



Профиль: компьютерное моделирование и графика
тур по математике и инженерной графике

Вариант: 2

Класс: 9

№1 (10 баллов). Из пункта Б вниз по течению реки начинает движение плот, а в противоположную сторону одновременно с ним выходит катер. По пути следования катера на расстоянии 2 км от Б расположен пункт А, из которого в тот же момент против течения реки начинает движение теплоход. Собственная скорость теплохода в 2 раза превышает скорость течения, собственная скорость катера в 3 раза больше скорости течения. Встретив теплоход, катер мгновенно разворачивается и следует до встречи с плотом, после чего снова разворачивается и движется в сторону теплохода до встречи с ним, затем опять к плоту и т. д. Сколько раз катер встретит теплоход за время, в течение которого теплоход преодолеет расстояние, равное 2000 км?

№2 (10 баллов). В трапеции одно ее основание в два раза больше другого. Длины боковых ее сторон равны 7 и 8, а ее площадь равна $36\sqrt{5}$. Найдите наименьшее из возможных расстояний от точки пересечения диагоналей этой трапеции до середины ее большего основания.

№3 (10 баллов). Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2 - 16|x|| = a(x - 9)$ имеет ровно три корня.

№4а (10 баллов). Текст задания см. на листе №2.

№4б (10 баллов). По фигуре, заданной в пункте 4а, определите расстояние от точки C' до прямой OD' , где точка O – центр основания конуса. (C' – это точка C штрих, D' – это точка D штрих).

№5 (20 баллов). Текст задания см. на обороте листа №2.

