

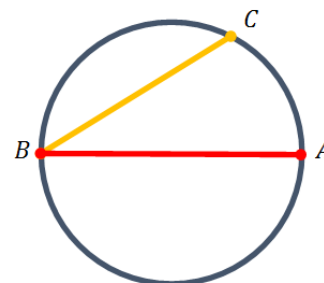


Профиль: Физика

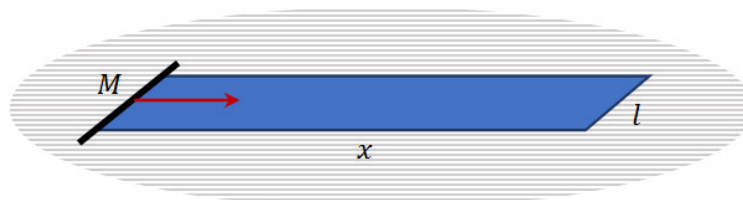
Вариант: 1

Класс: 9

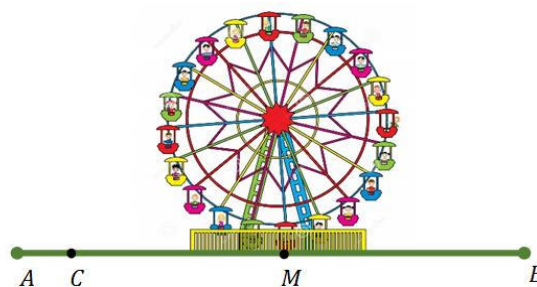
Задача 1. (10 баллов) Водитель находится в точке A шоссе вокруг кольца вокруг города (КАД). Ему надо попасть в противоположную точку диаметра КАД. Но так как диаметр закрыт на ремонт навигатор предложил ехать по кольцу (в любую сторону). Также в точке C можно свернуть на хорду, длина которой составляет $2/3$ диаметра, однако время в пути, при этом, окажется тем же. Во сколько раз средняя скорость движения по кольцу выше средней скорости движения по хорде? Движение по кольцу можно считать равномерным.



Задача 2. (10 баллов) Длинный тонкий рулон раскатан в лист и лежит на ровном горизонтальном полу. Длина рулона x , ширина l , толщина h , плотность ρ . К концу рулона приклеили трубку массы M . К трубке приложили резкое усилие, в результате чего она покатилась. В итоге весь рулон плотно намотался на трубку и в этот момент движение прекратилось. Чему равна начальная кинетическая энергия трубки? Внешний диаметр трубки ничтожен по сравнению с диаметром наматывшегося на нее рулона, а сам рулон нерастяжим, но изгибается без усилия.

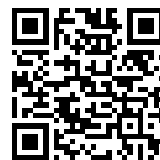


Задача 3. (15 баллов) Диаметр колеса обозрения 16 м. Из какой точки C на прямой AB нужно бросить мячик, чтобы он сдул пылинку с крыши кабинки в верхней точке колеса, обладая наименьшей необходимой для этого начальной скоростью? В качестве ответа найдите длину отрезка CM .



Задача 4. (20 баллов) В далеком (или не очень) будущем земляне вступили в эпоху межзвездных путешествий, и в системе одного из желтых карликов Галактики (звезда, того же класса, что и Солнце) открыли планету Архе с биосферой, во многом напоминающей Землю эпохи мезозоя (примерно 70–250 млн лет назад от нашего времени). Среди обитателей Архе внимание ученых привлек вид шарозавров — травоядных гигантов, напоминающих древних земных рептилий, но обладающих уникальным и очень полезным эволюционным приспособлением: в ночное время суток, когда температура окружающей среды снижается до 20°C , животное сворачивается «шариком» (отсюда и название). Принимая шарообразную форму, «рептилия» минимизирует площадь поверхности тела и, следовательно, отток тепла из организма. В результате,

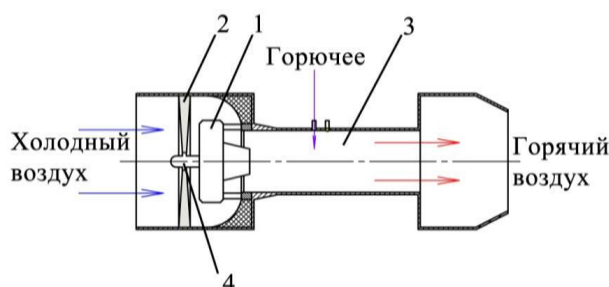
Продолжение билета см. на обороте.



