

Профиль: компьютерное моделирование и графика  
тур по математике и инженерной графике

Вариант: 2

Класс: 9

**№1 (10 баллов).** Из пункта Б вниз по течению реки начинает движение плот, а в противоположную сторону одновременно с ним выходит катер. По пути следования катера на расстоянии 2 км от Б расположен пункт А, из которого в тот же момент против течения реки начинает движение теплоход. Собственная скорость теплохода в 2 раза превышает скорость течения, собственная скорость катера в 3 раза больше скорости течения. Встретив теплоход, катер мгновенно разворачивается и следует до встречи с плотом, после чего снова разворачивается и движется в сторону теплохода до встречи с ним, затем опять к плоту и т. д. Сколько раз катер встретит теплоход за время, в течение которого теплоход преодолеет расстояние, равное 2000 км?

**№2 (10 баллов).** В трапеции одно ее основание в два раза больше другого. Длины боковых ее сторон равны 7 и 8, а ее площадь равна  $36\sqrt{5}$ . Найдите наименьшее из возможных расстояний от точки пересечения диагоналей этой трапеции до середины ее большего основания.

**№3 (10 баллов).** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 16|x|| = a(x - 9)$  имеет ровно три корня.

**№4а (10 баллов).** Текст задания см. на листе №2.

**№4б (10 баллов).** По фигуре, заданной в пункте 4а, определите расстояние от точки  $C'$  до прямой  $OD'$ , где точка  $O$  – центр основания конуса. ( $C'$  – это точка  $C$  штрих,  $D'$  – это точка  $D$  штрих).

