Компьютерное моделирование и графика;

тур по математике и инженерной графике

9-й класс

Вариант №3

№1. Число девятиклассников, пишущих олимпиаду по математике, на 45% больше числа восьмиклассников. Школьников распределили по двум корпусам: в первом корпусе оказалось меньше 1000 человек, во втором – больше 1000. Сколько школьников писали олимпиаду во втором корпусе, если в нем оказались $\frac{1}{3}$ девятиклассников и $\frac{6}{7}$ восьмиклассников?

Решение: Пусть число восьмиклассников n, тогда девятиклассников $n\left(1+\frac{45}{100}\right)=\frac{29}{20}n$.

Число школьников в первом корпусе $\frac{2}{3}\cdot\frac{29}{20}\cdot n+\frac{1}{7}\cdot n=\frac{233}{210}n<1000$,

число школьников во втором корпусе $\frac{1}{3}\cdot\frac{29}{20}\cdot n+\frac{6}{7}\cdot n=\frac{563}{420}n>1000$,

следовательно, число n кратно 420.

Получаем, что $746<n<902$, а учитывая кратность 420, $n=840$.

Число школьников во втором корпусе $\frac{563}{420}\cdot 840=1126$.

Ответ: 1126.

Критерии

Баллы	Критерии выставления баллов
10	Полное решение. Обоснованно получен правильный ответ
5	Верно составлена модель задачи и имеются некоторые продвижения в решении
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев

№2. (10 баллов). В треугольнике ABC проведены три биссектрисы AA_1, BB_1, CC_1. Точки N, K, M середины сторон AB, BC и AC, соответственно. Прямые, проходящие через точку N параллельно BB_1 и через точку M параллельно CC_1 пересекаются в точке N_1. Прямые, проходящие через точку N параллельно AA_1 и через точку K параллельно CC_1 пересекаются в точке K_1.

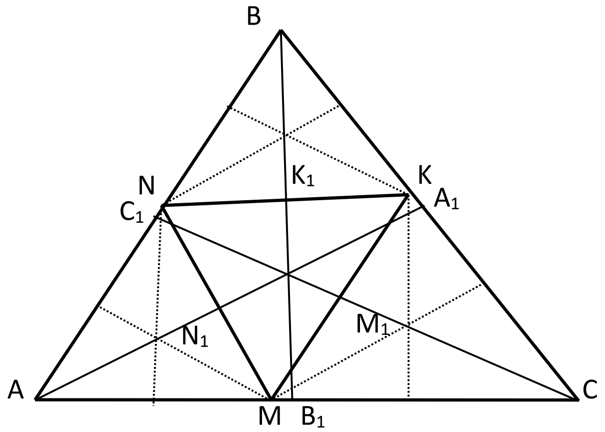
Прямые, проходящие через точку М параллельно AA_1 и через точку K параллельно BB_1 пересекаются в точке M_1. Найдите площадь шестиугольника $NN_1MM_1KK_1$, если площадь треугольника АВС равна 144 см^2.

Ответ: 72 см^2.

Решение.

Очевидно, что треугольники BNK, ANM, MKN и KMC – равные (свойство медиан). Следовательно, $S_{MKN} = 0{,}25 \cdot S_{ABC}$, BK_1, NK_1 и KK_1, биссектрисы треугольника BNK, аналогично AN_1, MN_1 и NN_1, биссектрисы треугольника ANM, а CM_1, KM_1 и MM_1, биссектрисы треугольника KMC. Поэтому $S_{MM_1K} = S_{NK_1B}$, $S_{MN_1N} = S_{KK_1B}$, то есть оставшиеся часть площади искомого шестиугольника равна площади треугольника BNK, но $S_{BKN} = 0{,}25 \cdot S_{ABC}$, следовательно, $S_{NN_1MM_1KK_1} = 0{,}5 \cdot S_{ABC} = 72$ см^2.

Ответ: 72 см^2.



Критерии

Баллы	Критерии выставления баллов
10	Полное решение. Обоснованно получен правильный ответ
5	Найдено, что BK_1, NK_1 и KK_1, биссектрисы треугольника BNK или подобное этому.
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев

№3. Найти все тройки чисел $(a;b;c)$ при которых уравнение $ax^2+bx+c=0$ имеет единственный корень $x=-2$, причём $a+b+c=5$.

