Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 3

№ 3.

Дано:
$U = 220$ В
$R = 3$ Ом
$\eta = 0{,}9$
$\Delta t = 1°C$
$\Delta \tau = 60$ с
$c_в = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$
$m_в = 1000$ кг
$n = 8$

Найти: $C_{р-ра}$ — ?

Решение.

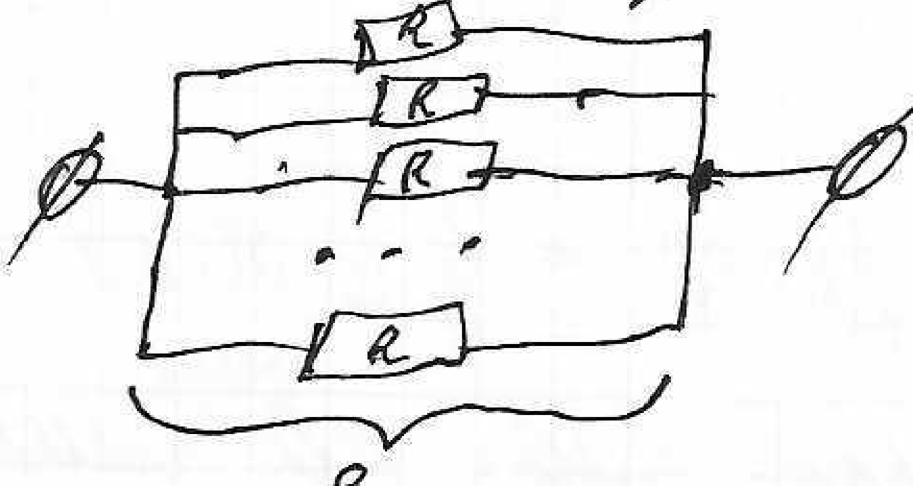
Т.к. нагревательные участки соединены параллельно и имеют равные сопр., верна ф-ла

$$\frac{1}{R_0} = \frac{n}{R}$$

$$R_0 = \frac{R}{n}$$

$$P_0 = \frac{U^2}{R_0}$$

$$P = \eta P_0$$



8 шт.

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

$$Q = cm\Delta t = C\Delta t \qquad Q = P\Delta\tau$$

$$C_в = c_в m_в$$

$$(C_в + C_{р-ра})\Delta t = P\Delta\tau$$

(ур-е теплового баланса; с учётом КПД $\eta \neq 1$ система считается теплоизолированной, сосуды учтены в КПД))

$$(C_в + C_{р-ра})\Delta t = \frac{\eta n U^2}{R} \cdot \Delta\tau$$

$$(c_в m_в + C_{р-ра})\Delta t = \frac{\eta n U^2 \Delta\tau}{R}$$

$$C_{р-ра} = \frac{\eta n U^2 \Delta\tau}{R\Delta t} - c_в m_в$$

$$C_{р-ра} = \frac{0{,}9 \cdot 8 \cdot (220\,В)^2 \cdot 60\,с}{3\,Ом \cdot 1°C} - 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot 1000\,кг$$

$$C_{р-ра} = 2769600 \frac{Дж}{°C}$$

Ответ: $C_{р-ра} = 2769600 \frac{Дж}{°C}$

№4.

Дано:

~~[illegible]~~

$\rho' = 2\rho$

$D' = \frac{1}{4}D$

$m = 100$ кг

$E = 200$ кДж

$t = 12$ с

$g = 10$ м/с^2

Найти:

наиб. v_0 - ?

Решение.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

~~[illegible]~~ По II з-ну Ньютона

$$g = G\frac{M}{R^2} = G\frac{4\pi R^3\rho}{3R^2} = \frac{4}{3}G\pi R\rho$$

$M = \rho V$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$M = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$

$$g' = G\frac{M'}{R'^2} = G\frac{4\pi R'^3\rho'}{3R'^2} = \frac{4}{3}G\pi R'\rho'$$

$M' = \rho' V'$

$V' = \frac{4}{3}\pi R'^3$

$M' = \frac{4}{3}\pi R'^3\rho'$

$$\frac{D'}{D} = \frac{R'}{R} = \frac{1}{4} \Rightarrow R' = \frac{1}{4}R$$

$\rho' = 2\rho$

$$g' = \frac{4}{3}G\pi\cdot\frac{1}{4}R\cdot 2\rho = \frac{2}{3}G\pi R\rho = \frac{1}{2}g\ ;\ \boxed{g' = \frac{1}{2}g}$$

(g' - уск. своб. пад. на иссл. планете, ρ' - пл. иссл. пл., D' - диам. иссл. пл., R' - радиус иссл. пл., M' - масса иссл. пл., V' - объём иссл. пл.)