**№5 (20 баллов).** Текст задания см. на обороте листа №2.

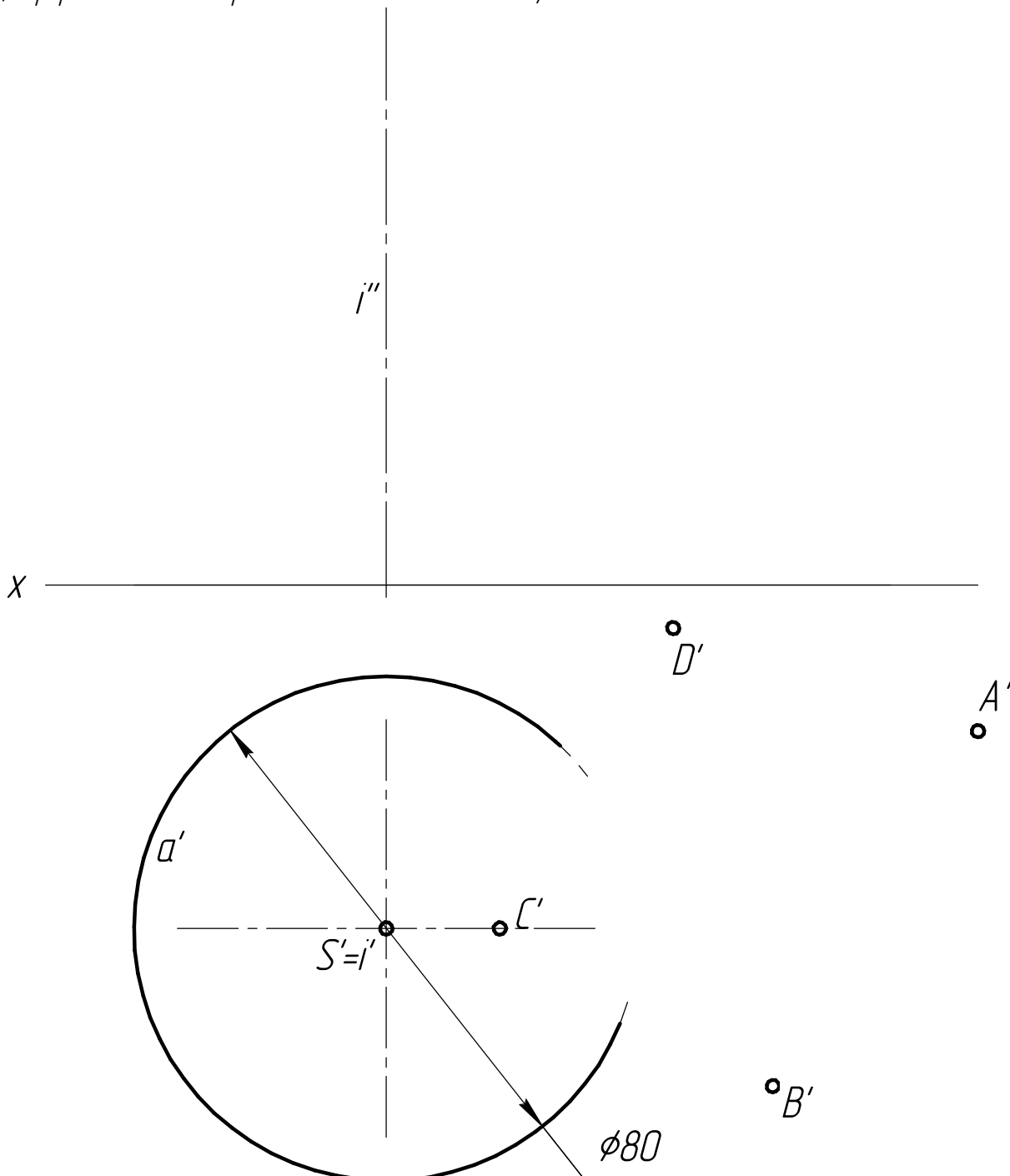


*Профиль: Компьютерное моделирование и графика;  
тур по математике и инженерной графике.*

*Задача 4а (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания прямого кругового конуса  $a'$  и вершин основания пирамиды  $A'B'C'D'$ . Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскости основания конуса и пирамиды принадлежат горизонтальной плоскости проекций. Высота конуса 90 мм.*

*Требуется:*

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;*
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин и границ участков линии;*
- 3) обозначить видимость фигур и линии их пересечения;*
- 4) оформить все изображения по ГОСТ 2.303–306;*



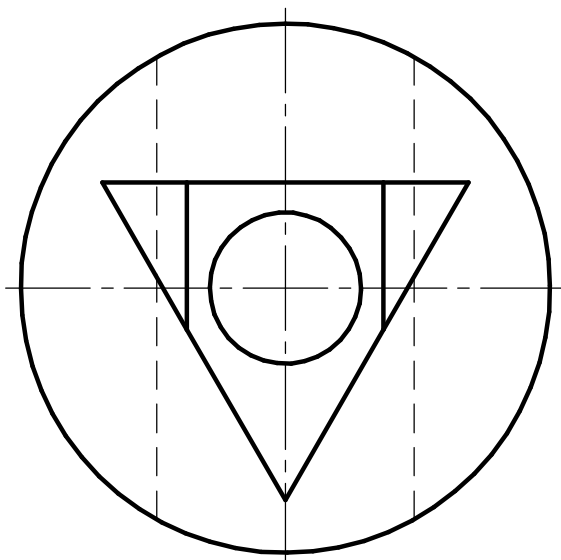
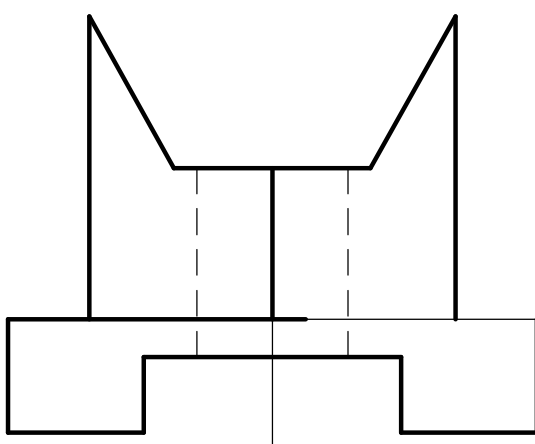


*Профиль: Компьютерное моделирование и графика;  
тур по математике и инженерной графике.*

*Задача 5 (20 баллов). Даны две проекции призмы.*

*Требуется:*

- 1) на месте вида слева оформить профильный разрез;*
- 2) главный вид оформить как соединение половины вида и половины фронтального разреза;*
- 3) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;*
- 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;*
- 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;*
- 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307-2011*
- 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.*





## Критерии оценивания олимпиадной работы

**Профиль:** Компьютерное моделирование и графика

**Предмет:** Математика и инженерная графика

**Класс:** 9

**Задание 1** (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных условий	0
Верно составлена модель задачи и имеются некоторые продвижения в решении	5
Обоснованно получен правильный ответ	10

