Отборочный (заочный) онлайн-этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету Физика

10-11 классы

Вариант 1.

Задача 1. (6 баллов) На дистанции s = 3 км одновременно стартуют два спортсмена. Спортсмен №1 пробегает первую половину дистанции со средней скоростью v_1 = 4 м/с, а вторую половину дистанции со средней скоростью v_2 = 6 м/с. Спортсмен №2 за первую половину времени, затраченного на преодоление всей дистанции, имеет среднюю скорость u_1 = 6 м/с, а за вторую половину времени среднюю скорость u_2 = 4 м/с. Какое расстояние придется еще пробежать отстающему спортсмену до конца дистанции, когда победитель достигнет финиша? Ответ дайте в метрах, округлив его до целых.

Ответ. 150.

Решение. $t_{№1} = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} =$ 625 с, $t_{№2} = \frac{2s}{u_1 + u_2}$ = 600 с. Спортсмен №2 финиширует раньше на $\Delta t = t_{№1} - t_{№2} = 25$ с. Значит, спортсмену №1 придется пробежать еще $\Delta s = v_2 \Delta t =$ 150 м.

Задача 2. (6 баллов) Два груза массами m_1 и m_2 связаны невесомой нерастяжимой нитью и находятся на горизонтальной поверхности. Коэффициенты трения между каждым грузом и поверхностью одинаковы. Если к грузу массой m_1 приложить горизонтально направленную силу F_1 (см. первый рисунок), то нить разорвется, когда $F_1 \geq 10$ Н. Если же горизонтально направленную силу F_2 приложить к грузу массой m_2 (см. второй рисунок), то нить разорвется, когда $F_2 \geq 2{,}5$ Н. Чему равно отношение масс грузов m_1/m_2? Ответ округлите до десятых.

Ответ. 4,0

Решение. Запишем уравнения динамики для каждого груза в первом случае.

$$\begin{cases} F_1 - T_1 - \mu m_1 g = m_1 a_1, \\ T_1 - \mu m_2 g = m_2 a_1. \end{cases} \Rightarrow T_1 = \frac{m_2 F_1}{m_1 + m_2}.$$

Аналогично запишем уравнения динамики для второго случая.

$$\begin{cases} F_2 - T_2 - \mu m_2 g = m_2 a_2, \\ T_2 - \mu m_1 g = m_1 a_2. \end{cases} \Rightarrow T_2 = \frac{m_1 F_2}{m_1 + m_2}.$$

Нить разрывается когда $T_1 = T_2 = T_{\max}. \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{10}{2{,}5} = 4{,}0$.

Задача 3. (6 баллов) Тело бросают вертикально вверх с поверхности Земли. Спустя время $t_1 = 0{,}5$ с, тело достигает половины максимальной высоты. При этом за интервал времени $[0, t_1]$ модуль изменения импульса тела равен $|\mathbf{\Delta p}| = 2$ кг·м/с. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Чему масса тела? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ дайте в килограммах (кг), округлив его до десятых.

Ответ. 0,4.

Решение. В процессе свободного вертикального движения тела на него действует только сила тяжести $m\vec{g}$. Тогда, пользуясь законом изменения импульса тела, $mgt_1 = \left|\Delta\vec{p}\right|$, получим $m = \dfrac{\left|\Delta\vec{p}\right|}{gt_1} = 0{,}4$ кг.

Задача 4. (10 баллов) Маленький шарик падает с высоты $h = 500$ м без начальной скорости на горизонтальную плоскость и отскакивает от нее. При каждом ударе о плоскость шарик теряет 19% своей энергии. Какое максимальное время двигался шарик? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ дайте в секундах (с), округлив его до целых.

Ответ. 190

Решение. Обозначим t_0 – время падения шарика до первого удара о плоскость. Тогда $h = \dfrac{gt_0^2}{2}, \Rightarrow\ t_0 = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 10$ с.