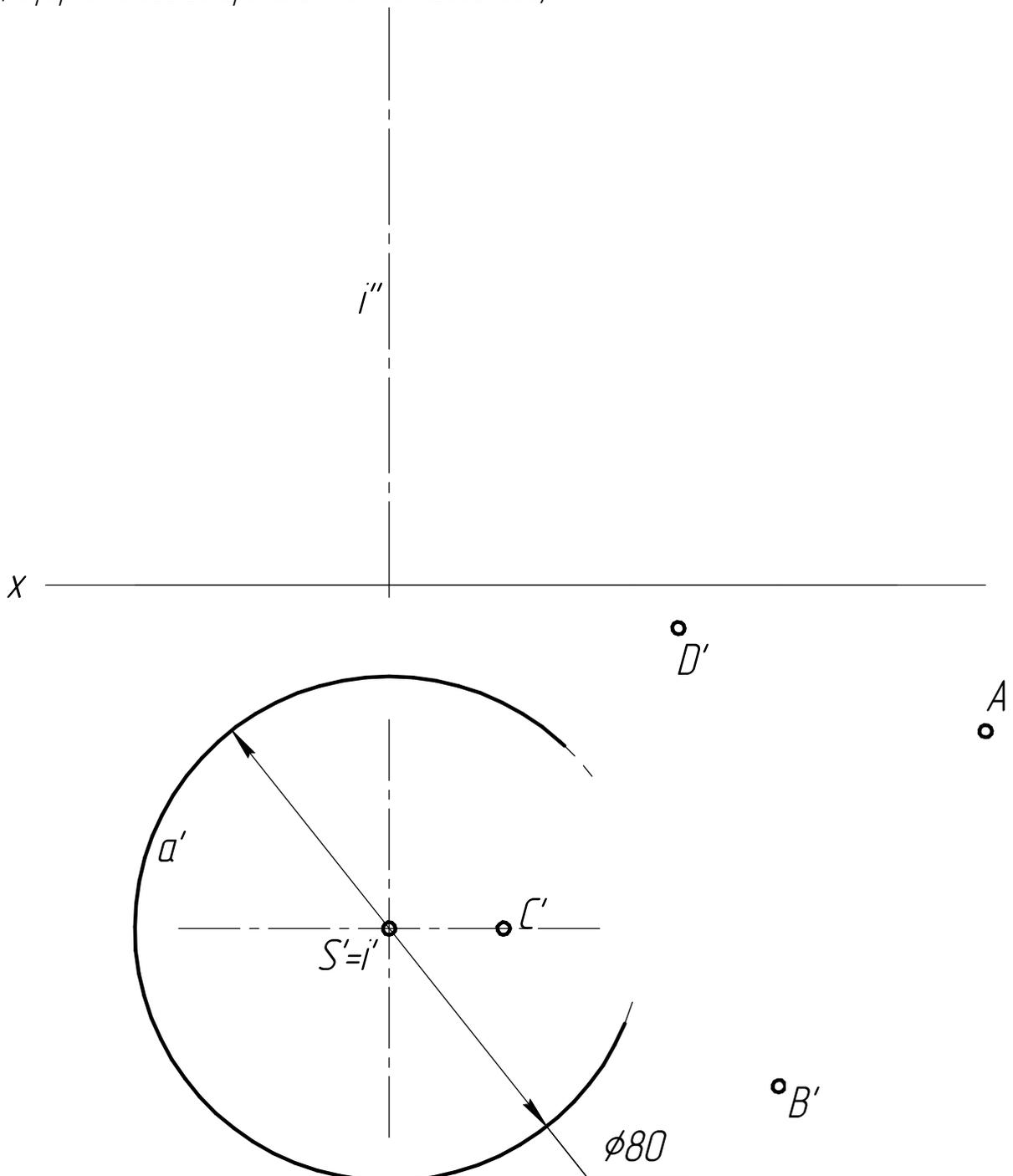


*Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.*

Задача 4а (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания прямого кругового конуса a' и вершин основания пирамиды $A'B'C'D'$. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскости основания конуса и пирамиды принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Высота конуса 90 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;*
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин и границ участков линии;*
- 3) обозначить видимость фигур и линии их пересечения;*
- 4) оформить все изображения по ГОСТ 2.303–306;*



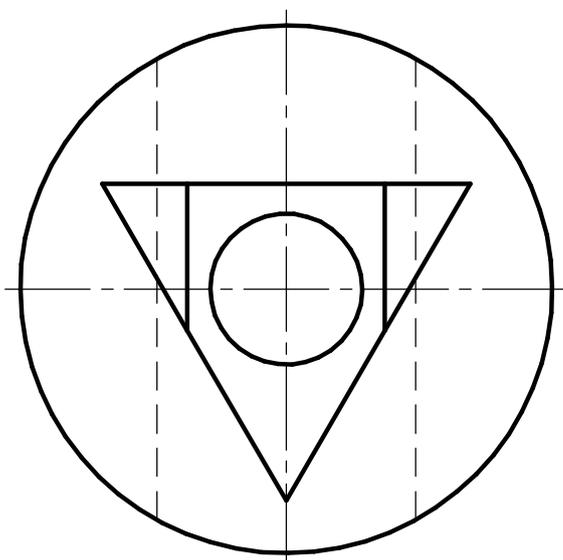
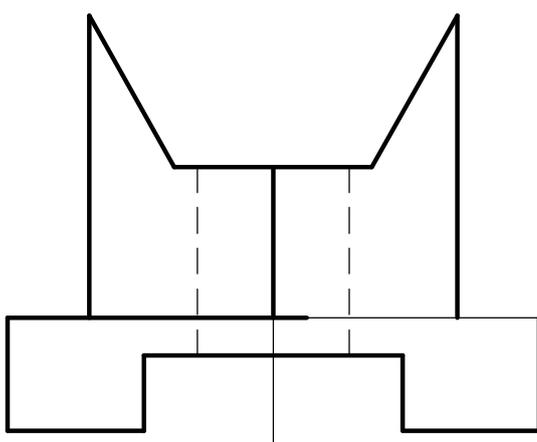


*Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.*

Задача 5 (20 баллов). Даны две проекции призмы.