**Задание 2** (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Решение не соответствует ни одному из нижеперечисленных критериев.	0
Найдено, что СВ – средняя линия треугольника, MN – часть его медианы.	5
Полное решение. Обоснованно получен правильный ответ.	10

**Задание 3** (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Решение не соответствует ни одному из нижеперечисленных условий	0
При обоснованном решении ответ отличается от правильного из-за арифметической ошибки или верно начато решение задачи, получены некоторые промежуточные результаты, дальнейшее решение неверно или отсутствует.	5
Обоснованно получен правильный ответ	10

**Задание 4а** (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие выполненным критериям)	Балл
Построена фронтальная и горизонтальная проекции двух фигур	2
Построена линия пересечения фигур	2
Определена видимость очерка конуса	1
Определена видимость очерка пирамиды	1
Определена видимость участков линии пересечения	2
Чертеж оформлен с обозначением проекций вершин и границ участков линии пересечения	2

**Задание 4б** (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев.	0
Верно определён алгоритм решения задачи. Но задача не доведена до ответа или допущены грубые ошибки при реализации алгоритма.	4
При верном решении получен неверный ответ из-за арифметической ошибки или ошибки в тригонометрии	6
При правильном решении правильный ответ записан в виде десятичного приближения числа.	8
Полное решение. Обоснованно получен правильный ответ.	10

**Задание 5** (максимальная оценка 20 б.)

<b>Критерий</b> (выбрать соответствие выполненным критериям)	<b>Балл</b>
Построены три изображения в проекционной связи. На видах невидимый контур показан штриховой линией и на разрезах линии невидимого контура не обозначены	4
Главный вид выполнен как соединение половины вида и половины фронтального разреза А-А с обозначением разреза и указанием волнистой линии разделения вида и разреза	4
Вид слева выполнен как простой полный профильный разрез (без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза)	5
Вид сверху выполнен без разреза	2
Обозначены более половины необходимых размеров	4
Изображение, толщина линии и штриховка выполнены в соответствии ЕСКД	1

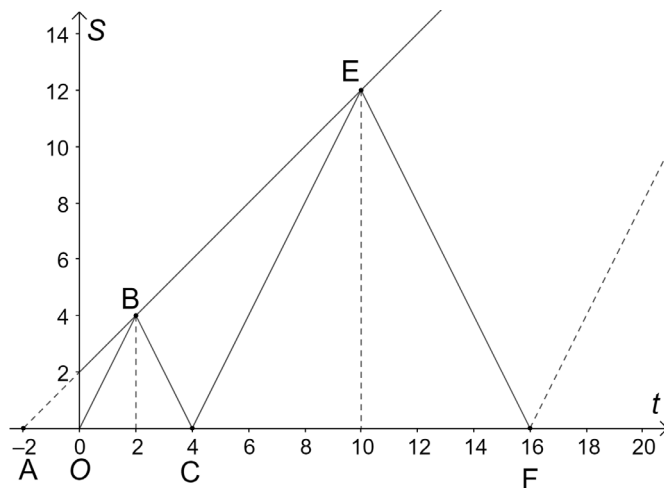
## Решения (9 класс)

№1. Из пункта Б вниз по течению реки начинает движение плот, а в противоположную сторону одновременно с ним выходит катер. По пути следования катера на расстоянии 2 км от Б расположен пункт А, из которого в тот же момент против течения реки начинает движение теплоход. Собственная скорость теплохода в 2 раза превышает скорость течения, собственная скорость катера в 3 раза больше скорости течения. Встретив теплоход, катер мгновенно разворачивается и следует до встречи с плотом, после чего снова разворачивается и движется в сторону теплохода до встречи с ним, затем опять к плоту и т. д. Сколько раз катер встретит теплоход за время, в течение которого теплоход преодолет расстояние, равное 2000 км?

(Ответ: 5)

**Решение:**

Пусть скорость плота и течения равна 1 (км/ед. времени), тогда скорости теплохода и катера относительно плота равны 1 и 2 соответственно. Первый раз катер догоняет теплоход в момент 2, когда плот находится на расстоянии 4 км от них. В момент 4 катер встречается с плотом в первый раз, оказываясь на расстоянии 6 км от плота, а в момент 10 снова догоняет теплоход. Из подобия треугольников  $AOB$  и  $ACF$ , а также  $ABC$  и  $AEF$  получаем, что третья встреча катера с плотом происходит в момент 16. Далее аналогично, катер встречается с плотом в моменты 64, 256, 1024, 4096... При этом к моменту пятой встречи плот проплывает  $1024 < 2000$  км, а к моменту шестой – должен был бы проплыть  $4096 > 2000$  км.