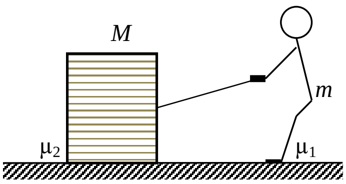
После первого удара шарик поднимется на высоту h_1, которую найдем из закона сохранения энергии: $mgh_1 = \eta mgh$, $\Rightarrow$ $h_1 = \eta h = \eta\dfrac{gt_0^2}{2}$, где $\eta = 1 - 0{,}19 = 0{,}81$ – доля энергии, которую имеет шарик после удара о плоскость. В результате время подъёма на высоту h_1 равно $t_1 = \sqrt{\eta}\cdot t_0$. Аналогично после второго удара шарик поднимется на высоту $h_2 = \eta h_1 = \eta^2\dfrac{gt_0^2}{2}$, и время его подъёма на эту высоту $t_2 = \left(\sqrt{\eta}\right)^2 t_0$. При этом после *n-го* удара $t_n = \left(\sqrt{\eta}\right)^n t_0$. Полное время движения шарика равно

$$t = t_0 + 2t_1 + 2t_2 + \ldots + 2t_n + \ldots = -t_0 + 2\left[t_0 + t_0\sqrt{\eta} + t_0\left(\sqrt{\eta}\right)^2 + \ldots + t_0\left(\sqrt{\eta}\right)^n\right] + \ldots$$

Выражение в квадратных скобках представляет сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Тогда

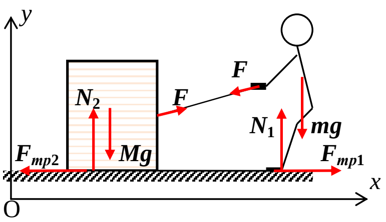
$$t_{\max} = -t_0 + \frac{2t_0}{1-\sqrt{\eta}} = t_0\frac{1+\sqrt{\eta}}{1-\sqrt{\eta}} = \frac{10\cdot 1{,}9}{0{,}1} = 190 \text{ с.}$$

Задача 5. (10 баллов) С какой минимальной силой юноша массой m = 51 кг должен тянуть за веревку, привязанную к ящику массой M = 129 кг, чтобы сдвинуть его с места(см. рисунок)? Ящик при этом не переворачивается, а юноша не движется. Коэффициенты трения между ногами юноши и поверхностью μ_1 = 0,2, а между ящиком и поверхностью μ_2 = 0,1. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Веревка невесомая, нерастяжимая и прочная. Ответ дайте в ньютонах (Н), округлив его до целых.



Ответ. 150

Решение. Очевидный ответ $F = \mu_2 Mg = 129$ Н не подходит, т.к. в этом случае оказывается, что $F > F_{\text{тр.max}} = \mu_1 mg = 102$ Н, что означает, что юноша будет двигаться. Значит, веревка должна быть направлена не горизонтально, а под углом к горизонту (см. рис.).



Запишем уравнения динамики для юноши и для ящика, считая, что силы трения $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$ принимают уже максимальные значения, однако и ящик и юноша еще не движутся.

$$\begin{cases} |F_x| = F_{\text{тр1}} = \mu_1 N_1, \\ N_1 - |F_y| - mg = 0, \\ |F_x| = F_{\text{тр2}} = \mu_2 N_2, \\ N_2 + |F_y| - Mg = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |F_x| = \mu_1\left(|F_y| + mg\right), \\ |F_x| = \mu_2\left(Mg - |F_y|\right). \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |F_x| = \dfrac{\mu_1\mu_2(M+m)g}{\mu_1+\mu_2} = 120 \text{ Н}, \\ |F_y| = \dfrac{(\mu_2 M + \mu_1 m)g}{\mu_1+\mu_2} = 90 \text{ Н}. \end{cases}$$

Получены формулы и числовые значения модулей проекций $|F_x|$ и $|F_y|$ минимальной силы F, при которой юноша может сдвинуть ящик, при этом сам, оставаясь неподвижным. Тогда $F = \sqrt{|F_x|^2 + |F_y|^2} = 150$ Н.

Задача 6. (10 баллов) Снегоход разгоняется на прямой заснеженной трассе из состояния покоя. При разгоне мощность мотора снегохода растет в зависимости от времени t по закону $N = \alpha t$, где α = 0,7 кВт/с. Масса снегохода с сидящим на нем человеком m = 350 кг. Коэффициент трения о снег μ = 0,1. Какую скорость приобретает снегоход через t = 15 с после начала движения? Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до целых.