Требуется:

- 1) на месте вида слева оформить профильный разрез;*
- 2) главный вид оформить как соединение половины вида и половины фронтального разреза;*
- 3) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;*
- 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;*
- 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;*
- 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307-2011*
- 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.*





Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Компьютерное моделирование и графика

Предмет: Математика и инженерная графика

Класс: 9

Задание 1 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных условий	0
Верно составлена модель задачи и имеются некоторые продвижения в решении	5
Обоснованно получен правильный ответ	10

Задание 2 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Решение не соответствует ни одному из нижеперечисленных критериев.	0
Найдено, что СВ – средняя линия треугольника, MN – часть его медианы.	5
Полное решение. Обоснованно получен правильный ответ.	10

Задание 3 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Решение не соответствует ни одному из нижеперечисленных условий	0
При обоснованном решении ответ отличается от правильного из-за арифметической ошибки или верно начато решение задачи, получены некоторые промежуточные результаты, дальнейшее решение неверно или отсутствует.	5
Обоснованно получен правильный ответ	10

Задание 4а (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие выполненным критериям)	Балл
Построена фронтальная и горизонтальная проекции двух фигур	2
Построена линия пересечения фигур	2
Определена видимость очерка конуса	1
Определена видимость очерка пирамиды	1
Определена видимость участков линии пересечения	2
Чертеж оформлен с обозначением проекций вершин и границ участков линии пересечения	2

Задание 4б (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев.	0
Верно определён алгоритм решения задачи. Но задача не доведена до ответа или допущены грубые ошибки при реализации алгоритма.	4
При верном решении получен неверный ответ из-за арифметической ошибки или ошибки в тригонометрии	6
При правильном решении правильный ответ записан в виде десятичного приближения числа.	8
Полное решение. Обоснованно получен правильный ответ.	10

Задание 5 (максимальная оценка 20 б.)

Критерий (выбрать соответствие выполненным критериям)	Балл
Построены три изображения в проекционной связи. На видах невидимый контур показан штриховой линией и на разрезах линии невидимого контура не обозначены	4
Главный вид выполнен как соединение половины вида и половины фронтального разреза А-А с обозначением разреза и указанием волнистой линии разделения вида и разреза	4
Вид слева выполнен как простой полный профильный разрез (без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза)	5
Вид сверху выполнен без разреза	2
Обозначены более половины необходимых размеров	4
Изображение, толщина линии и штриховка выполнены в соответствии ЕСКД	1

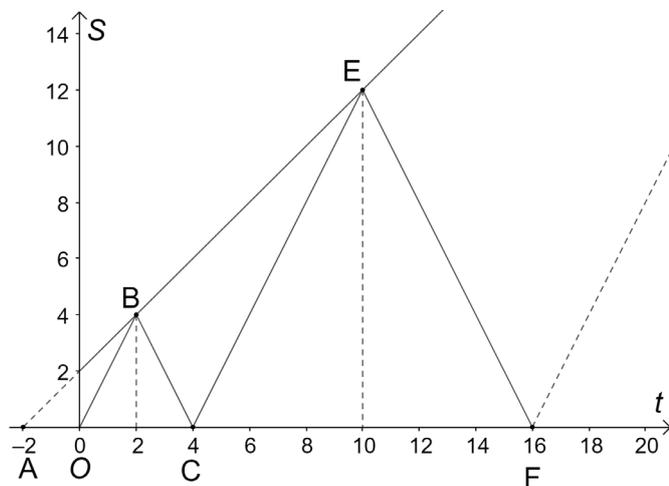
Решения (9 класс)

№1. Из пункта Б вниз по течению реки начинает движение плот, а в противоположную сторону одновременно с ним выходит катер. По пути следования катера на расстоянии 2 км от Б расположен пункт А, из которого в тот же момент против течения реки начинает движение теплоход. Собственная скорость теплохода в 2 раза превышает скорость течения, собственная скорость катера в 3 раза больше скорости течения. Встретив теплоход, катер мгновенно разворачивается и следует до встречи с плотом, после чего снова разворачивается и движется в сторону теплохода до встречи с ним, затем опять к плоту и т. д. Сколько раз катер встретит теплоход за время, в течение которого теплоход преодолет расстояние, равное 2000 км?

(Ответ: 5)

Решение:

Пусть скорость плота и течения равна 1 (км/ед. времени), тогда скорости теплохода и катера относительно плота равны 1 и 2 соответственно. Первый раз катер догоняет теплоход в момент 2, когда плот находится на расстоянии 4 км от них. В момент 4 катер встречается с плотом в первый раз, оказываясь на расстоянии 6 км от плота, а в момент 10 снова догоняет теплоход. Из подобия треугольников AOB и ACF , а также ABC и AEF получаем, что третья встреча катера с плотом происходит в момент 16. Далее аналогично, катер встречается с плотом в моменты 64, 256, 1024, 4096... При этом к моменту пятой встречи плот проплывает $1024 < 2000$ км, а к моменту шестой – должен был бы проплыть $4096 > 2000$ км.