ночью, длящейся 10 земных часов, температура тела шарозавра снижается лишь на 1°C по сравнению с его дневной температурой, составляющей 36°C . При этом шарозавр практически не сжигает калории, полученные днем с пищей. Теплообмен с окружающей средой происходит через кожу животного, его интенсивность пропорциональна перепаду температур между телом шарозавра и окружающей средой, и составляет 50 Вт на 1 м^2 кожи при перепаде в 1°C . Каков примерно радиус «шарика»? Удельная теплоемкость тела шарозавра $4\text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$. Плотность тела шарозавра близка к плотности воды. Объем шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Площадь сферы: $S = 4\pi R^2$.

Задача 5. (25 баллов) Брусек массой $m = 1\text{ кг}$ покоится на шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения $\mu = 3/4$. Какое минимальное усилие необходимо прилагать, чтобы двигать брусок прямолинейно вдоль поверхности с ускорением $a = \mu g$, где $g = 10\text{ м}/\text{с}^2$ — ускорение свободного падения?

Ситуационная задача (20 баллов) В качестве двигательной установки легких беспилотных летательных аппаратов применяется электродвигатель с импеллером, как альтернатива традиционному воздушному винту (пропеллеру). Электродвигатель — 1 с импеллером — 2 представляет собой вентилятор в кольцевом канале (трубе) — 3. С помощью импеллеров можно проводить имитацию воздушно-реактивных двигателей. В этом случае для увеличения тяги в канал — 3 после вентилятора может добавляться горючее, при сжигании которого поток воздуха за счёт уменьшения плотности (при допущении постоянного расхода воздуха) дополнительно разгоняется.



Вентилятор имеет диаметром 120 мм и КПД 60%. Определите необходимую мощность электродвигателя, позволяющего обеспечить номинальную тягу после вентилятора в 10 Н. В расчётах площадью сечения электродвигателя — 1 и втулки — 4 вентилятора пренебречь.

Плотность воздуха примите равной $1,2\text{ кг}/\text{м}^3$. Площадь круга рассчитывается по формуле $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$, где d — диаметр.



Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Физика («Профессор Жуковский»)

Предмет: Физика

Класс: 9

Задание 1 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Показано, что $\text{BCA}=90^\circ$	2
Показано, что $\text{OCA}=2\text{BCA}$	2
Получено соотношение для времени движения по кольцу	2
Получено соотношение для времени движения по кольцу со съездом на хорду	2
Получен верный ответ	2

Задание 2 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Применен закон сохранения механической энергии	4
Найден радиус рулона	2
Найдена масса коврика	2
Получен верный ответ	2

Задание 3 (максимальная оценка 15 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Применен закон сохранения механической энергии	3
Получена связь минимальности начальной скорости с радиусом колеса через ускорение свободного падения	3
Получена и использована формула горизонтальной дальности полета	3
Найдены необходимые тригонометрические функции угла бросания	3
Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения.	3

Задание 4 (максимальная оценка 20 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Записано соотношение для мощности тепловыделения	4
Определено тепло, отданное за ночь	4
Записано уравнение теплового баланса	4
Получен верный ответ в общем	4
Получен верный численный ответ с указанием единицы измерения.	4

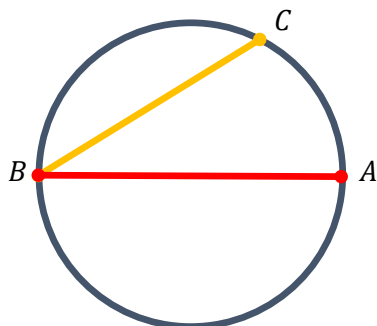
Задание 5 (максимальная оценка 25 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Записан второй закон Ньютона.	5
Определен угол наклона силы полной реакции опоры к вертикали	5
Определен угол наклона вектора mg' к вертикали (если решающий имеет понятие о силе инерции, это приветствуется)	5
Найдено условия минимальности прилагаемого усилия	5
Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения.	5

Задание С (максимальная оценка 20 б.)