Условие безопасной посадки:

$E_к \leq E$

$E_к = \frac{mv^2}{2}$

$v = v_0 + v'$ (v_0 - скорость в момент откл. двиг., v' - скорость, приобретённая при свободном падении).

Т.к. двигатели отключены, а ск. модуля горизонтальна к поверхности планеты, его движение (модуля) будет равноускоренно с уск. g' к поверх. планеты, тогда

$v' = g't$; $v = v_0 + g't$; $\frac{m(v_0 + g't)^2}{2} \leq E$; $v_0 \leq \sqrt{\frac{2E}{m}} - g't$

$v_0 \leq \sqrt{\frac{2E}{m}} - \frac{1}{2}gt$

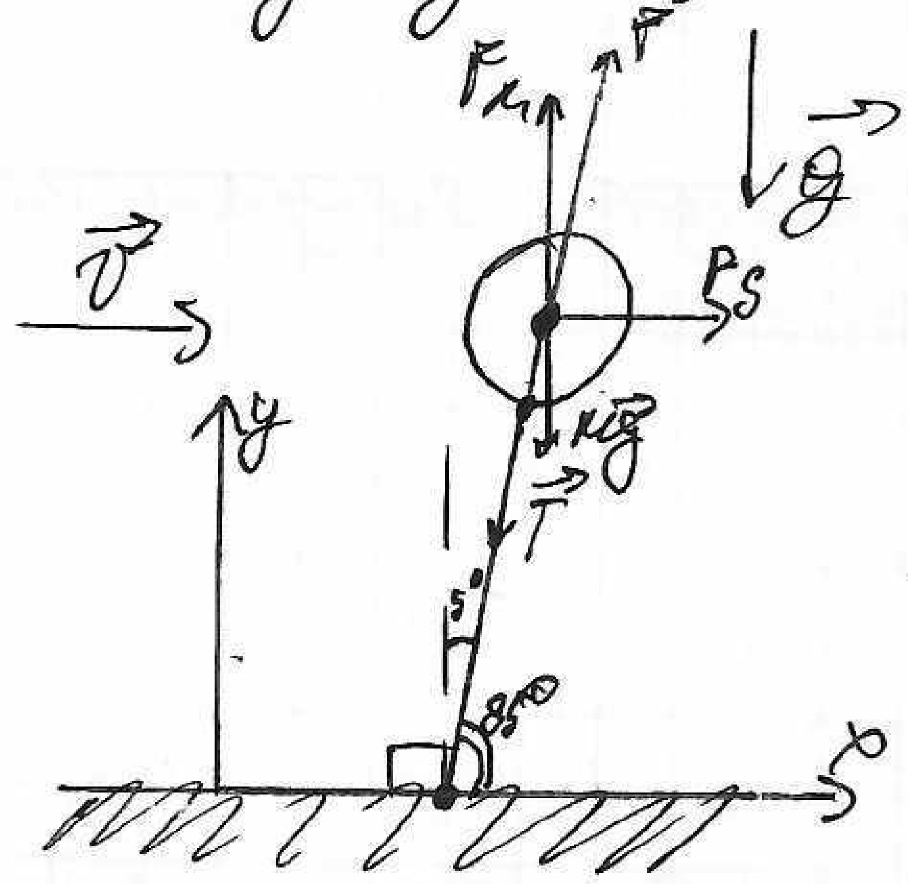
$v_0 \leq \sqrt{\frac{2\cdot 200\text{кДж}}{100\text{кг}}} - 0{,}5\cdot 10\frac{м}{с^2}\cdot 12с$; $v_0 \leq (20\sqrt{10} - 60)\frac{м}{с}$; $v_0 \leq 3{,}25$ м/с

Ответ: $v_0 = 3{,}25$ м/с

Вариант задания 1

Лист работы 2 из 3

Ситуационная задача.