№2. В трапеции одно ее основание в два раза больше другого. Длины боковых ее сторон равны 7 и 8, а ее площадь равна $36\sqrt{5}$. Найдите наименьшее из возможных расстояний от точки пересечения диагоналей этой трапеции до середины ее большего основания.

Ответ: 3.

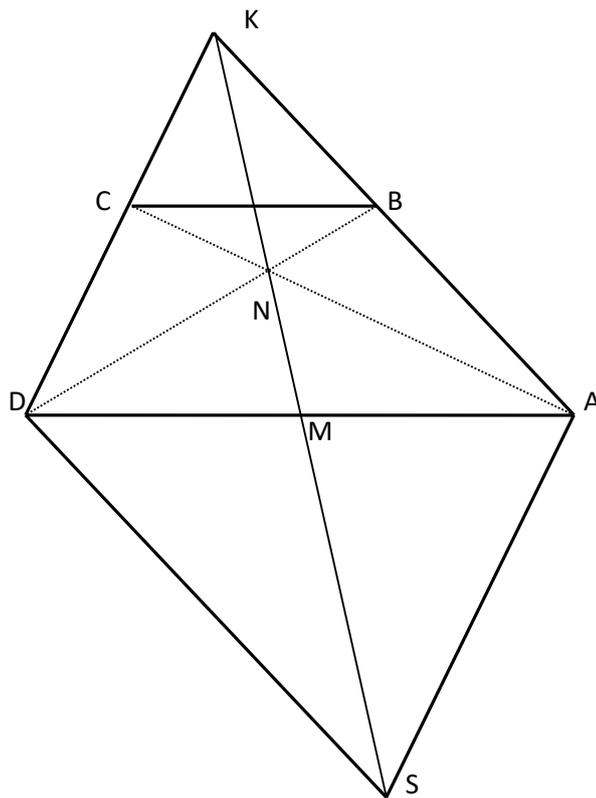
Решение.

Продолжим до пересечения в точке K боковые стороны AB и DC трапеции $ABCD$. В треугольнике AKD отрезок CB – средняя линия, следовательно, AC и DB медианы и $AK = 16$, $DK = 14$. То есть KM – медиана, $KM = 3MN$. Построим треугольник AKD до параллелограмма $AKDS$, $KS = 6MN$. Очевидно, что

$$S_{AKD} = S_{KAS} = \frac{1}{2}S_{AKDS} \Rightarrow S_{AKD} = \frac{4}{3}S_{ABCD} = \frac{4}{3}36\sqrt{5} = 48\sqrt{5}. \text{ По формуле Герона:}$$

$$S_{KAS} = \sqrt{(15 + 3MN) \cdot (15 - 3MN) \cdot (3MN + 1) \cdot (3MN - 1)} = 48\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$81MN^4 - 2034MN^2 + 11745 = 0 \Rightarrow MN = 3 \text{ или } MN = \frac{\sqrt{145}}{3} > 3.$$