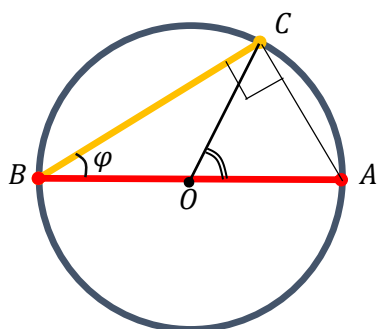
Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	5
Составлена система уравнений и математическая модель	5
Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	5
Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	5

Решения



1. Водитель находится в точке A шоссеиного кольца вокруг города (КАД). Ему надо попасть в противоположную точку диаметра КАД. Но так как диаметр закрыт на ремонт навигатор предложил ехать по кольцу (в любую сторону). Также в точке C можно свернуть на хорду, длина которой составляет $2/3$ диаметра, однако время в пути, при этом окажется тем же. Во сколько раз средняя скорость движения по кольцу выше средней скорости движения по хорде? Движение по кольцу можно считать равномерным.

Решение



Поскольку AB — диаметр, $\angle BSA = 90^\circ$. Тогда время в пути по кольцу и с заездом на диаметр:

$$t = \frac{\pi R}{v_1} = \frac{2\varphi R}{v_1} + \frac{\frac{4}{3}R}{v_2},$$

где $\cos \varphi = 2/3$.

Отсюда искомое отношение скоростей

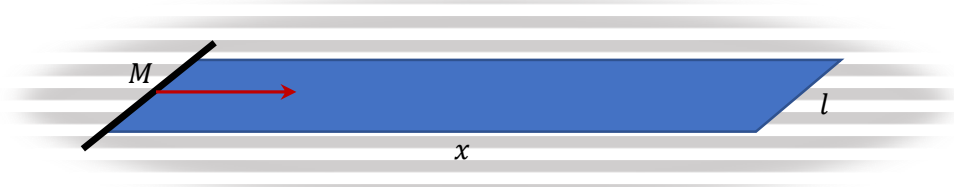
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3\pi}{4} \cdot \left(1 - \frac{2 \arccos \frac{2}{3}}{180^\circ} \right) \cong 1,09.$$

Ответ: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3\pi}{4} \cdot \left(1 - \frac{\arccos \frac{2}{3}}{180^\circ} \right) \cong 1,09$.

Критерии оценивания задачи 1 (10 баллов)

Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)		Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)
1	Показано, что $\angle BSA = 90^\circ$	2
2	Показано, что $\angle OSA = 2\angle BSA$	2
3	Получено соотношение для времени движения по кольцу	2
4	Получено соотношение для времени движения по кольцу со съездом на хорду	2
5	Получен верный ответ	2

2. Длинный тонкий рулон раскатан в лист и лежит на ровном горизонтальном полу. Длина рулона x , ширина l , толщина h , плотность ρ . К концу рулона приклеили трубку массы M . К трубке приложили резкое усилие, в результате чего она покатила. В итоге весь рулон плотно намотался на трубку и в этот момент движение прекратилось. Чему равна начальная кинетическая энергия трубки? Внешний диаметр трубки ничтожен по сравнению с диаметром намотавшегося на нее рулона, а сам рулон нерастяжим, но изгибается без усилия.



Решение.

