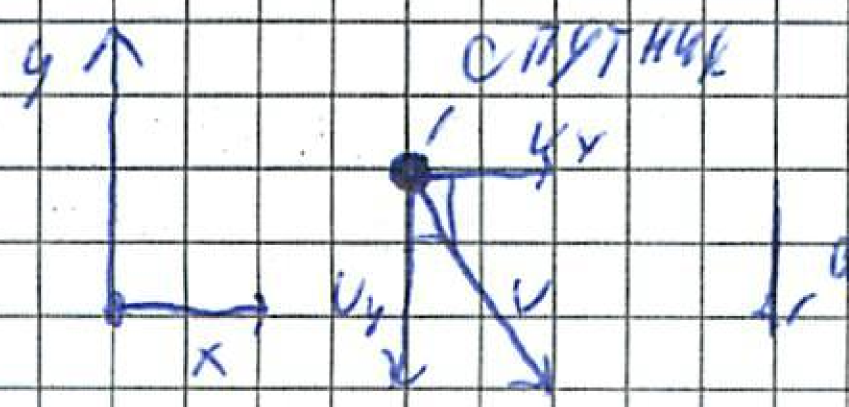
Задача №4.



Скорость спутника V_{0y} по вертикали равна 0 м/с в момент времени $\tau_0 = 0$ с: $V_y(t) = V_{0y} - at$

$V_x = 3$ м/с и постоянно. $E_{кин} = \frac{mV^2}{2}$ — кинетическая энергия тела. $E_{кк} = 947{,}56$ Дж $= \frac{mV_к^2}{2}$ $\quad V_к^2 = V_x^2 + V_{ky}^2 \quad V_{ky}^2 = (at)^2$

$V_к^2 = \frac{2E_{кк}}{m} = \frac{2 \cdot 947{,}56 \text{ Дж}}{121{,}68 \text{ кг}} \approx 15{,}5746 \frac{м^2}{с^2} \quad V_{ky}^2 = V_к^2 - V_x^2 =$

$= 15{,}5746 \frac{м^2}{с^2} - 9 \frac{м^2}{с^2} = 6{,}5746 \frac{м^2}{с^2} \approx \frac{10000}{1521} \frac{м^2}{с^2}$

$V_k = \sqrt{6{,}5746 \frac{м^2}{с^2}} = \frac{100}{39} \frac{м}{с} \approx 2{,}5641 \frac{м}{с} \qquad \tau = 2с$

$a = \frac{V_к}{\tau} = \frac{50 м}{39 с^2} \approx 1{,}28205 \frac{м}{с^2} \qquad g = G \cdot \frac{M_з}{R_з^2} \qquad \frac{R_з}{R_{ко}} = 2{,}6$

$a = G \frac{M_{ко}}{R_{ко}^2} \qquad \frac{g}{a} = \frac{G}{G} \cdot \frac{R_{ко}^2 \cdot M_з}{R_з^2 \cdot M_{ко}} = \qquad R_{ко} = \frac{R_з}{2{,}6}$

$\frac{g}{a} = \frac{m_з}{m_{ко}} \cdot \left(\frac{1}{2{,}6}\right)^2 = \frac{25 m_з}{169 m_{ко}} = \frac{10 м/с^2}{1{,}28205 м/с^2} \approx 7{,}8$

$\frac{m_з}{m_{ко}} = 7{,}8 \cdot \frac{169}{25} = 52{,}728 \qquad m_з = 52{,}728\, m_{ко}$

$m_з = V_з \cdot \rho_з = \frac{4}{3}\pi R_з^3 \cdot \rho_з \qquad m_{ко} = V_{ко} \cdot \rho_{ко} = \frac{4}{3}\pi R_{ко}^3 \cdot \rho_{ко}$