По II з-ну Ньютона (в проекциях на оси OX и OY (см. рис.), с учётом покоя шара):

OX: $F_S = T\cdot\sin 5^0$

OY: $F_A = mg + T\cdot\sin 85^0$

$F_S = S C_x \frac{\rho v^2}{2}$ $\quad S = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2$

$F_S = \pi \frac{D^2\rho v^2}{8} C_x$

$T = \frac{F_S}{\sin 5^0}$

$F_A = mg + \frac{\sin 85^0}{\sin 5^0}\cdot\pi\frac{D^2\rho v^2}{8}C_x$

для занятия постоянной высоты шару требуется уравновешенность всех сил, действующих на него, по оси OY_1 т. е.

$F_A' = mg$

$F_A = V\rho g$

$F_A' = V\rho' g$

$Vg(\rho - \rho') = \frac{\sin 85^0}{\sin 5^0}\cdot\pi\frac{D^2\rho v^2}{8}C_x$

$\rho' = \frac{Vg\rho - \frac{\sin 85^0}{\sin 5^0}\cdot\pi\frac{D^2\rho v^2}{8}C_x}{Vg}$

$\rho' \approx \frac{3м\cdot 1{,}15кг/м^3\cdot 9{,}81м/с^2 - 3\cdot 11{,}43\cdot\frac{1{,}15кг/м^3\cdot(2{,}25м/с)^2}{4}\cdot 0{,}5}{3м\cdot 9{,}81м/с^2}$

Из рисунка и первого условия равновесия очевидно, что результирующая сила $\vec F = \vec F_A + \vec F_S + m\vec g$ действует противоположно силе $\vec T$ и уравновеш. её, а значит после исчезновения $\vec T$ (обрыва троса) шар будет ускоряться значит и двигаться под действием силы $\vec F$, т. е. вверх под углом 5^0 к вертикали.

$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3$

$\rho' = \frac{\frac{1}{6}\pi D^3\rho g - \frac{\sin 85^0}{\sin 5^0}\cdot\pi\frac{D^2\rho v^2}{8}C_x}{\frac{1}{6}\pi D^3 g}$

$\rho' = \frac{D\rho g - 3\frac{\sin 85^0}{\sin 5^0}\cdot\frac{\rho v^2}{4}C_x}{Dg}$

$\rho' \approx 0{,}3 кг/м^3$

Из графика $H \approx 12000м$ Ответ: $H \approx 12000м$

№5.

Т.к. конфеты упакованы плотно, между ними нет пустого пространства и коробка заполнена полностью (в коробке вообще нет пустого пространства).

Из „надписи" найдём массу одной конфеты:

$m_1 = \frac{m}{n}$

Всего в коробке 240 конфет. Тогда обозначив за δ линейный размер 1 конфеты:

$abc = 240\delta^3$
$a = 4\delta$
$\Rightarrow bc = 60\delta^2$

(a, b, c — ~~[illegible]~~ рёбра коробки, $a < b < c$)

Из условий $a < b < c$, $a = 4\delta$, $bc = 60\delta^2$, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, $b = t\delta$, $c = k\delta$, $t, k \in \mathbb{N}$

можно получить всего 2 возможных ~~вари~~ варианта для b и c (остальные противоречат хотя бы 1 из условий) полученного из условия плотности упаковки

$\left[\begin{array}{l} ① \begin{cases} b = 6\delta \\ c = 10\delta \end{cases} \\ ② \begin{cases} b = 5\delta \\ c = 12\delta \end{cases} \end{array}\right.$

1) $c = 10\delta$
$c = 150$ мм
$\delta = 15$ мм
$\delta = 1.5$ см
$\rho_в = 1000$ кг/м^3 $= 1$ г/см^3

$\rho_к = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_1}{\delta^3} = \frac{m}{n\delta^3} = \frac{650г}{240 \cdot (1{,}5см)^3} \approx 0{,}8$ г/см^3

$V_1 = \delta^3$

Из условия непотопляемости (конфеты тонут в воде): $\rho_в < \rho_к$ — противоречие, значит, вариант неверный.

2) $c = 12\delta$
$c = 150$ мм
$\delta = 12{,}5$ мм
$\delta = 1{,}25$ см^3
$\rho_в = 1000$ кг/м^3 $= 1$ г/см^3

$\rho_к = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_1}{\delta^3} = \frac{m}{n\delta^3} = \frac{650г}{240 \cdot (1{,}25см)^3} \approx 1{,}387$ г/см^3

$V_1 = \delta^3$

Из условия непотопляемости (конфеты тонут в воде): $\rho_в < \rho_к$ — выполняется, значит, вариант верный.

Ответ: $\rho_к \approx 1{,}387$ г/см^3.