Закон сохранения механической энергии

$$K = (M + m)R.$$

Будем считать, что объем коврика не меняется в процессе скручивания. Тогда

$$\pi R^2 l = xhl \Rightarrow R = \sqrt{\frac{xh}{\pi}}.$$

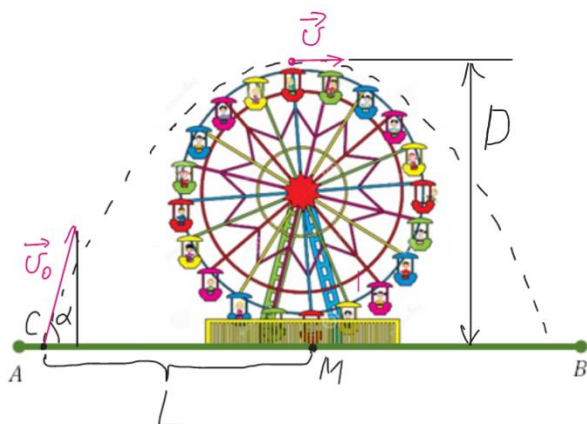
Масса коврика

$$m = \rho xhl.$$

Подставляя в закон сохранения энергии, находим

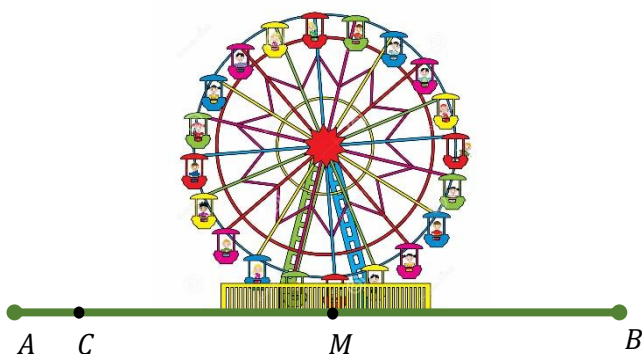
$$K = g(M + \rho xhl) \sqrt{\frac{xh}{\pi}}.$$

Ответ: $K = g(M + \rho xhl) \sqrt{\frac{xh}{\pi}}.$



Критерии оценивания задачи 2 (10 баллов)

Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)		Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)
1	Применен закон сохранения механической энергии	4
2	Найден радиус рулона	2
3	Найдена масса коврика	2
4	Получен верный ответ	2



3. Диаметр колеса обозрения 16 м. Из какой точки C на прямой AB нужно бросить мячик, чтобы он сдул пылинку с крыши кабинки в верхней точке колеса, обладая наименьшей необходимой для этого начальной скоростью? В качестве ответа найдите длину отрезка CM .

Дано: $D = 16$ м. | L —?

Решение

Закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgD.$$

Начальная скорость мячика будет минимальной, если радиус его траектории в высшей точке равен радиусу колеса. Ускорение мячика, при этом равно g . То есть

$$g = \frac{2v^2}{D} \Rightarrow v^2 = \frac{gD}{2}.$$

Подставляя в закон сохранения энергии, находим

$$v_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gD}.$$

Горизонтальная дальность полета (необходимо вывести):

$$2L = 2 \frac{v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha.$$

В свою очередь

$$\cos \alpha = \frac{v_0}{v} = \frac{\sqrt{\frac{gD}{2}}}{\sqrt{\frac{5}{2}gD}} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Подставив эти значения в формулу дальности, окончательно находим

$$L = D = 16 \text{ м.}$$

Ответ: $L = D = 16 \text{ м.}$

Критерии оценивания задачи 3 (15 баллов)

<i>Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)</i>		<i>Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)</i>
1	Применен закон сохранения механической энергии	3
2	Получена связь минимальности начальной скорости с радиусом колеса через ускорение свободного падения	3
3	Получена и использована формула горизонтальной дальности полета	3
4	Найдены необходимые тригонометрические функции угла бросания	3
5	Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения.	3

4. В далеком (или не очень) будущем земляне вступили в эпоху межзвездных путешествий, и в системе одного из желтых карликов Галактики (звезда, того же класса, что и Солнце) открыли планету Архе с биосферой, во многом напоминающей Землю эпохи мезозоя (примерно 70–250 млн лет назад от нашего времени). Среди обитателей Архе внимание ученых привлек вид шарозавров — травоядных гигантов, напоминающих древних земных рептилий, но обладающих уникальным и очень полезным эволюционным приспособлением: в ночное время суток, когда температура окружающей среды снижается до 20°C животное сворачивается «шариком» (отсюда и название). Принимая шарообразную форму, «рептилия» минимизирует площадь поверхности тела и, следовательно, отток тепла из организма. В результате, ночью, длящейся 10 земных часов, температура тела шарозавра снижается лишь на 1°C по сравнению с его дневной температурой, составляющей 36°C. При этом шарозавр практически не сжигает калории, полученные днем с пищей. Теплообмен с окружающей средой происходит через кожу животного, его интенсивность пропорциональна перепаду температур между телом шарозавра и окружающей средой, и составляет