$\frac{m_з}{m_{ко}} = \frac{\frac{4}{3}\pi}{\frac{4}{3}\pi} \cdot \frac{R_з^3}{R_{ко}^3} \cdot \frac{\rho_з}{\rho_{ко}} \qquad \frac{\rho_з}{\rho_{ко}} = \frac{m_з}{m_{ко}} \cdot \frac{R_{ко}^3}{R_з^3} = 52{,}728 \cdot \left(\frac{1}{2{,}6}\right)^3 = 3$

$\rho_з = 3\rho_{ко}$ Ответ: плотность Калисто в 3 раза меньше земной. $\rho_{ко}$; $m_{ко}$, $R_{ко}$ — параметры Калисто

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета | Для билета

Вариант задания 2 Лист работы 1 из 4

Задача №1

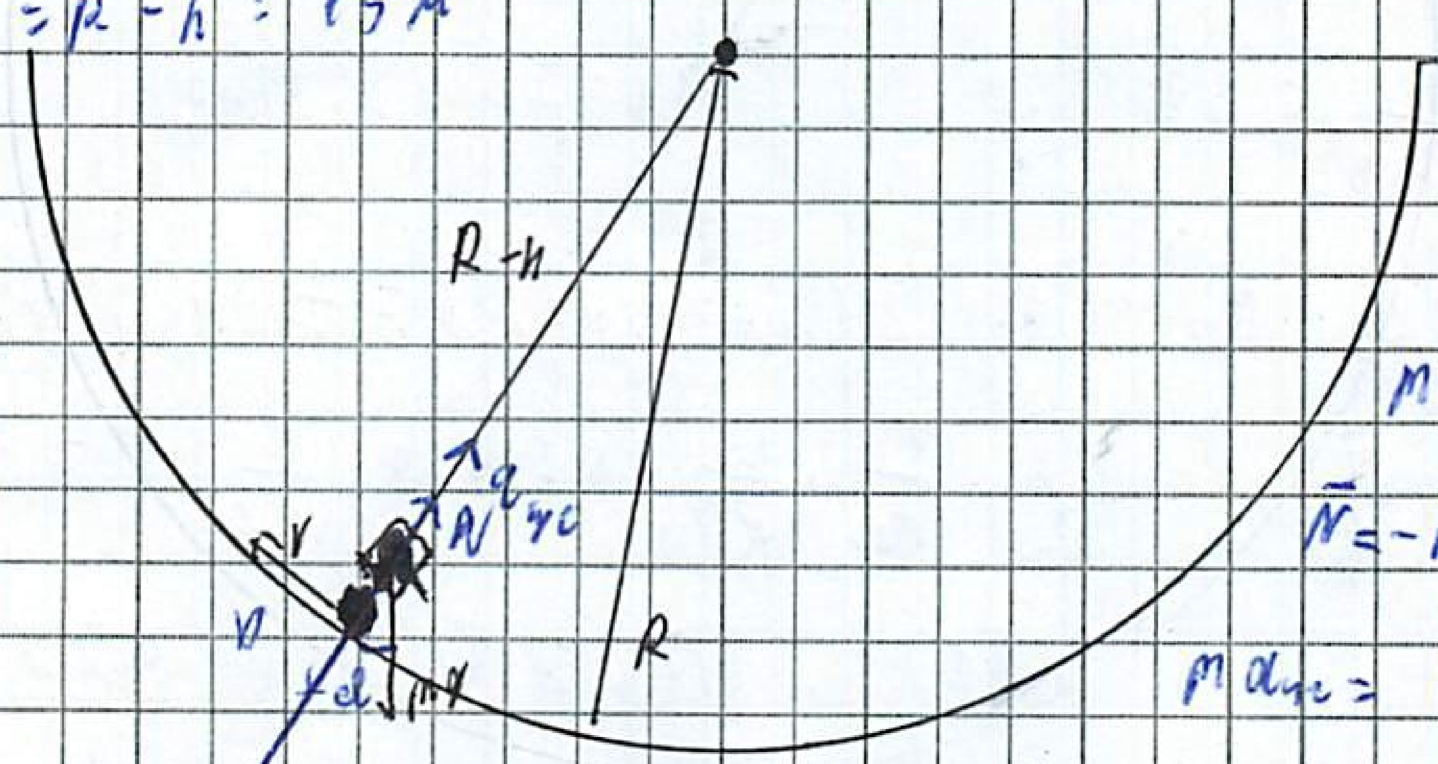
Будем считать, что максимальная масса m_{max} седока исходит из силы давления седока на мотоцикл P