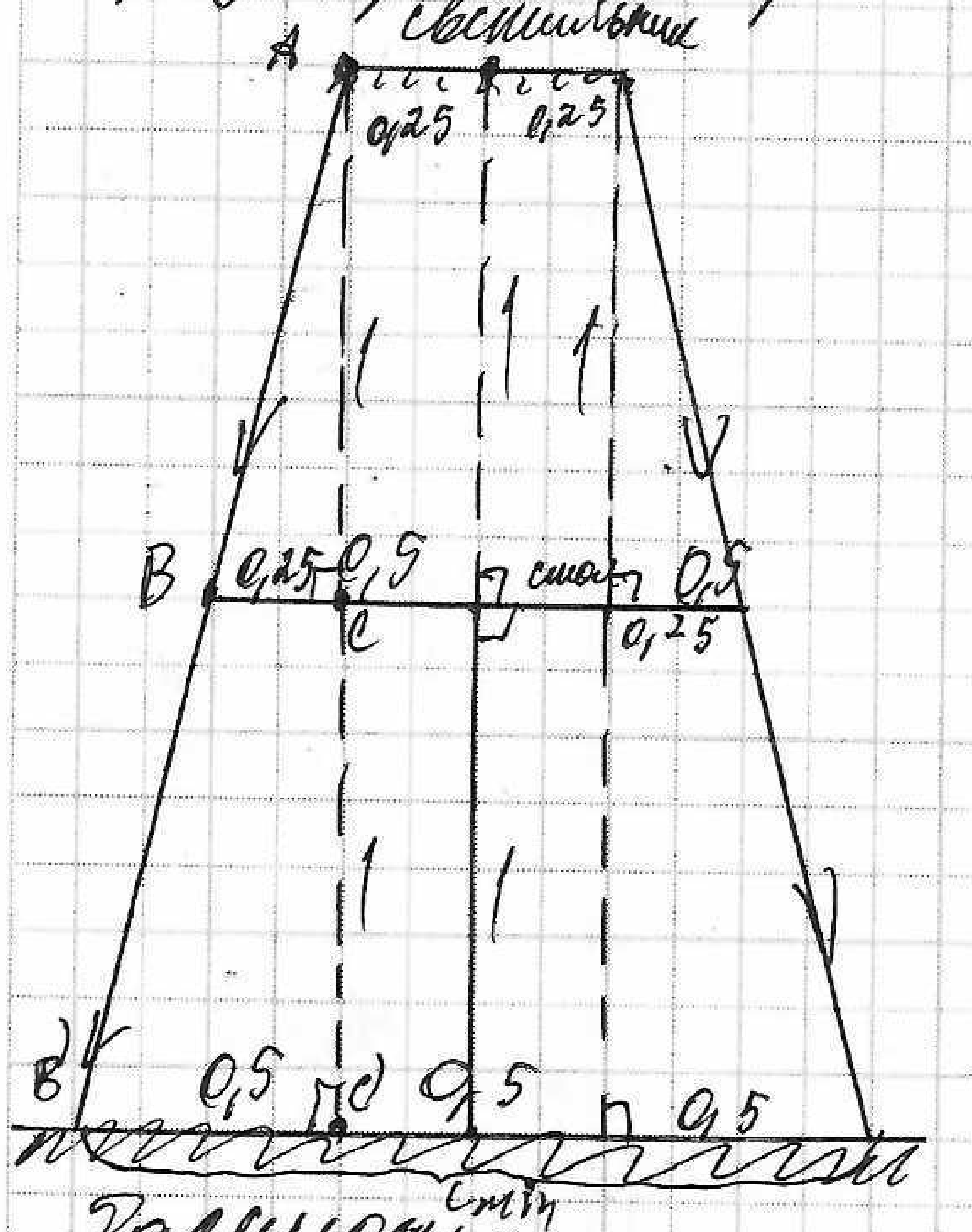
Вариант задания 1

Лист работы 3 из 3

№2.

Рассмотрим ситуацию с 2-х ракурсов: перпендикулярно длине светильника и по его длине (соответственно получим наименьший и наибольший линейные размеры тени (полутень не учитывается)).

