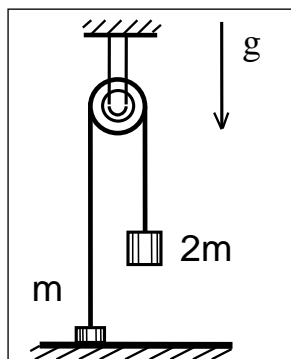
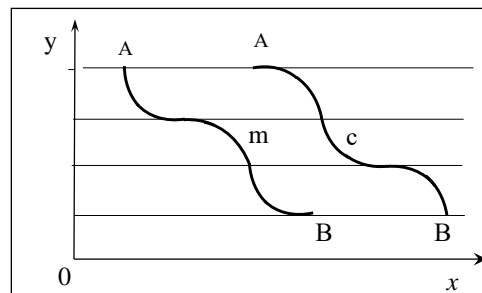


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ 2021–2022»
ВАРИАНТ № 11.

ЗАДАЧА 1. (6 баллов)

Лыжник съезжает с горы, не теряя контакта со склоном, из точки А в точку В по трассе AmВ или AcВ. В каком спуске в точке В лыжник будет иметь большую скорость? Ответ обосновать. Перепады высот и длина спуска в обоих случаях одинаковая. Коэффициенты трения между поверхностями лыж и склона одинаковые для обоих склонов.



ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Два груза массы $2m$ и m связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок. В начальный момент груз массы m удерживают, прижимая его к столу. Затем груз отпускают. На какую максимальную высоту поднимется этот груз над столом, если при ударе груза $2m$ о стол выделяется количество теплоты, равное Q ? Удар абсолютно неупругий. Массой блока и силами трения в блоке пренебречь.

ЗАДАЧА 3. (8 баллов)

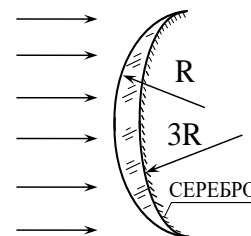
В вертикальном закрытом цилиндрическом сосуде, высота которого $h = 2$ м, а площадь основания $S = 300 \text{ см}^2$, находится тяжелый поршень массы $M = 100$ кг. Первоначально поршень, делящий объем сосуда пополам, уравновешен силами давления газов, находящихся в сосуде. Над поршнем находится гелий массы $m = 1$ г, под поршнем – кислород. Поршень проницаем для гелия и непроницаем для кислорода. Через некоторое время, в результате диффузии гелия, поршень занимает новое равновесное положение, смещаясь вверх. Найдите, на какую величину Δh сместится поршень. Процесс протекает при постоянной температуре $T = 300$ К. Трением пренебречь.

ЗАДАЧА 4. (8 баллов)

При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с $\lambda_1 = 0,35 \text{ мкм}$ и $\lambda_2 = 0,54 \text{ мкм}$ обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в $\eta = 2,0$ раза. Найдите работу выхода с поверхности этого металла. Ответ выразите в электрон-Вольтах.

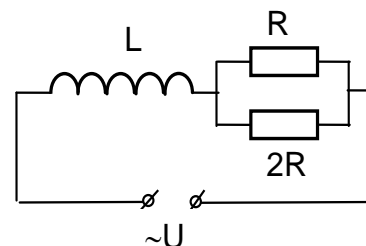
ЗАДАЧА 5. (8 баллов)

Линза имеет радиусы кривизны R и $3R$. Когда заднюю поверхность линзы посеребрили, её оптическая сила стала равной нулю. Найдите показатель преломления стекла, из которого сделана линза.



ЗАДАЧА 6. (12 баллов)

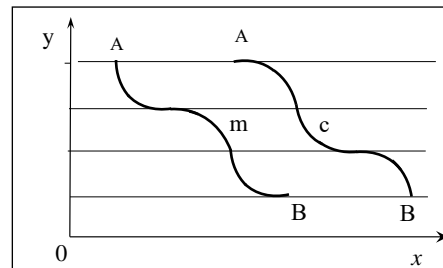
Катушку индуктивности L , соединенную последовательно с резисторами, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением U_0 и круговой частотой ω . Найдите значение сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность.



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ 2021–2022»
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 11.

ЗАДАЧА 1. (6 баллов)

Ответ: В спуске $A \rightarrow B$.

**ЗАДАЧА 2. (8 баллов)**

Ответ: $H = \frac{2Q}{mg}$.

$H = h_1 + h_2$ (1), где h_1 – высота груза m_1 над столом до начала

движения; h_2 – высота подъема груза m_2 над столом после удара груза m_1 о стол.