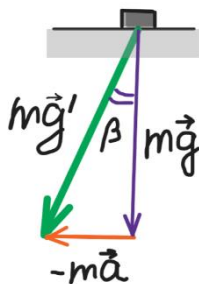
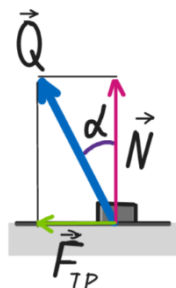
50 Вт на 1 м^2 кожи при перепаде в 1°C . Каков примерно радиус «шарика»? Удельная теплоемкость тела шарозавра $4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Плотность тела шарозавра близка к плотности воды.

Для справки. Объем шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Площадь сферы: $S = 4\pi R^2$.

Дано: $t_0 = 20^\circ\text{C}$, $t = 36^\circ\text{C}$, $\Delta t = 1^\circ\text{C}$, $\tau = 10 \text{ ч}$, $k = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot 1^\circ\text{C})$, $c = 4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ | $R = ?$

Решение

Мощность тепловыделения



$$P = k \cdot 4\pi R^2(t - t_0).$$

Тепло, отданное за ночь

$$Q = c\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta t.$$

Уравнение теплового баланса:

$$c\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta t = k \cdot 4\pi R^2(t - t_0)\tau.$$

Отсюда искомый радиус

$$R = \frac{3k\tau(t - t_0)}{c\rho\Delta t}.$$

Численный расчет:

$$R = \frac{3 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \cdot 16}{4000 \cdot 10^3} \cong 22 \text{ м}.$$

Ответ: $R = \frac{3k\tau(t-t_0)}{c\rho\Delta t} \cong 22 \text{ м}.$

Критерии оценивания задачи 4 (20 баллов)

Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)		Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)
1	Записано соотношение для мощности тепловыделения	4
2	Определено тепло, отданное за ночь	4
3	Записано уравнение теплового баланса	4
4	Получен верный ответ в общем	4
5	Получен верный численный ответ с указанием единицы измерения.	4

5. Брусок массой $m = 1 \text{ кг}$ покоится на шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения $\mu = 3/4$. Какое минимальное усилие необходимо прилагать, чтобы двигать брусок прямолинейно вдоль поверхности с ускорением $a = \mu g$, где $g = 10 \text{ м}/\text{с}^2$ — ускорение свободного падения?

Решение

Запишем 2-й закон Ньютона в векторном виде

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a},$$

или

$$m\vec{g}' + \vec{Q} + \vec{F} = 0,$$

где

$$m\vec{g}' = m\vec{g} - m\vec{a},$$

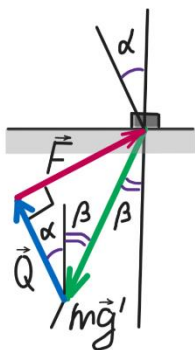
$$\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр.}}$$

Сила $\vec{Q}$ наклонена к вертикали под углом α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu N}{N} = \mu.$$

Сила $m\vec{g}'$ наклонена к вертикали под углом β :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\mu mg}{mg} = \mu = \operatorname{tg} \alpha.$$



Модуль силы $\vec{F}$ будет наименьшим, если она перпендикулярна линии действия силы $\vec{Q}$. Таким образом

$$F_{\text{мин}} = m\sqrt{g^2 + a^2} \sin(\alpha + \beta) = mg\sqrt{1 + \mu^2} \sin 2\alpha =$$

$$= 2mg\sqrt{1 + \mu^2} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2\mu mg}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

Численный расчет

$$F = \frac{2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 10}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = 12 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_{\text{мин}} = \frac{2\mu mg}{\sqrt{1 + \mu^2}} = 12 \text{ Н.}$

Критерии оценивания задачи 5 (25 баллов)

Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)		Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)
1	Записан второй закон Ньютона.	5
2	Определен угол наклона силы полной реакции опоры к вертикали	5
3	Определен угол наклона вектора $m\vec{g}'$ к вертикали (если решающий имеет понятие о силе инерции, это приветствуется)	5
4	Найдено условия минимальности прилагаемого усилия	5
5	Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения.	5

Возможное альтернативное решение.