Ответ. 15

Решение. Снегоход движется с постоянным ускорением a, т.к. при равноускоренном движении, когда F = const, а $v = at$ мощность $N(t) = Fv \sim t$. Работа силы тяги равна площади под графиком $N(t)$: $A_{\text{тяги}} = \dfrac{\alpha t^2}{2}$. Запишем закон изменения энергии:

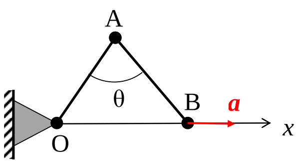
$$A_{\text{тяги}} + A_{\text{трения}} = \Delta E_k. \Rightarrow \frac{\alpha t^2}{2} - \mu mgs = \frac{mv^2}{2},\ \text{где}\ s = \frac{at^2}{2},\ v = at.$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha t^2}{2} - \mu mg \cdot \frac{at^2}{2} = \frac{m(at)^2}{2}, \Rightarrow ma^2 + \mu mga - \alpha = 0.$$

Физическим является только положительный корень квадратного уравнения.

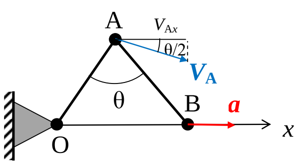
$$a = \frac{-\mu mg + \sqrt{\mu^2 m^2 g^2 + 4\alpha m}}{2m} = 1\ \text{м/с}^2. \Rightarrow v = at = 15\ \text{м/с}.$$

Задача 7. (17 баллов) К концам двух одинаковых тонких стержней длиной L = 30 см каждый, прикрепили небольшие шарниры O, A и B, при этом шарнир A соединяет оба стержня (см. рисунок). Шарнир O закреплен, а шарнир B двигают вдоль оси Ox с постоянным ускорением a = 1,8 м/с^2. В начальный момент шарниры O и B совпадают, начальная скорость шарнира B равна нулю. В процессе движения стержни остаются всегда в одной плоскости. Чему равна скорость шарнира A, в момент, когда стержни OA и AB образуют угол θ = 60°? Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до десятых.



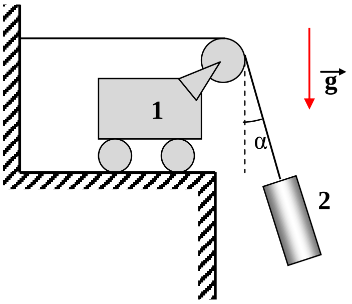
Ответ. 0,6

Решение. Скорость шарнира B равна $V_B = \sqrt{2a \cdot OB} = 2\sqrt{aL\sin\dfrac{\theta}{2}}$. Скорость шарнира A $\vec{V}_A \perp OA$ (см. рис.). Проекция вектора $\vec{V}_A$ на ось Ox равна $V_{Ax} = \dfrac{V_B}{2} = \sqrt{aL\sin\dfrac{\theta}{2}}$.



Тогда $V_A = \dfrac{V_{Ax}}{\cos\dfrac{\theta}{2}} = \dfrac{\sqrt{aL\sin\dfrac{\theta}{2}}}{\cos\dfrac{\theta}{2}} = 0,6$ м/с.

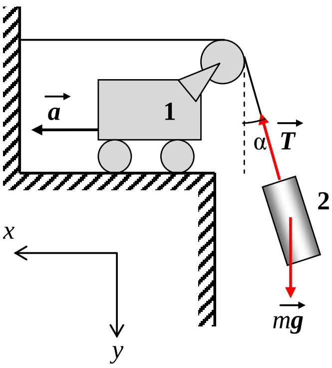
Задача 8. (18 баллов) В механической конструкции, изображенной на рисунке, тележка 1 с прикрепленным к ней блоком может скользить без трения по горизонтальной поверхности неподвижного стола. В начальный момент тележка 1 и груз 2 неподвижны. Затем груз 2 отклоняют от вертикали на угол α = ***arcsin*(1/8)** и отпускают. С каким ускорением относительно стола движется груз 2, если угол α, образуемый нитью с вертикалью, не меняется в процессе движения? Значения масс тележки и груза не известны. Нить невесома и нерастяжима. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дайте в м/с^2, округлив его до десятых.