$m_{max} = \frac{P_{max}}{g}$ m – м g – ускорение свободного падения

m = 200 кг $P_{max} = m \cdot g = 200 кг \cdot 10 \frac{Н}{кг} = 2000 Н$

Рассмотрим движение мотоцикла с седоком в произвольный момент времени. h – высота водителя при повороте h = 0,5 м

R = 15,5 м, l = R − h = 15 м



$a_{цс} = \frac{V^2}{R-h}$

В этот момент

$m\vec{a}_{цс} = \vec{N} + m\vec{g}$

$\vec{N} = -\vec{P}$

$ma_{цс} = P - mg\cos\alpha$

Будем считать, что с максимальной скоростью водитель может ездить везде, значит необходимо рассмотреть движение в нижней точке $ma_{цс} = P - mg$

$a_{цс} = \frac{P-mg}{m} = \frac{V_{max}^2}{l}$ $V_{max}^2 = \frac{l}{m}(P - mg)$ и $V = \sqrt{\frac{l}{m}(P-mg)} = \sqrt{\frac{15}{80} \cdot 1200} \frac{м}{с} =$

$= \sqrt{225} \frac{м}{с} = 15 \frac{м}{с}$ $V_{max} = 15 \frac{м}{с}$ Ответ: $15 \frac{м}{с}$

Задача №5.

В коробку помещается 240 кубиков.

Пусть a - кол-во кубиков у самого короткого ребра, b и c - у остальных двух рёбер, пусть $a < b < c$

a и $l_c = 15$ см, масса 240 кубиков $m_{240} = 680$ г $= 0{,}68$ кг, тогда масса кубика $m = \frac{m_{240}}{240} = \frac{17}{6}$ г $= 2{,}833$ г

$m_к = V_к \cdot \rho_к$ $\quad \rho_к < \rho_в$ так как они не тонут в воде и $m_к \cdot g = V_к \rho_к < V_к \rho_в$

значит $V_к > \frac{m_к}{\rho_в} = \frac{2{,}833 г}{1 г/см^3} = 2{,}833 см^3$ и длина стороны (ребра) кубика $l > \sqrt[3]{2{,}833 см^3} > 1{,}415$ см

Так же $l = \frac{l_c}{c}$, и $c < \frac{l_c}{1{,}415 см} = \frac{15 см}{1{,}415 см}$ $\quad c < 10{,}6$

Мы знаем, что $a \cdot b \cdot c = 240$; $a = 4$, $b \cdot c = \frac{240}{a} = 60$

b и c - целые числа и $b < c$ - получим несколько пар чисел

a	b	c
4	1	60
4	2	30
4	3	20
4	4	15
4	5	12
4	6	10
4	10	6
4	12	5
4	15	4
4	20	3
4	30	2
4	60	1

Так как $a < b$ и $b < c$ остаётся только вариант $a = 4$ $b = 6$ $c = 10$, что никак не противоречит условию

$l = \frac{l_c}{c} = \frac{150 мм}{10} = \frac{15 см}{10} = 1{,}5$ см

$V = l^3 = 3{,}375 см^3$ $\quad \rho = \frac{m}{V} =$

$= \frac{\frac{17}{6} г}{3{,}375 см^3} = \frac{17}{6 \cdot 3{,}375 см^3} = \frac{68}{81} \frac{г}{см^3} = 0{,}8395 \frac{г}{см^3}$

Ответ: $\rho = 0{,}8395 \; г/см^3 = 839{,}5 \; кг/м^3$

Задача №3.