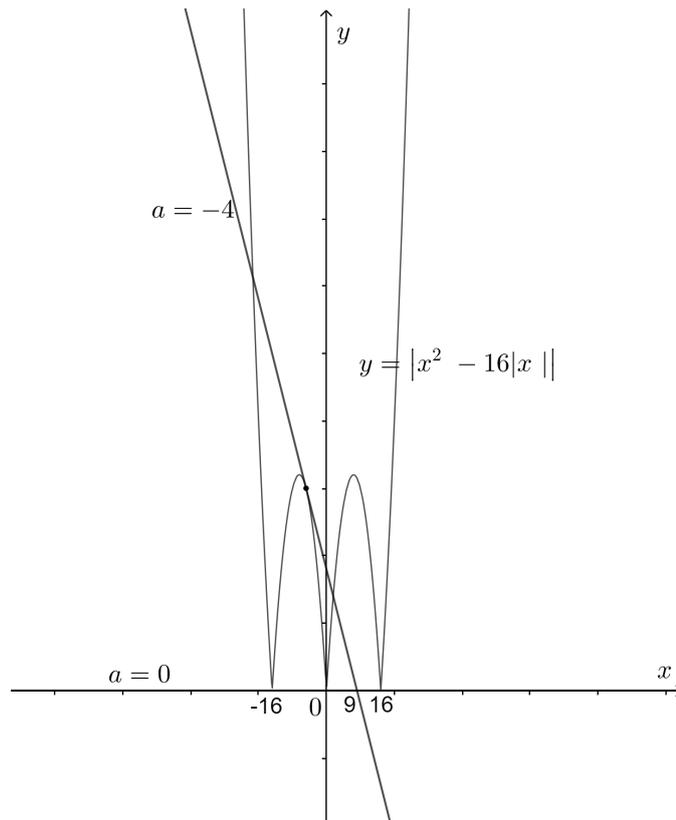


№3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2 - 16|x|| = a(x - 9)$ имеет ровно три корня.

(Ответ: -4;0)

Решение:

Графиком левой части уравнения является парабола с вершиной в точке $(8; -64)$, отраженная относительно оси Ox и относительно Oy . Графиком правой части является семейство прямых с центром в точке $(9; 0)$ и угловым коэффициентом a .



Три пересечения возможно при $a = 0$ или при касании прямой параболы

$$y = -x^2 - 16x \text{ при } x \in (-16; 0) \Rightarrow \begin{cases} y = -x^2 - 16x \\ y = a(x - 9) \\ x \in (-16; 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = -4 \\ x = -6 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -64 \\ x = 24 \end{cases} \\ x \in (-16; 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ x = -6 \end{cases}$$

№46. По фигуре, заданной в пункте 4а, определите расстояние от точки C' до прямой OD' , где точка O – центр основания конуса.

(C' - это точка C штрих, D' - это точка D штрих).

Решение задачи 46

По фигуре, заданной в пункте 4а, определите расстояние от точки C' до прямой OD' , где точка O – центр основания конуса.

(C' - это точка C штрих, D' - это точка D штрих).

Решение. Из чертежей следует, что $S'C' = 18$, $C'D' = 55$, $\angle PC'B' = 30^\circ$, $\angle D'C'B' = 90^\circ$.

Следовательно, $\angle D'C'P = 60^\circ$, а $\angle D'C'S' = 120^\circ$. Высота $D'D_0$ треугольника

$D'C'S'$ равна $D'D_0 = 55 \cdot \sin 60^\circ = \frac{55\sqrt{3}}{2}$. Площадь треугольника $S'C'D'$ равна

$$S_{S'C'D'} = S'C' \cdot D'D_0 = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot \frac{55\sqrt{3}}{2} = \frac{495\sqrt{3}}{2}.$$

$$C'D_0 = C'D' \cdot \cos 60^\circ = 55 \cdot \frac{1}{2} = \frac{55}{2}, \text{ следовательно,}$$

$$S'D_0 = S'C' + C'D_0 = 18 + \frac{55}{2} = \frac{36 + 55}{2} = \frac{91}{2}. \text{ По теореме Пифагора,}$$

$$S'D' = \sqrt{S'D_0^2 + D'D_0^2} = \sqrt{\frac{91^2}{4} + \frac{55^2 \cdot 3}{4}} = \sqrt{4339}.$$

$S_{S'C'D'} = \frac{1}{2} S'D' \cdot r(C'; (S'D'))$, где $r(C'; (S'D'))$ - расстояние от точки C' до

прямой $S'D'$. $\frac{495\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4339} \cdot r(C'; (S'D')) \cdot r(C'; (S'D')) = \frac{495 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{4339}}.$

Ответ: $\frac{495 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{4339}}.$

Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.