Решение: Рассмотрим случай, когда уравнение является квадратным, то есть $a \neq 0$. Число -2 является решением уравнения, если выполняется равенство

$4a-2b+c=0$, квадратное уравнение имеет единственное решение, если дискриминант уравнения равен нулю. Получаем систему $\begin{cases} a+b+c=5 \\ 4a-2b+c=0 \\ b^2-4ac=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} b=a+\dfrac{5}{3} \\ c=\dfrac{10}{3}-2a \\ \left(a+\dfrac{5}{3}\right)^2-4a\left(\dfrac{10}{3}-2a\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{20}{9} \\ c=\dfrac{20}{9} \\ a=\dfrac{5}{9} \end{cases}.$$

Рассмотрим случай, когда уравнение является линейным, то есть $a=0$.
Число -2 является решением уравнения, если выполняется равенство $-2b+c=0$.

Получаем систему $\begin{cases} a=0 \\ -2b+c=0 \\ a+b+c=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ c=2b=\dfrac{10}{3} \\ b=\dfrac{5}{3} \end{cases}.$

Ответ: $\left(0;\dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3}\right)$, $\left(\dfrac{5}{9};\dfrac{20}{9};\dfrac{20}{9}\right)$.

Критерии

Баллы	**Критерии выставления**
10	Обоснованно получен правильный ответ
5	Верно начато решение задачи, получены некоторые промежуточные результаты, дальнейшее решение неверно или отсутствует.
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных условий

№4(б) (10 баллов). Пусть точка M – середина отрезка DF. По данным задачи 4(а) и чертежам к этой задаче, найдите расстояние от точки M до отрезка EF.

Решение.

1) Исходя из данных чертежа $DF=40$; $EE_0=40$. Тогда площадь треугольника DEF $S_{DEF}=\frac{1}{2}EE_0\cdot DF=\frac{1}{2}\cdot 40\cdot 40=800$ $мм^2$.
2) Исходя из данных чертежа, $FE_0=FD-E_0D=40-10=30$ *мм*, тогда по теореме Пифагора $EF=\sqrt{EE_0{}^2+E_0F^2}=\sqrt{40^2+30^2}=50$ *мм*.
3) $S_{DEF}=\frac{1}{2}EF\cdot DD_0=\frac{1}{2}\cdot 50\cdot DD_0=800 \Rightarrow DD_0=\frac{800}{25}=32$ *мм*.
4) ΔMM_0F подобен $\Delta DD_0F \Rightarrow \frac{MM_0}{DD_0}=\frac{MF}{DF}=\frac{1}{2} \Rightarrow$