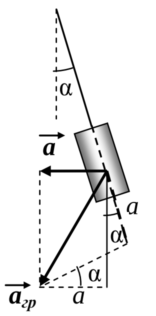


Ответ. 1,7

Решение. ИСО связана со столом. Обозначим m массу груза 2, ускорение тележки $\vec{a}$, ускорение груза $\vec{a}_{гр}$. Запишем второй закон Ньютона для груза (см. рис.): $\vec{T}+m\vec{g}=m\vec{a}_{гр}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x: T\sin\alpha = ma_{гр.x}, \\ y: mg - T\cos\alpha = ma_{гр.y}. \end{cases}$$





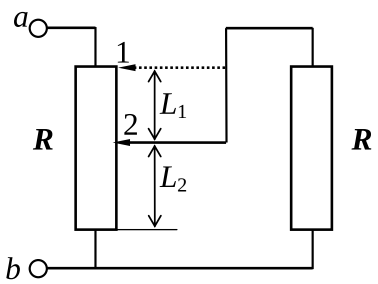
Т.к. угол наклона нити не меняется в процессе движения, то проекция ускорения груза на ось x равна $a_{гр.x}=a$. В силу нерастяжимости нити проекция ускорения груза на направление нити также равна a. Тогда $a_{гр.y}=a\,\mathrm{tg}\,\alpha+\dfrac{a}{\cos\alpha}=\dfrac{a(1+\sin\alpha)}{\cos\alpha}$ (см. рис).

Подставляя $a_{гр.x}$ и $a_{гр.y}$ в записанную выше систему, получим формулу для ускорения a.

$$\Rightarrow a=\frac{g\sin\alpha\cos\alpha}{1+\sin\alpha}.$$

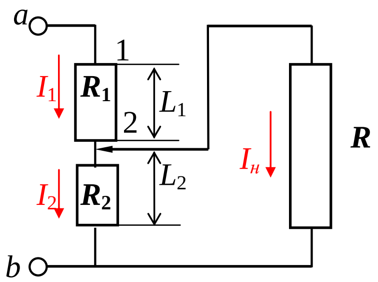
Тогда ускорение груза $a_{гр.}=\sqrt{a_{гр.x}^2+a_{гр.y}^2}=\dfrac{g\sin\alpha}{1+\sin\alpha}\sqrt{2(1+\sin\alpha)}=\dfrac{g}{6}=1,7$ м/с^2.

Задача 9. (17 баллов) Для регулирования напряжения на нагрузке собирают схему, изображенную на рисунке. Сопротивление нагрузки и максимальное сопротивление реостата одинаковы и равны *R*. Вначале на клеммы *ab* схемы подается напряжение *U*, при этом движок реостата находится в положении 1. Затем на клеммы *ab* подают напряжение 2*U*, а движок реостата смещают в положение 2 так, чтобы напряжение на нагрузке осталось прежним. Определите, каким будет при этом отношение длин L_2/L_1, на которые делит движок обмотку реостата. Сопротивлением источника и проводов, соединяющих элементы цепи, пренебречь. Ответ округлите до десятых.



Ответ. 1,6

Решение. Первоначально, когда движок реостата в положении 1, напряжение на нагрузке *R* равно *U*. Обозначим R_1 и R_2 сопротивления верхней и нижней частей реостата, после того, как движок реостата сместили в положение 2 (см. рисунок). В этом положении токи через верхнюю и нижнюю части реостата I_1 и I_2 соответственно, а ток через нагрузки $I_н$.



Пусть $R_2 = xR$, $R_1 = (1-x)R$, тогда полное сопротивление цепи равно

$$R_{полн.} = R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R} = \frac{\left(1+x-x^2\right)R}{x+1}.$$

Ток в верхней части реостата равен $I_1 = \dfrac{2U}{R_{полн.}}$. Напряжение на нагрузке равно

$$U_{нагр.} = I_1 \frac{R_2 R}{R_2 + R} = U. \Rightarrow \frac{2U(x+1)}{(1+x-x^2)R} \cdot \frac{xR^2}{(x+1)R} = U. \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0.$$

Положительный корень квадратного уравнения равен $x = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Искомое отношение $\dfrac{L_2}{L_1} = \dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{x}{1-x} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}62$.

Критерии оценивания заданий отборочного этапа
Максимальная сумма баллов за 9 заданий варианта составляет 100 баллов.

За каждую задачу выставляется либо максимальный балл в случае правильного ответа, либо 0, если ответ отсутствует или неверный.