Перп. длине светильника (размеры в метрах)



Рассмотрим ход крайних лучей. Проведем перпенд., как на рис.
Из геом. рис. очевидно $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$ по 2-м уг. $\Rightarrow$

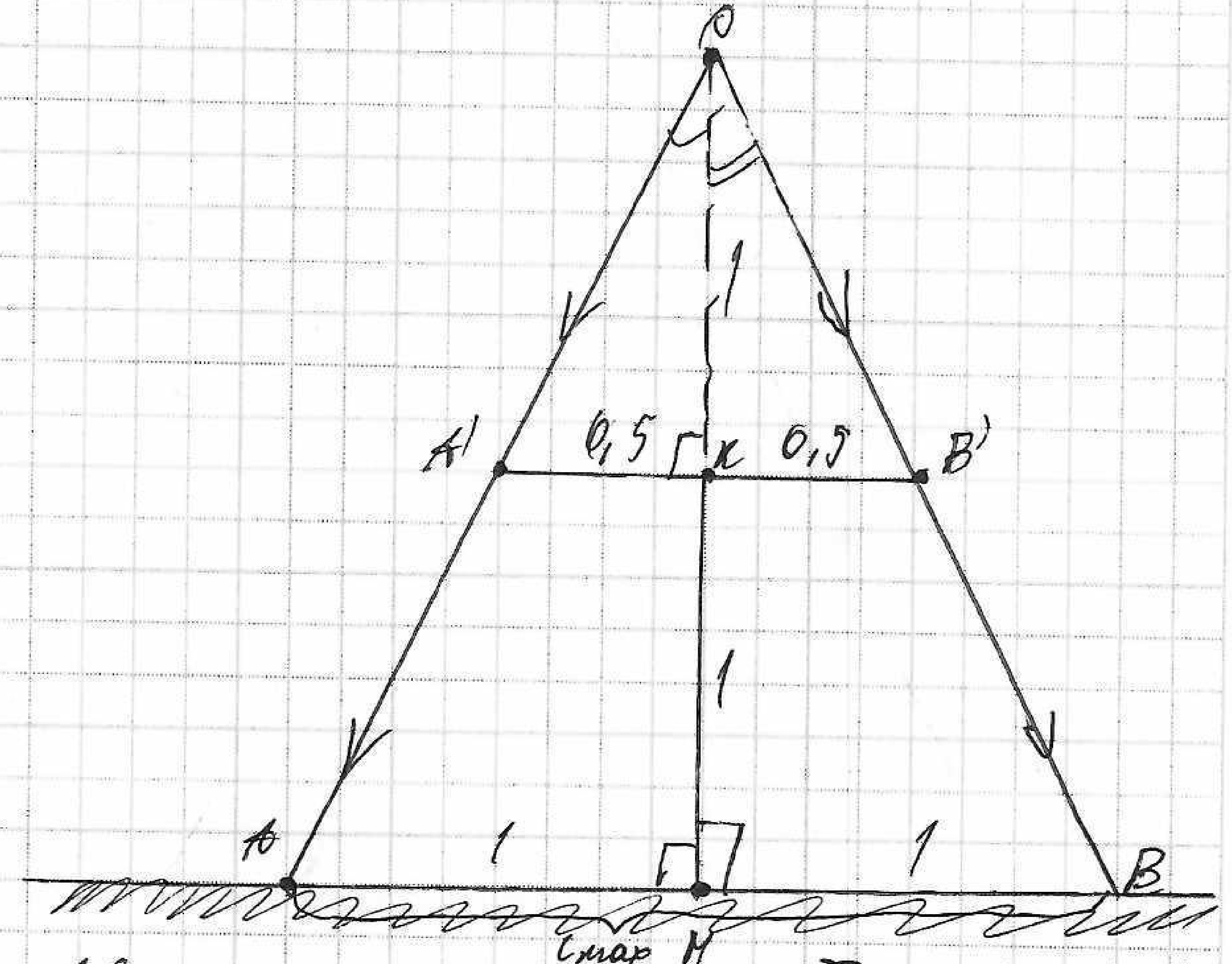
$\Rightarrow \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{1}{2} \Rightarrow B'C' = 2BC = 0{,}5$

Аналогично для соотв. △ справа.

Тогда очевидно

$l_{min} = 1{,}5$ м

По длине светильника (размеры в метрах)



Светильник для наблюдателя станет точечным. Из геом. рисунка очевидно $\triangle A'OK \sim \triangle AOH$, $\triangle B'OK \sim \triangle BOH$, откуда

$AH = HB = 1$ (м)

$l_{max} = AB = 2$ м.

Ответ: $l_{min} = 1{,}5$ м; $l_{max} = 2$ м.