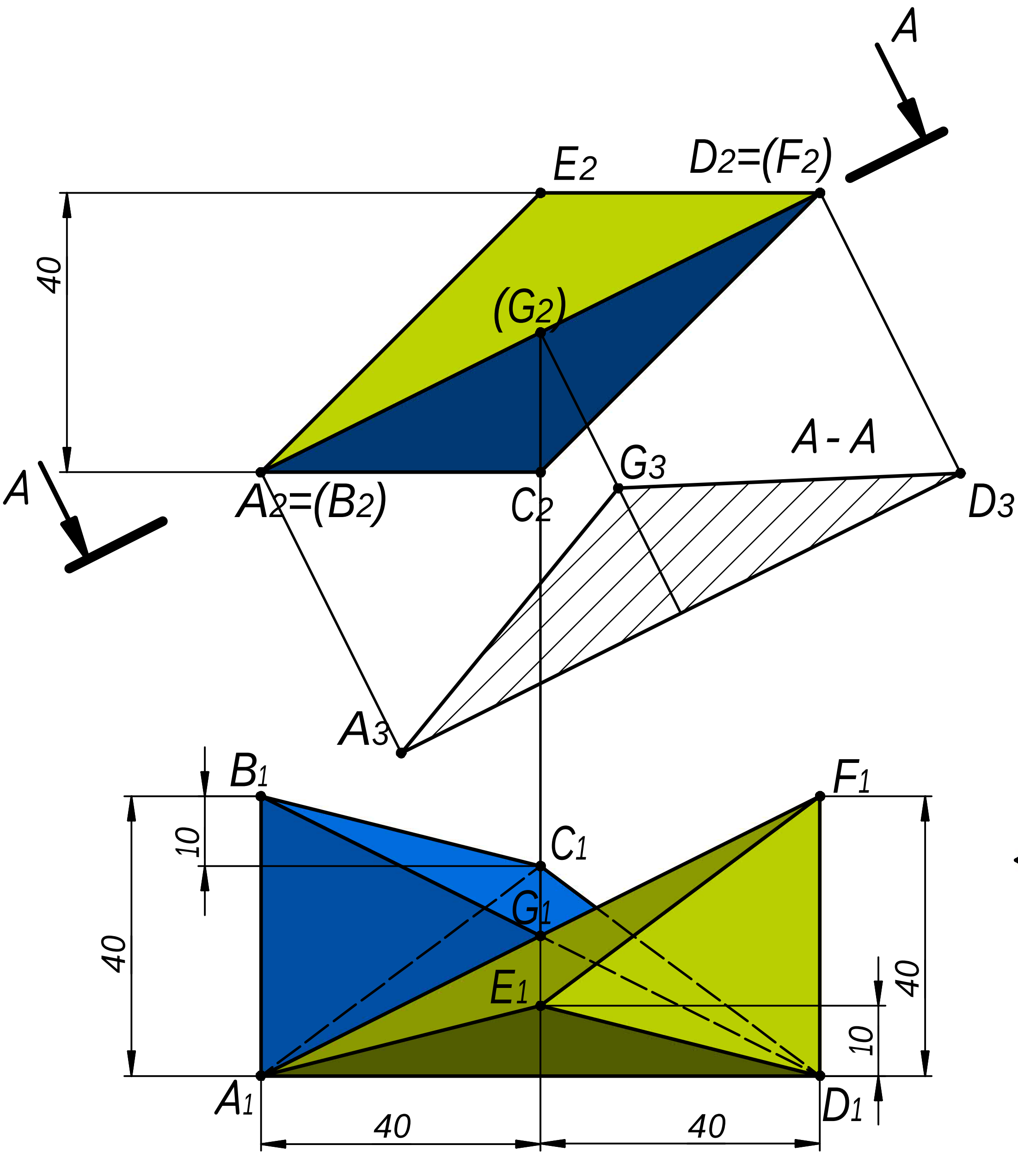
   $MM_0=\frac{1}{2}DF=\frac{1}{2}\cdot 32=16$ *мм*.

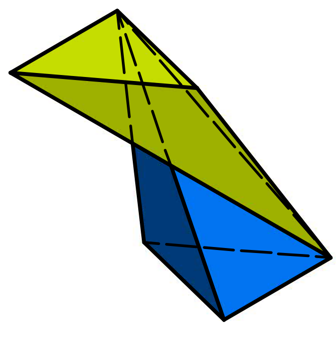
   Ответ: 16 *мм*.

№4.

Баллы	Критерии выставления баллов
10	Полное решение. Обоснованно получен правильный ответ
5	Обоснованно получен промежуточный результат (расстояние от точки D до прямой EF, либо синус угла EFD, либо другой важный результат
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев

Задача 4а.
Даны две проекции треугольника ABC и горизонтальная проекция треугольника DEF. Плоскость треугольника DEF параллельна плоскости треугольника ABC и выше ее на на 40 мм.
Требуется:
1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух пирамид ABCD и DEFA с соблюдением проекционной связи;
2) построить проекции фигуры, общей для обеих пирамид;
3) определить натуральную величину искомой фигуры с помощью графических построений;
4) обозначить видимость ребер пирамид;
5) оформить все изображения по ГОСТ 2.303-306;
6) обозначить и сохранить на чертеже линии построения натуральной величины фигуры, общей для обеих пирамид .