Напряжение на каждом нагревательном модуле равно $U = 220$ В

По закону Ома $U = RI$, $I = \frac{U}{R}$, $R = \frac{U}{I}$ у нас $R = 5$ Ом полная мощность для модуля это $P = U \cdot I$ $I = \frac{U}{R}$ $P_n = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2 В^2}{5 Ом} =$
$= 9680$ Вт. выделяемая мощность идёт на нагрев это P_1

$\eta = 60\% = 0{,}6$ – кпд $P_1 = P_n \cdot \eta = 0{,}6 \cdot 9680$ Вт $= 5808$ Вт. Итак на всех десяти элементах, получаем что вся мощность нагрева $P_H = 10 \cdot P_1 = 10 \cdot 5808$ Вт $= 58080$ Вт. Будем считать что в масло с ~~р~~ресса вс $m_x = 2000$ кг холодильного и все только начинают нагревать. Пусть C_m полная теплоёмкость масла. C_x – удельная теплоёмкость холодильного агента. Запишем уравнение теплового баланса. $Q = P_1 \tau = C_m \Delta t + C_x \cdot m_x \cdot \Delta t$

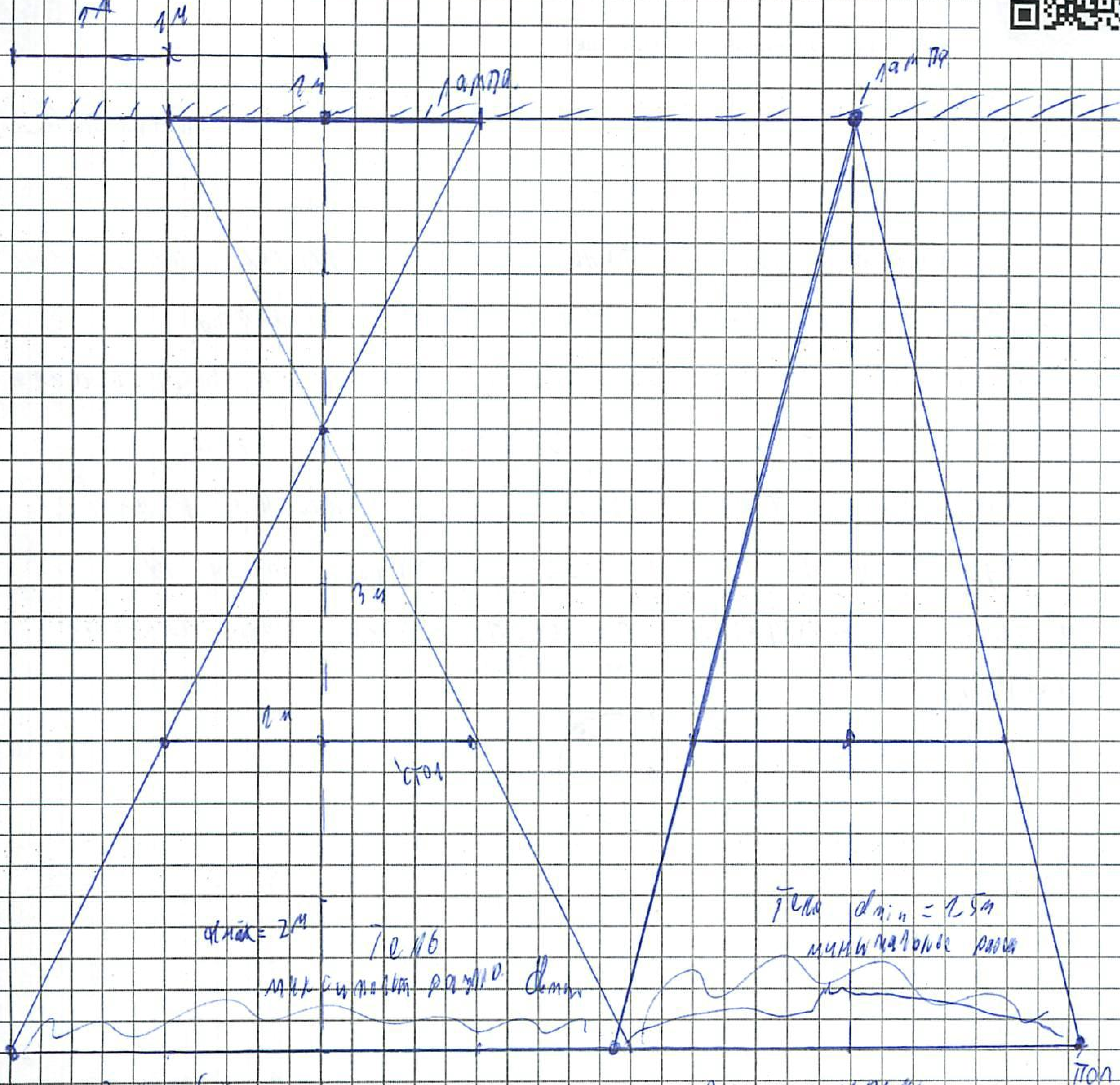
$\tau = 0{,}5$ мин, 1 мин $= 60$ с; $\Delta t = 0{,}5°C$ $C_m \cdot \Delta t = P \cdot \tau - m_x \cdot C_x \cdot \Delta t$

