abc$

$a = x \cdot n_a = 4x$

$V = nx^3 = abc = 4xbc$

$240x^3 = 4xbc$

$60x^2 = bc$

$60x^2 = bc$

$n_b \cdot n_c = 60$

подберём и рассмотрим возможные случаи

заметим, что $a < b < c$; $n_a < n_b < n_c$; $n_a, n_b, n_c \in N$

заметим что в других случаях n_b будет больше n_c

$\Downarrow$

Пусть $n_b = 5$

$n_c = 12$

$x = 1{,}25\,см$

$V = nx^3 = 468{,}75\,см^3$

$\rho = \frac{M}{V} \approx 1{,}387\frac{г}{см^3} > \rho_в$

подходит

Пусть $n_b = 6$

$n_c = 10$

$x = 1{,}5\,см$

$V = nx^3 = 810\,см^3$

$\rho = \frac{M}{V} \approx 0{,}8\frac{г}{см^3} < \rho_в$

не подходит

Ответ: $\rho_к \approx 1387\frac{кг}{м^3}$

№2

Дано:

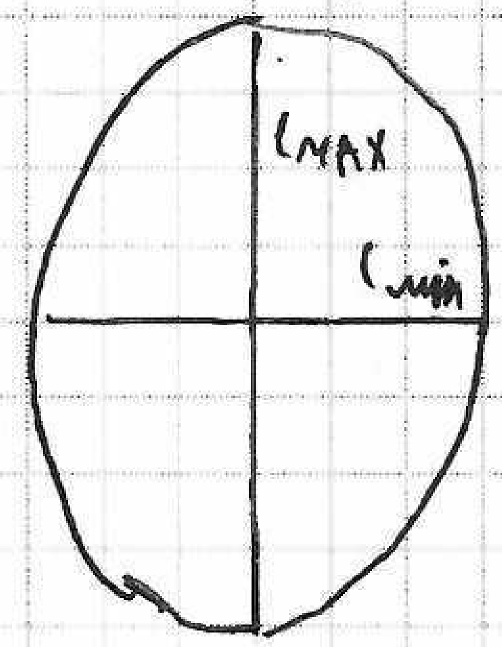
$l = 50\ см = 0{,}5\ м$

$H = h = D = 1$ метр

$l_{тени\ MAX}$

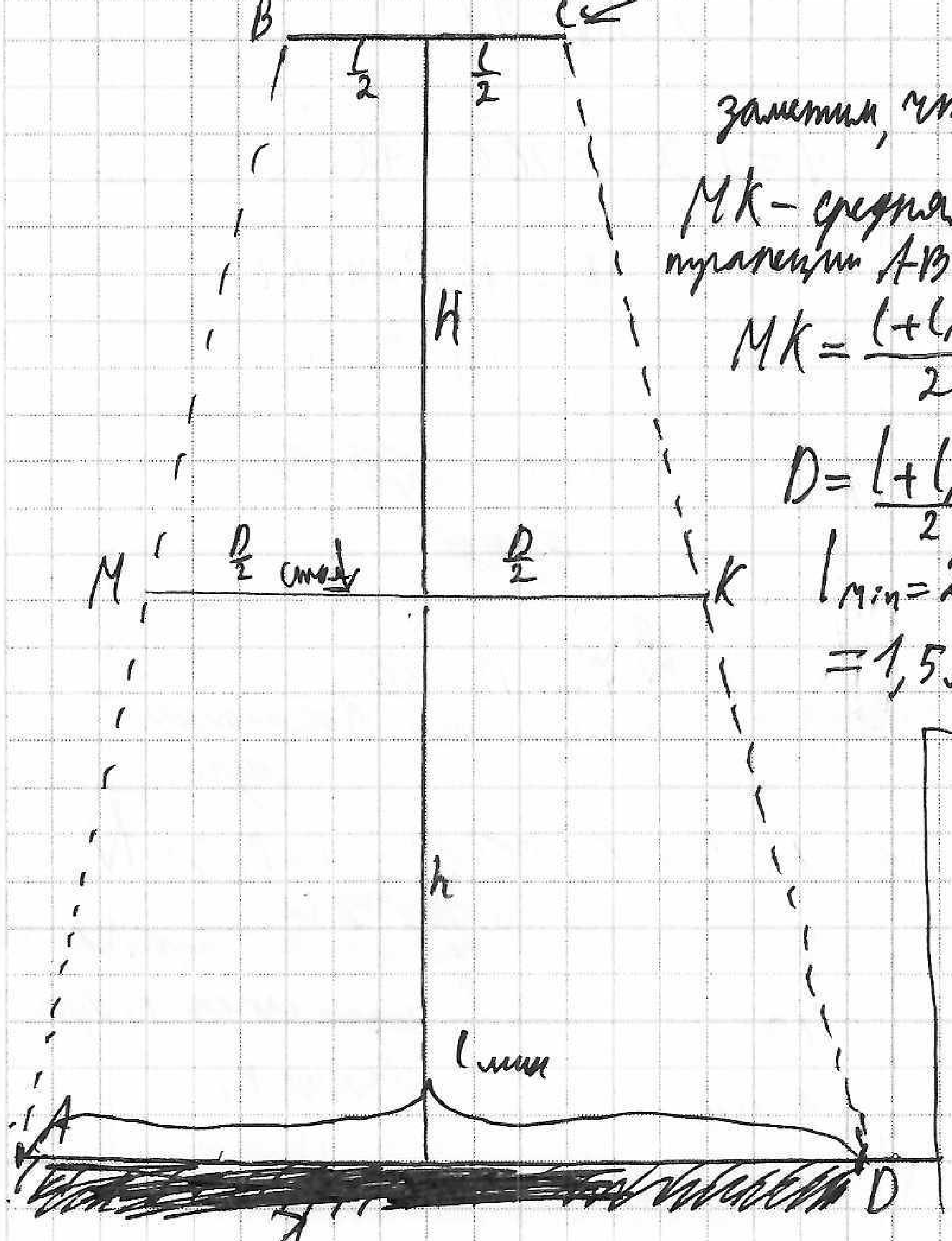
$l_{тени\ min}$

заметим, что тень будет ~~длина~~ иметь примерно такую форму



изобразим эту ситуацию в двух проекциях

1) взгляд ⊥ лампе



заметим, что

MK – средняя линия трапеции ABCD (т.к H=h)

