Профиль: математика

Вариант: 3 Класс: 10

Задача 1 (12 *баллов*). Дробь $\frac{1}{5}$ записана в виде бесконечной двоичной дроби (в двоичной системе счисления). Сколько единиц среди первых 2022 цифр после запятой содержится в такой форме записи?

Задача 2 (16 *баллов*). Имеется куб, зафиксированный на ножках, и шесть различных красок. Сколькими способами можно покрасить все грани куба (каждую в один цвет, все краски использовать не обязательно) так, чтобы соседние грани (имеющие общее ребро) были разного цвета?

Задача 3 (16 *баллов*). Точка M принадлежит катету AC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C, причем $AM = 2$, $MC = 16$. Отрезок MH – высота треугольника AMB. Точка D расположена на прямой MH так, что угол ADB равен $90°$, и точки C и D лежат по одну сторону от прямой AB. Найдите длину отрезка BL, если L – точка пересечения BD и AC, а тангенс угла ACH равен $1/18$.

Задача 4 (16 *баллов*). Найдите все значения параметра a, при которых система

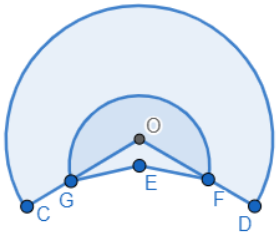
$$\begin{cases} (a|y^3| + a\,|x^3\,| - 8)(x^6 + y^6 - 3a^2) = 0, \\ \sqrt{x^6y^6} = a \end{cases}$$

имеет ровно восемь различных решений.

Задача 5 (20 *баллов*). Внутри правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ расположена правильная четырехугольная призма $KLMNK_1L_1M_1N_1$, основание $KLMN$ которой лежит в плоскости ABC. Центр основания $KLMN$ призмы расположен на отрезке AC, $KL \parallel AC$, $KN \parallel BD$ (точки K и B лежат по одну сторону от AC), сторона основания призмы равна 2, боковое ребро KK_1 призмы равно 3. Вершины L_1 и M_1 верхнего основания призмы $KLMNK_1L_1M_1N_1$ принадлежат боковым граням SBC и SCD пирамиды $SABCD$ соответственно. Плоскость γ проходит через прямую BD и точку L_1. Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью γ, если сторона основания пирамиды равна $8\sqrt{2}$, а её высота равна 12.

Задача 6 (20 *баллов*). Для улучшения жилищных условий горожан в некоторых городах реализуется программа реновации - замена не подлежащего сохранению жилищного фонда путем его сноса и капитального строительства на высвобождаемой территории. Как правило, разбор старых домов и расчистка площадки под новое строительство происходит на ограниченной территории. Поэтому нужна техника (вращающиеся экскаваторы), которая могла бы расчистить наибольшую площадь с наименьшим количеством перемещений.

На рисунке изображена схема рабочей зоны и схема перемещений экскаватора. Встав в начальную точку E, экскаватор первым делом очищает ближнюю к себе площадку (на ней в основном находится металлический лом). Эта площадка представляет из себя сектор окружности, ограниченный большой дугой FG окружности с центром в точке E и радиусом $2\sqrt{2}$ *м*, а также отрезками ее радиусов EF и EG. Затем экскаватор перемещается в точку O и очищает дальнюю от себя площадку (на ней в основном находится кирпичный лом). Эта площадка с внешней стороны ограничена большой дугой CD окружности с центром в точке O и радиусом 6 *м*, отрезками CG и FD (точки F и G находятся на соответствующих радиусах OC и OD), а с внутренней стороны - большой дугой FG первой окружности с центром в точке E.



Определите площадь под кирпичным ломом (без металлических остатков), если точка O находится в 2 метрах от точки E по направлению к центру металлического завала, угол EOD равен $45°$.