$C_m = \frac{P\tau - m_x C_x \Delta t}{\Delta t} = \frac{P\tau}{\Delta t} - m_x C_x = \frac{58080 \text{ Вт} \cdot 60 с}{0{,}5°C} - 2000 \text{ кг} \cdot 300 \frac{Дж}{кг \cdot °C} =$

$= 3969600 \frac{Дж}{°C} = 3969600 \frac{Дж}{°C}$

Ответ: $C_m = 3969600 \frac{Дж}{°C}$

Начертим всё в масштабе



Исходя из подобия найдём $d_{min}=1,5м$ и $d_{max}=2м$

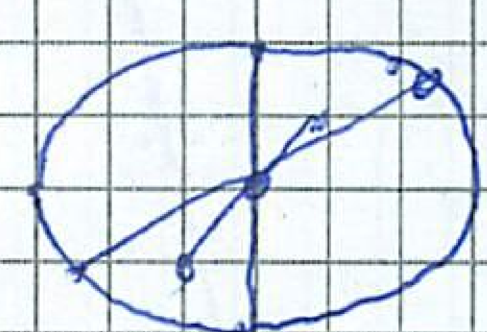
Ответ: $d_{min}=1,5м$ и $d_{max}=2м$

Задача 2.

Будем считать тенью весь участок, на который не попадает какая либо часть света от лампы.

Высота от потолка до пола $H = 3$ м, длина лампы $l = d = 1$ м, d – диаметр стола, $h = 1$ м - высота стола. Пятно будет симметрично относительно центра. Линейные размеры будем считать расстояние между точкой на тени и ей диаметрально противоположной. Точки находятся на границе пятна.