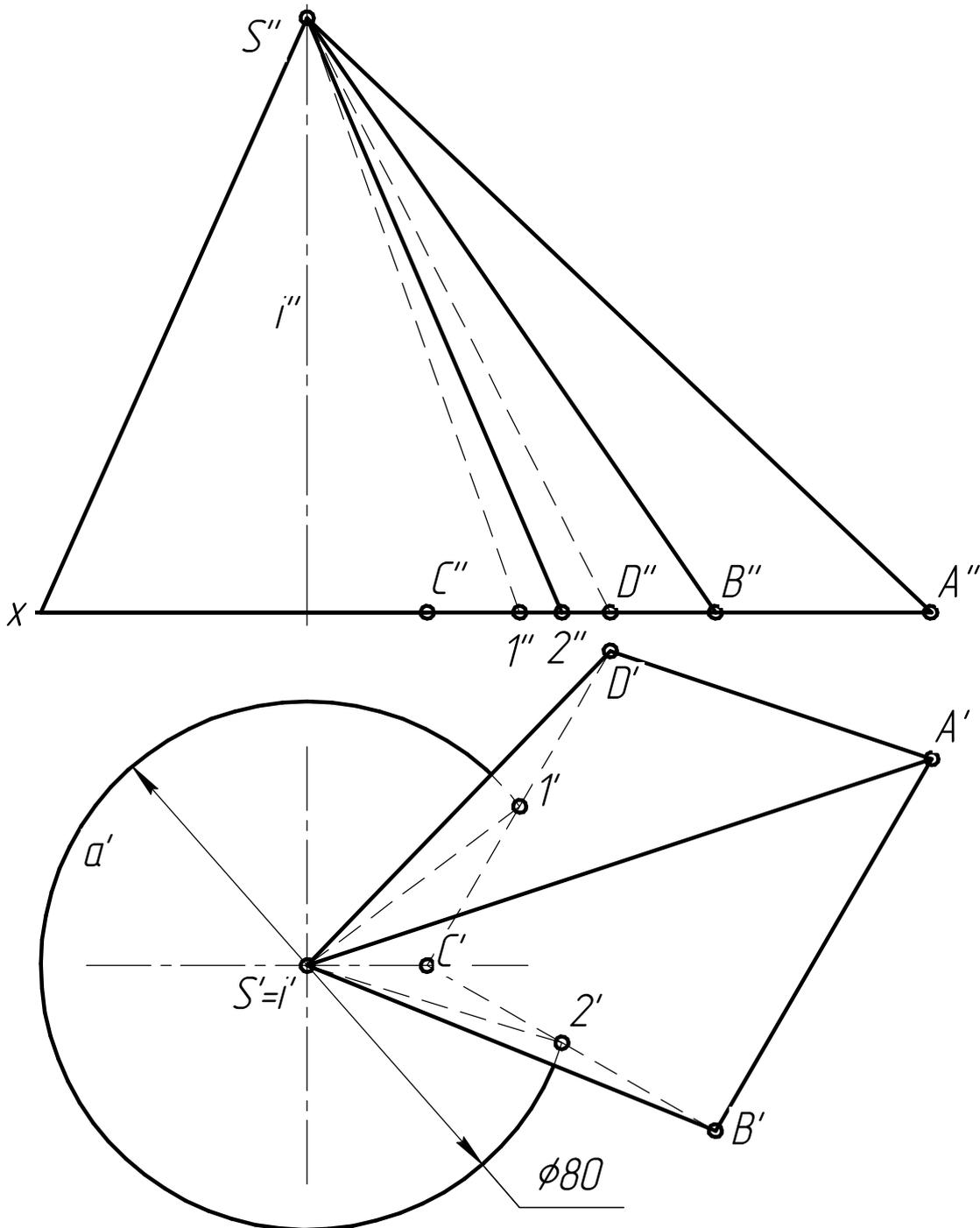
Вариант: 2

класс: 8-9

Задача 4а (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания прямого кругового конуса a' и вершин основания пирамиды $A'B'C'D'$. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскости основания конуса и пирамиды принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Высота конуса 90 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин и границ участков линии;
- 3) обозначить видимость фигур и линии их пересечения;
- 4) оформить все изображения по ГОСТ 2.303-306;



Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.
Вариант: 2 класс: 8-9

Задача 5 (20 баллов). Даны две проекции призмы.

Требуется:

- 1) на месте вида слева оформить профильный разрез;
- 2) главный вид оформить как соединение половины вида и половины фронтального разреза;
- 3) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
- 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
- 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
- 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307-2011
- 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.

A-A