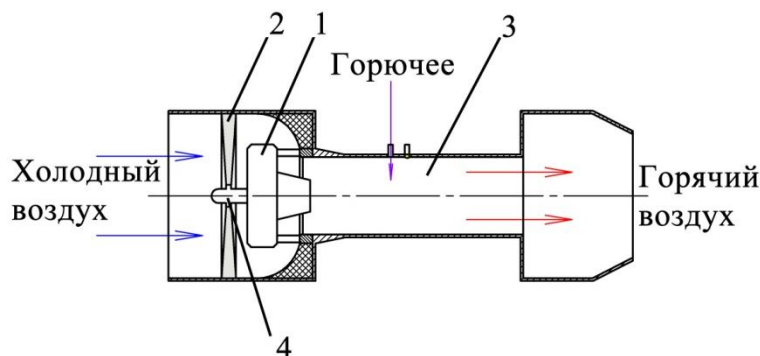
Например, участник может попытаться решить задачу в скалярном виде (сразу все в проекциях). Шансов на успех мало, но вдруг получится. В этом случае предлагается оценивать решение по следующей общей схеме:

Степень продвижения к ответу	% от MAX
Все сделано полностью верно: записаны все необходимые законы, нет ошибок в алгебраических преобразованиях, вычислениях и единицах измерений	100
Записаны все необходимые законы, нет ошибок в алгебраических преобразованиях, но есть ошибки (одна или несколько) в вычислениях и/или единицах измерений	80

Записаны все необходимые законы, но есть ошибки (одна или несколько) в алгебраических преобразованиях	60
Записаны все необходимые законы, но есть ошибки в их записях или формулировках	40
Записаны не все необходимые законы, но что-то из полезного для решения все же сделано.	20
Решение неверно с самого начала или полностью отсутствует	0

Ситуационная задача

В качестве двигательной установки легких беспилотных летательных аппаратов применяется электродвигатель с импеллером, как альтернатива традиционному воздушному винту (пропеллеру). Электродвигатель – 1 с импеллером – 2 представляет собой вентилятор в кольцевом канале (трубе) – 3. С помощью импеллеров можно проводить имитацию воздушно-реактивных двигателей. В этом случае для увеличения тяги в канал – 3 после вентилятора может добавляться горючее, при сжигании которого поток воздуха за счёт уменьшения плотности (при допущении постоянного расхода воздуха) дополнительно разгоняется.



Вентилятор имеет диаметром 120 мм и КПД 60%. Определите необходимую мощность электродвигателя, позволяющего обеспечить номинальную тягу после вентилятора в 10 Н. В расчётах площадью сечения электродвигателя – 1 и втулки – 4 вентилятора пренебречь.

Плотность воздуха при нормальных условиях $1,2 \text{ кг/м}^3$. Площадь круга рассчитывается по формуле $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$, где d – диаметр.

Решение:

Тяга двигателя представляет собой реактивную силу, возникающую за счёт отбрасывания воздуха с высокой скоростью при вращении вентилятора. Запишем второй закон Ньютона для единицы массы расходуемого воздуха в единицу времени, которой сообщается скорость v .

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v}{t} = \frac{m}{t} \cdot v = M \cdot v,$$

где M – секундный массовый расход отбрасываемого вещества, [кг/с].

Мощность воздушного потока можно представить, как произведение силы на скорость

$$N = F \cdot v$$

Объёмный расход воздуха можно найти, зная скорость потока и площадь его сечения

$$V = S \cdot v = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v.$$

Тогда

$$M = V \cdot \rho = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \cdot \rho.$$

Подставив это уравнение в уравнение силы, получим

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho \cdot v^2$$

Откуда скорость потока

$$v = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10}{\pi \cdot 0,12^2 \cdot 1,2}} = 27,1 \text{ м/с}$$

Следовательно, мощность потока

$$N = F \cdot v = F \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{4 \cdot F^3}{\pi \cdot d^2 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,12^2 \cdot 1,2}} = 271 \text{ Вт.}$$

Тогда мощность электродвигателя

$$N_E = \frac{N}{\mu} = \frac{172}{0,6} = 452 \text{ Вт.}$$

Ответ: мощность электродвигателя $N_E = 452 \text{ Вт.}$