Условная картинка



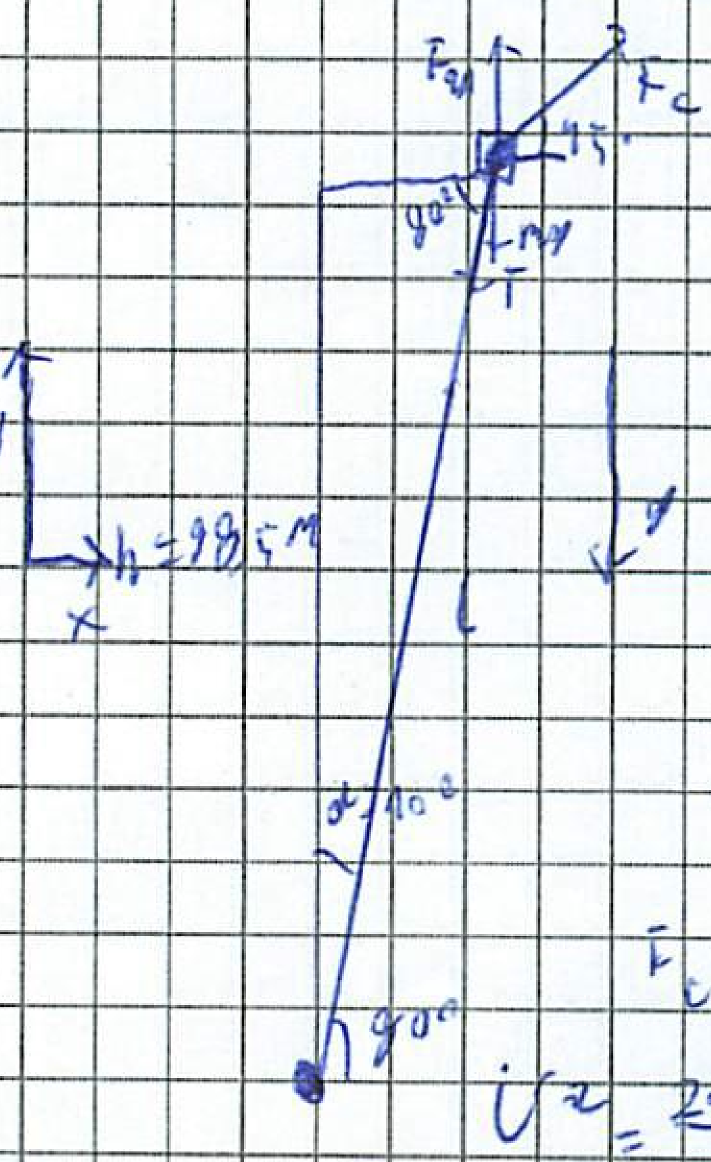
Ситуационная задача.

Будем считать, что объем блока с аппаратурой мал по сравнению с объемом шара, объем и пренебрежем им

объем шара $V_ш = \frac{4}{3}\pi R^3$ $R = \frac{D}{2}$ $D = 3м$ $R = 1{,}5м$

$V_ш = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4 \cdot 1{,}5^3}{3} \cdot \pi = 4{,}5\pi\, м^3 \approx 14{,}137\, м^3$ Сила архимеда действующая на шар $F_{арх} = V_ш \cdot g \cdot \rho_в = 5\frac{3}{4}\pi\, Н = 162{,}577\, Н$

Расставим силы действующие на шар



$\vec{T} + \vec{F}_{арх} + m\vec{g} + \vec{F}_c = 0$

на Ox': $F_c \cdot \cos 45° = T \cdot \cos 80°$

Oy: $F_{арх} - mg + F_c \cdot \sin 45° = T \cdot \sin 80°$

$T = F_c \cdot \frac{\cos 45°}{\cos 80°} \approx F_c \cdot 4{,}072$

$F_{арх} - mg + F_c \cdot \sin 45° = F_c \cdot \frac{\cos 45°}{\cos 80°} \cdot \sin 80°$

$F_c \cdot (\cos 45° \cdot tg\, 80° - \sin 45°) = F_{арх} - mg$

$F_c = \frac{162{,}577\,Н - 90\,Н}{2{,}3} = 34{,}08\,Н = S \cdot C_x \cdot \frac{\rho v^2}{2}$

$v^2 = \frac{2 \cdot F_c}{\rho \cdot S \cdot C_x}$ $S = \pi R^2 = 7{,}06858\, м^2$

$v^2 = \frac{34{,}08\,Н \cdot 2}{0{,}5 \cdot 1{,}1584\,\frac{кг}{м^3} \cdot 7{,}06858} = 16{,}77\,\frac{м^2}{с^2}$ $v = 4{,}095\,\frac{м}{с}$

Так как $F_{ар} > mg$ то шар поднимется на длину всего каната $l = \frac{h}{\sin 80°} = \frac{98{,}5\,м}{0{,}9848} = 100{,}0195\,м \approx 100\,м$ и скорость шара будет направлена перпендикулярно канату вверх