№2. В трапеции одно ее основание в два раза больше другого. Длины боковых ее сторон равны 7 и 8, а ее площадь равна  $36\sqrt{5}$ . Найдите наименьшее из возможных расстояний от точки пересечения диагоналей этой трапеции до середины ее большего основания.

**Ответ: 3.**

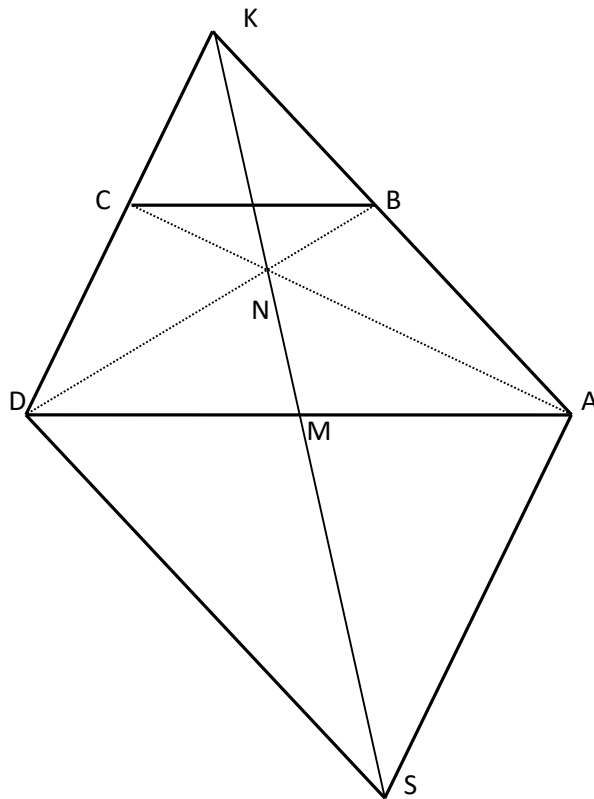
**Решение.**

Продолжим до пересечения в точке  $K$  боковые стороны  $AB$  и  $DC$  трапеции  $ABCD$ . В треугольнике  $AKD$  отрезок  $CB$  – средняя линия, следовательно,  $AC$  и  $DB$  медианы и  $AK = 16$ ,  $DK = 14$ . То есть  $KM$  – медиана,  $KM = 3MN$ . Построим треугольник  $AKD$  до параллелограмма  $AKDS$ ,  $KS = 6MN$ . Очевидно, что

$$S_{AKD} = S_{KAS} = \frac{1}{2}S_{AKDS} \Rightarrow S_{AKD} = \frac{4}{3}S_{ABCD} = \frac{4}{3}36\sqrt{5} = 48\sqrt{5}. \text{ По формуле Герона:}$$

$$S_{KAS} = \sqrt{(15 + 3MN) \cdot (15 - 3MN) \cdot (3MN + 1) \cdot (3MN - 1)} = 48\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$81MN^4 - 2034MN^2 + 11745 = 0 \Rightarrow MN = 3 \text{ или } MN = \frac{\sqrt{145}}{3} > 3.$$