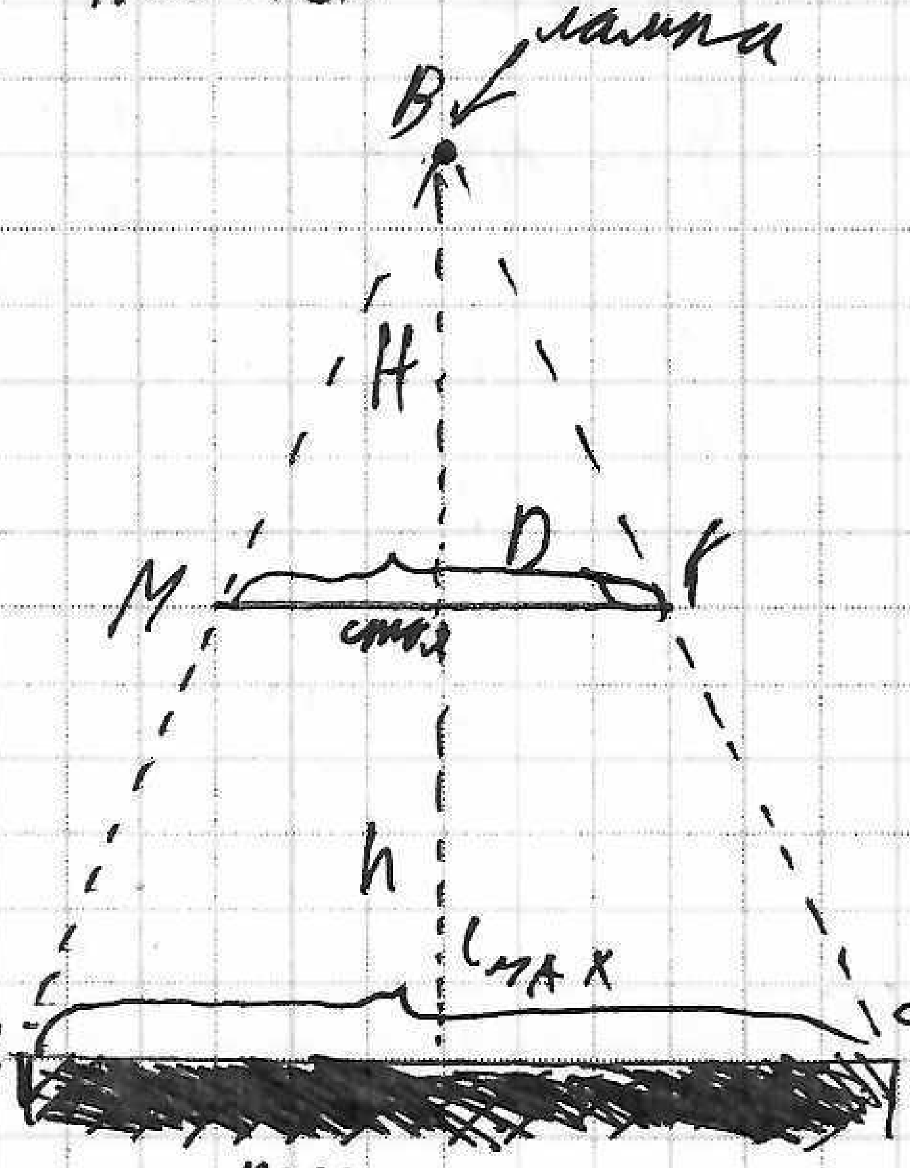
$$MK = \frac{l + l_{min}}{2} = D$$

$$D = \frac{l + l_{min}}{2}$$

$$l_{min} = 2D - l = 1{,}5\ м$$

2) взгляд ∥ лампе

лампа выглядит как материальная точка



заметим, что MK – ср. линия ΔABC (т.к H=h)

$$MK = \frac{1}{2} AC$$

$$D = \frac{1}{2} l_{MAX}$$

$$l_{MAX} = 2D = 2\ м$$

Ответ: $l_{MAX} = 2\ м$

$l_{min} = 1{,}5\ м$

Вариант задания ______

Лист работы 4 из 5

№6 (ситуационная задача)

Дано:

$D = 3$ м

$V = 2{,}25 \frac{м}{с}$

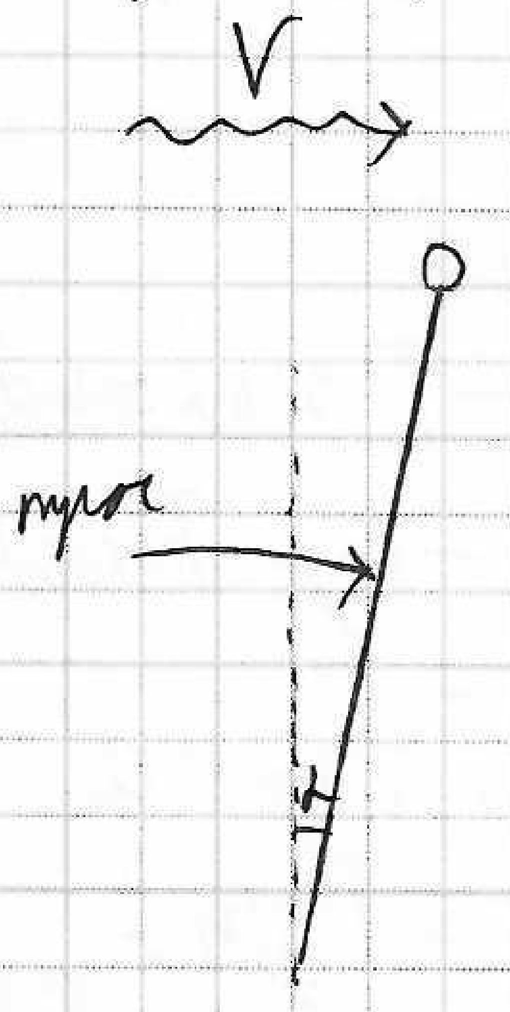
$\alpha = 5°C$

$\rho_в = 1{,}15 \, кг/м^3$

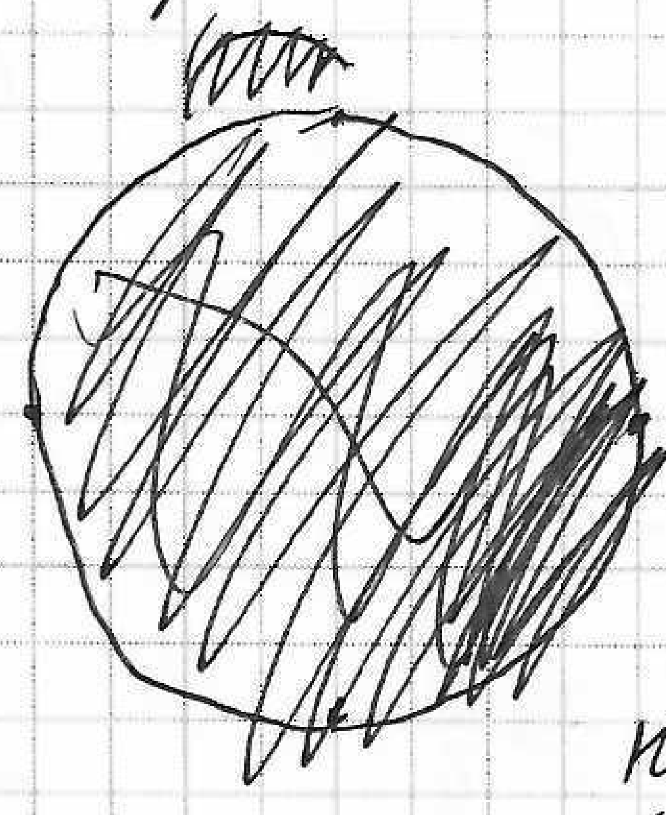
$C_x = 0{,}5$

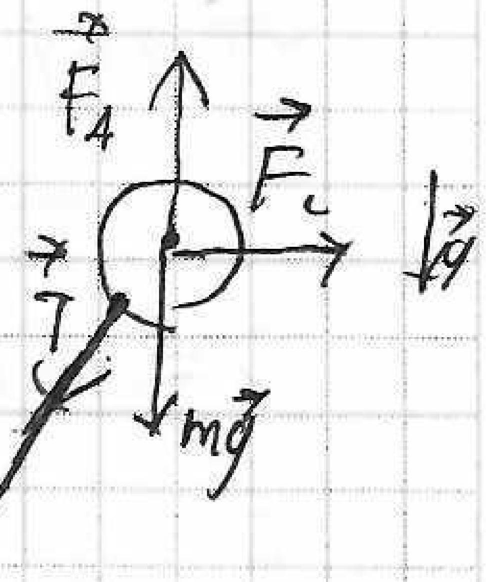
1) определить ~~...~~ направление скорости после обрыва троса

2) H_{MAX}



рассмотрим силы, которые действовали на шар ~~...~~ до момента ~~...~~ обрыва троса:

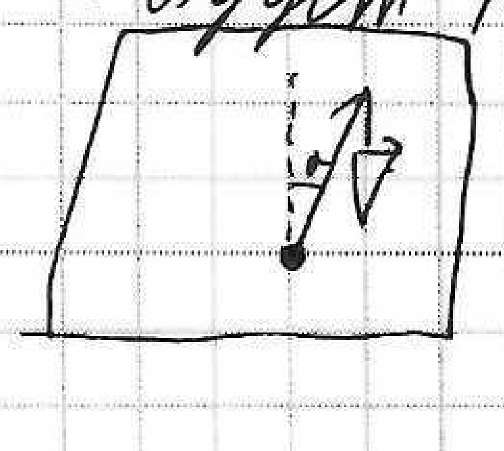




Эта система находится в равновесии

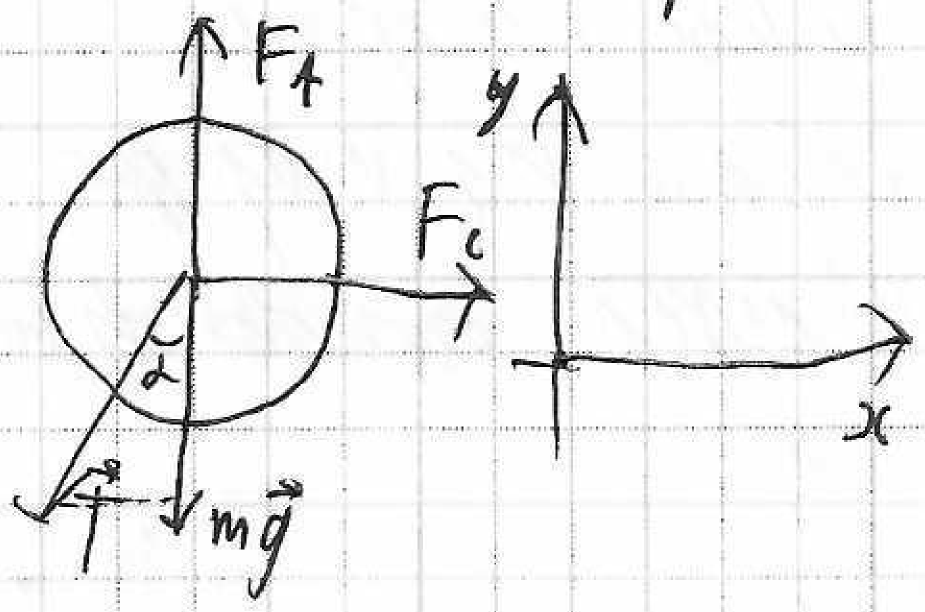
в момент, когда трос оборвётся $\vec{F}_A, \vec{F}_c, m\vec{g}$ никуда не исчезнут и сохранят свои значения, но ~~...~~ $\vec{T}$ исчезнет

следовательно у метеозонда появится ускорение, направленное ~~...~~ в противоположном направлении относительно $\vec{T}$ ~~...~~, т.е. ~~...~~ ускорение $\vec{a}$, учитывая, что метеозонд не имел скорости в момент отрыва, ~~...~~,
и скорость тоже будет сонаправлена с ускорением и будет направлено вверх с углом α к вертикали



- шар достигнет максимальной высоты в момент, когда F_A^* (сила Архимеда на этой высоте) будет равна mg

найдём mg из ситуации, когда шар удерживался тросом



по 2 з. Н

$$ox:\ F_c - T\cdot\sin\alpha = m\overset{=0}{a_x}$$

$$oy:\ F_A - mg - T\cdot\cos\alpha = m\overset{=0}{a_y}$$

$$S = \pi R^2 = \pi\frac{D^2}{4}$$

$$F_A = \rho_в g V = \frac{\rho_в g\pi D^3}{6}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\frac{D^3}{8} = \frac{1\pi D^3}{6} = \frac{\pi D^3}{6}$$

$$F_c - T\sin\alpha = 0$$

$$F_c = T\sin\alpha$$

$$F_c = S C_x\frac{\rho_в V^2}{2}$$

$$T = \frac{F_c}{\sin\alpha}$$

$$F_A = mg + T\cos\alpha$$

$$mg = F_A - T\cos\alpha = F_A - \frac{F_c\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