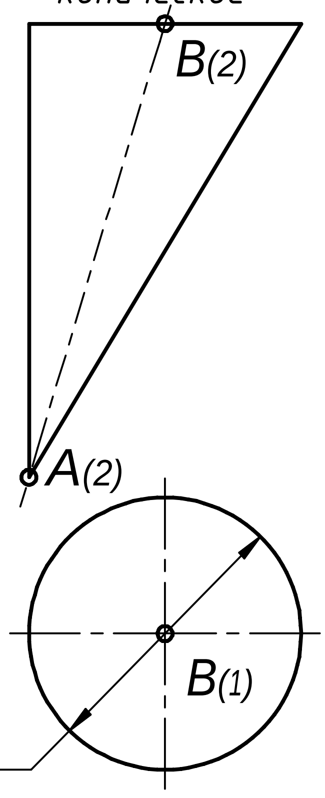




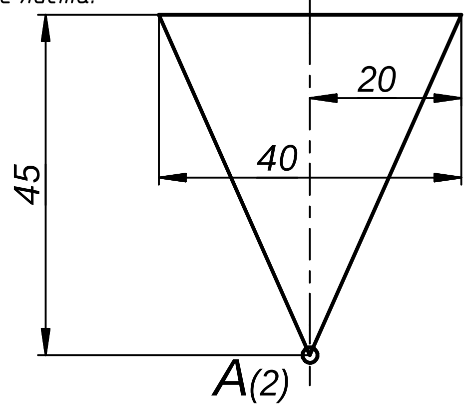
Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.
Вариант: 1 *класс: 7-11*

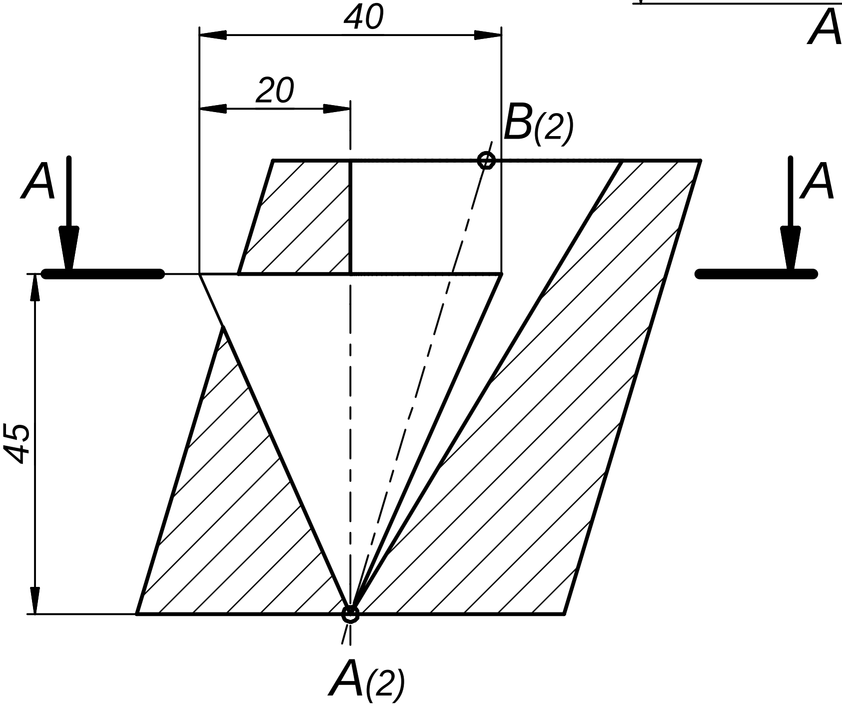
Задача 5 *(15 баллов). Даны две проекции призмы. Требуется:*
1) дополнить заданную деталь вставками по привязкам в точках А и В, в соответствии с ориентацией по координатным осям;
2) выполнить для полученной детали три вида в проекционной связи;
3) на месте соответствующего основного вида оформить изображение как соединение половины вида и половина разреза А-А
4) главный вид оформить фронтальным разрезом;
5) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
6) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
7) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
8) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.
Все построения выполнить на обратной стороне листа.

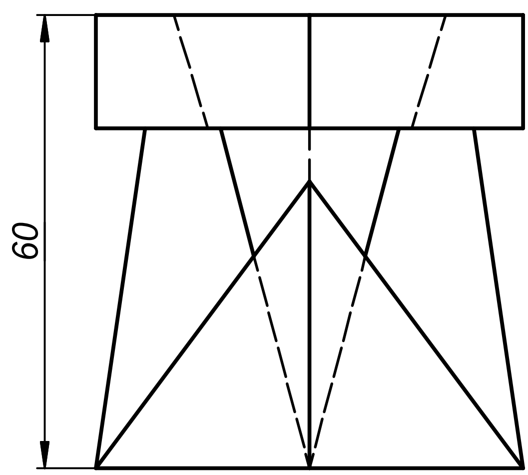
Отверстие коническое



Паз сквозной







А-А