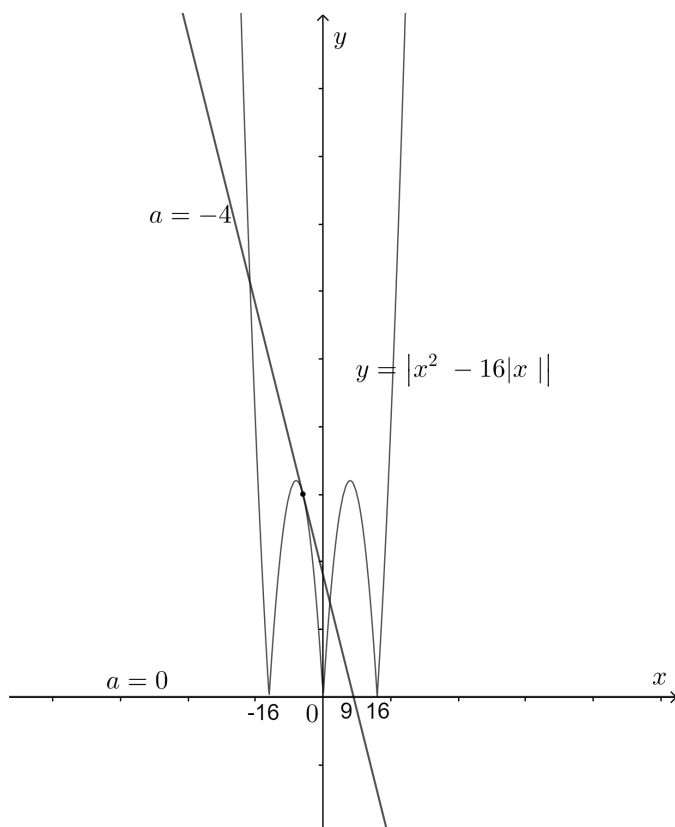


№3. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 16|x|| = a(x - 9)$  имеет ровно три корня.

(Ответ: -4;0)

**Решение:**

Графиком левой части уравнения является парабола с вершиной в точке  $(8; -64)$ , отраженная относительно оси  $Ox$  и относительно  $Oy$ . Графиком правой части является семейство прямых с центром в точке  $(9; 0)$  и угловым коэффициентом  $a$ .



Три пересечения возможно при  $a = 0$  или при касании прямой параболы

$$y = -x^2 - 16x \text{ при } x \in (-16; 0) \Rightarrow \begin{cases} y = -x^2 - 16x \\ y = a(x - 9) \\ x \in (-16; 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = -4 \\ x = -6 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -64 \\ x = 24 \end{cases} \\ x \in (-16; 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ x = -6 \end{cases}$$



**№46.** По фигуре, заданной в пункте 4а, определите расстояние от точки  $C'$  до прямой  $OD'$ , где точка  $O$  – центр основания конуса.

( $C'$  - это точка  $C$  штрих,  $D'$  - это точка  $D$  штрих).

**Решение задачи 46**

По фигуре, заданной в пункте 4а, определите расстояние от точки  $C'$  до прямой  $OD'$ , где точка  $O$  – центр основания конуса.

( $C'$  - это точка  $C$  штрих,  $D'$  - это точка  $D$  штрих).

Решение. Из чертежей следует, что  $S'C' = 18$ ,  $C'D' = 55$ ,  $\angle PC'B' = 30^\circ$ ,  $\angle D'C'B' = 90^\circ$ .

Следовательно,  $\angle D'C'P = 60^\circ$ , а  $\angle D'C'S' = 120^\circ$ . Высота  $D'D_0$  треугольника

$D'C'S'$  равна  $D'D_0 = 55 \cdot \sin 60^\circ = \frac{55\sqrt{3}}{2}$ . Площадь треугольника  $S'C'D'$  равна

$$S_{S'C'D'} = S'C' \cdot D'D_0 = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot \frac{55\sqrt{3}}{2} = \frac{495\sqrt{3}}{2}.$$

$$C'D_0 = C'D' \cdot \cos 60^\circ = 55 \cdot \frac{1}{2} = \frac{55}{2}, \text{ следовательно,}$$

$$S'D_0 = S'C' + C'D_0 = 18 + \frac{55}{2} = \frac{36 + 55}{2} = \frac{91}{2}. \text{ По теореме Пифагора,}$$

$$S'D' = \sqrt{S'D_0^2 + D'D_0^2} = \sqrt{\frac{91^2}{4} + \frac{55^2 \cdot 3}{4}} = \sqrt{4339}.$$

$S_{S'C'D'} = \frac{1}{2} S'D' \cdot r(C'; (S'D'))$ , где  $r(C'; (S'D'))$  - расстояние от точки  $C'$  до

прямой  $S'D'$ .  $\frac{495\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4339} \cdot r(C'; (S'D')) \cdot r(C'; (S'D')) = \frac{495 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{4339}}.$

**Ответ:**  $\frac{495 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{4339}}.$

Профиль: Компьютерное моделирование и графика;  
тур по математике и инженерной графике.