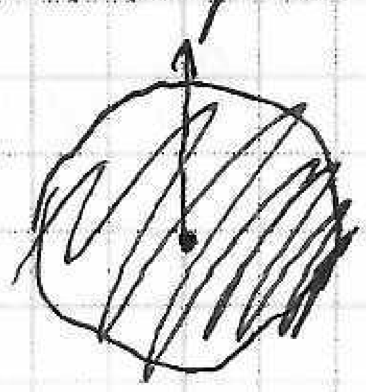
$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$$

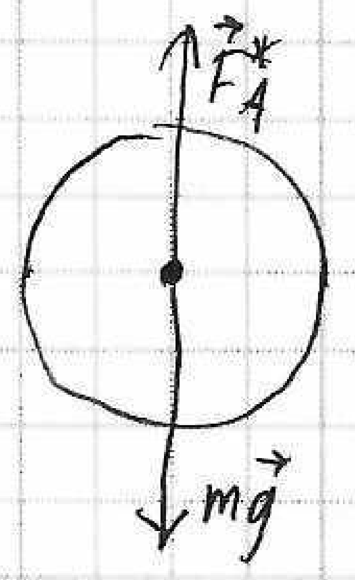
$$mg = F_A - \frac{F_c}{tg\alpha} = \frac{\rho_в g\pi D^3}{6} - \pi\frac{D^2}{4}\cdot C_x\cdot\frac{\rho_в V^2}{2tg\alpha} =$$

$$= \pi\rho_в D^2\left(\frac{Dg}{6} - \frac{C_x V^2}{8tg\alpha}\right) = \frac{\pi\rho_в D^2}{2}\left(\frac{Dg}{3} - \frac{C_x V^2}{4tg\alpha}\right)$$

т.к. $H \ll R$ g не изменится $\Rightarrow$ mg не изменится

рассмотрим только силы, влияющие на H_{MAX}





по 2 з. Н

$$oy: F_A^* - mg = ma_y^{=0}$$

$$F_A^* = mg$$

$$F_A^* = \rho_в^* V g = \frac{\rho_в^* g \pi D^3}{6}$$

$$mg = \frac{\rho_в^* g \pi D^3}{6}$$

$$\rho_в^* = \frac{6mg}{\pi D^3 g} = \frac{\cancel{6}^{3} \frac{\cancel{\pi} \rho_в D^{\cancel{2}}}{\cancel{2}} \cdot \left(\frac{Dg}{3} - \frac{C_x V^2}{4 tg\alpha}\right)}{\cancel{\pi} D^{\cancel{3}} g} =$$

$$= \frac{3\rho_в\left(\frac{Dg}{3} - \frac{C_x V^2}{4tg\alpha}\right)}{Dg} = \frac{\rho_в D g - \frac{3\rho_в C_x V^2}{4\,tg\alpha}}{Dg} = \rho_в - \frac{3\rho_в C_x V^2}{4 D g\, tg\alpha} =$$

$$= \rho_в\left(1 - \frac{3 C_x V^2}{4 tg\alpha \cdot Dg}\right)$$

$$\rho_в^* = \rho_в\left(1 - \frac{3 C_x V^2}{4 D g\, tg\alpha}\right)$$

$$\rho_в^* = 1{,}15\,\frac{кг}{м^3} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot 0{,}5 \cdot \left(2{,}25\,\frac{м}{с}\right)^2}{4 \cdot 3м \cdot tg\,5° \cdot 9{,}8\frac{м}{с^2}}\right) \approx 0{,}302\,\frac{кг}{м^3}$$

$\Downarrow$

из графика можно понять, что

$H \approx 12000\,м = 12\,км$

Ответ: $H = 12\,км$