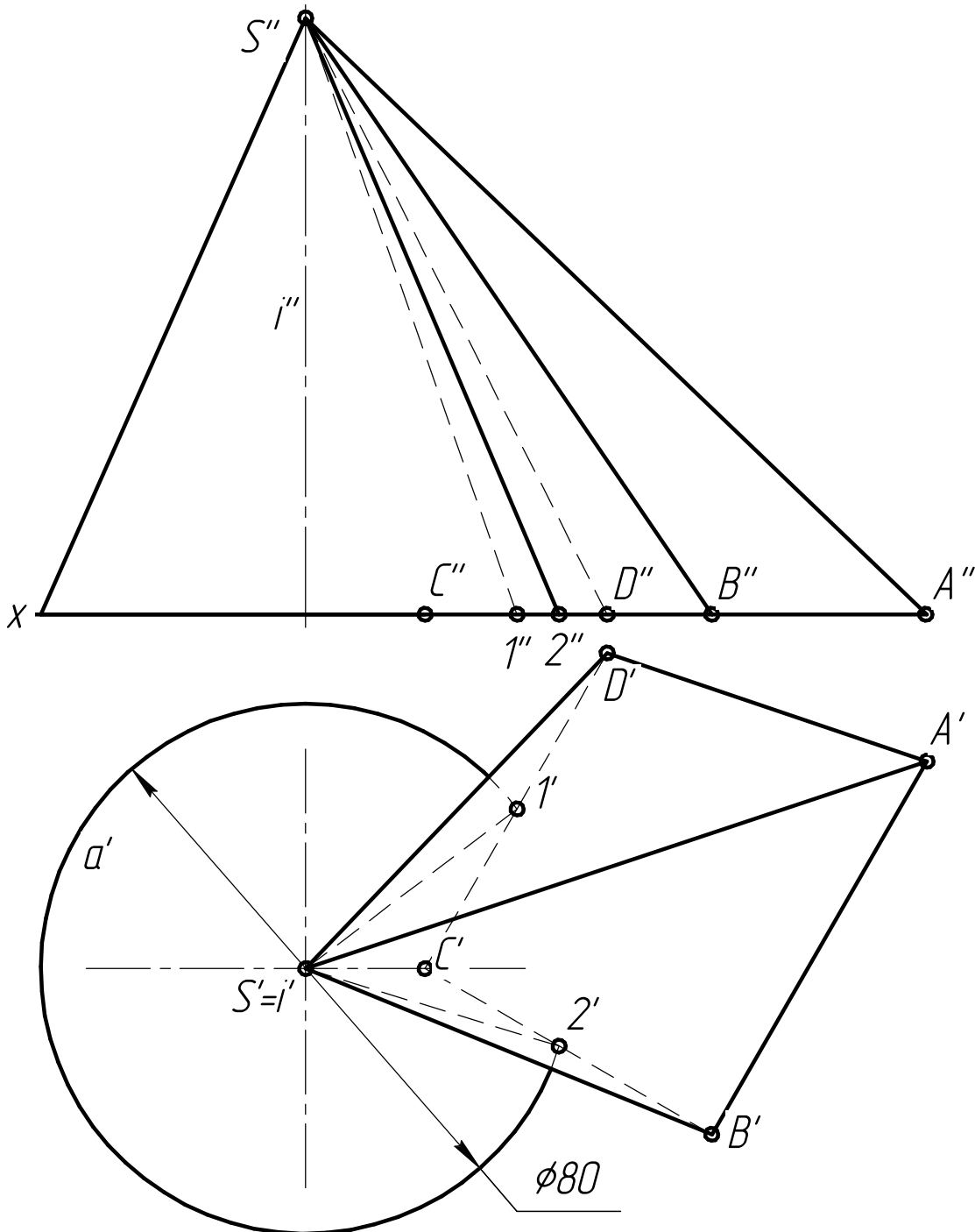
Вариант: 2

класс: 8-9

**Задача 4а** (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания прямого кругового конуса  $a'$  и вершин основания пирамиды  $A'B'C'D'$ . Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскости основания конуса и пирамиды принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Высота конуса 90 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин и границ участков линии;
- 3) обозначить видимость фигур и линии их пересечения;
- 4) оформить все изображения по ГОСТ 2.303-306;



Профиль: Компьютерное моделирование и графика;  
тур по математике и инженерной графике.  
Вариант: 2 класс: 8-9

Задача 5 (20 баллов). Даны две проекции призмы.

Требуется:

- 1) на месте вида слева оформить профильный разрез;
- 2) главный вид оформить как соединение половины вида и половины фронтального разреза;
- 3) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
- 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
- 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
- 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307-2011
- 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.

A-A