Используя закон сохранения энергии и уравнение равнопеременного движения, получим

$$Q = W_{K_1} = \frac{m_1 v^2}{2} \quad (2), \quad \text{откуда} \quad v^2 = \frac{2Q}{m_1}.$$

$$h_1 = \frac{v^2}{2a} = \frac{Q}{m_1 a} \quad (3); \quad h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{Q}{m_1 g} \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (1), получим

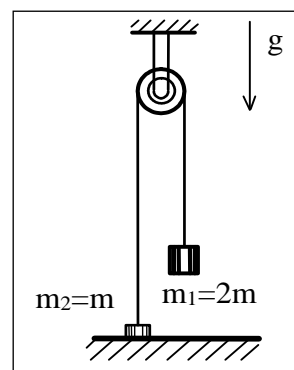
$$H = \frac{Q}{m_1} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{g} \right) \quad (5), \quad \text{где} \quad a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), найдем

$$H = \frac{Q}{m_1} \left(\frac{g+a}{ag} \right) = \frac{Q}{m_1 g} \left(\frac{g}{a} + 1 \right) = \frac{Q}{m_1 g} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} + 1 \right) = \frac{2Q}{(m_1 - m_2)g} \quad (7)$$

Подставим значения $m_1 = 2m$, $m_2 = m$ в (7), найдем

$$H = \frac{2Q}{(2m - m)g} = \frac{2Q}{mg}.$$

**ЗАДАЧА 3. (8 баллов)**

Ответ: $\Delta h = \frac{m_{He} RT}{\mu_{He} Mg} = 0,64 \text{ м}$

1) Условие равновесия поршня до перетекания гелия (в исходном состоянии)

$$P_{He} S + Mg = P_{O_2} S \quad (1) \quad \text{где} \quad P_{He} = \frac{1}{V} \frac{m_{He}}{\mu_{He}} RT = \frac{m_{He} RT}{\frac{h}{2} S \cdot \mu_{He}}.$$

Исходное давление кислорода

$$P_{O_2} = P_{He} + \frac{Mg}{S} = \frac{m_{He} RT}{\frac{h}{2} S \cdot \mu_{He}} + \frac{Mg}{S}.$$

2. Условие равновесия поршня после перетекания гелия и выравнивания его концентрации по всему сосуду

$$Mg = P'_{O_2} S \quad (2)$$

3. По закону Бойля – Мариотта

$$P_{O_2} S \cdot \frac{h}{2} = P'_{O_2} S \left(\frac{h}{2} + \Delta h \right) \quad (3)$$

4. Подставляя в (3) $P_{O_2} = P_{He} + \frac{Mg}{S}$ из (1) и $P'_{O_2} = \frac{Mg}{S}$ из (2), найдем Δh :

$$\Delta h = \frac{h P_{\text{He}} S}{2 Mg} = \frac{h}{2} \cdot \frac{m_{\text{He}} RT}{\frac{h}{2} S \cdot \mu_{\text{He}}} \cdot \frac{S}{Mg} = \frac{m_{\text{He}} RT}{\mu_{\text{He}} Mg} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 300}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 9,8} = 0,64 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 4. (8 баллов)

Ответ: $A = h \frac{c}{3} \left(\frac{4}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 30 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}.$

или $A = 1,9 \text{ эВ}$

Запишем уравнение Эйнштейна для двух длин волн, учитывая, что скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в $\eta = 2,0$ раза для λ_1 и λ_2 , то есть кинетическая энергия первых электронов отличается в 4 раза от вторых.

$$h \frac{c}{\lambda_1} = A + 4T \quad (1)$$

$$h \frac{c}{\lambda_2} = A + T \quad (2) \quad \text{Решая систему уравнений (1), (2), относительно работы}$$

выхода А, получим

$$A = h \frac{c}{3} \left(\frac{4}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = h \frac{c}{3} \left(\frac{4\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2 \cdot \lambda_1} \right) = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (4 \cdot 0,35 - 0,54) \cdot 10^{-6}}{3 \cdot (0,35 \cdot 0,54) \cdot 10^{-12}} = 30 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$$

Или $A = \frac{30 \cdot 10^{-20}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,9 \text{ эВ}$

ЗАДАЧА 5. (8 баллов)

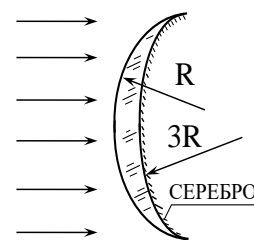
Ответ: $n = 1,5$

Так как свет проходит через линзу, отражается от её задней поверхности и опять проходит через линзу, то $D = 2D_1 + D_2$, где D_1 - оптическая сила линзы, D_2 - оптическая сила выпуклого зеркала, образованного её задней поверхностью.

$$D_1 = (n - 1) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{(n-1)2}{3R}; \quad D_2 = -\frac{2}{3R}.$$

$$\text{Тогда } D = 2D_1 + D_2 = \frac{(n-1)4}{3R} - \frac{2}{3R} = \frac{4n-6}{3R} = 0;$$

$$2n - 3 = 0; \quad n = 1,5$$



ЗАДАЧА 6. (12 баллов)

Ответ: $R = \frac{3}{2} \omega \cdot L.$

1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока $P = I_D^2 R_{\Sigma}$,

где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока при $I_o = \frac{U_o}{Z} = \frac{U_o}{\sqrt{R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2}}$;

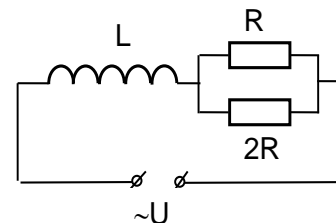
а R_{Σ} - суммарное активное сопротивление цепи.

$$Z = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} - \text{полное сопротивление в цепи}$$

переменного тока.

U_o - амплитудное напряжение источника переменного напряжения.

$$\text{Тогда } I_D^2 = \frac{U_o^2}{2(R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2)}.$$



$$\text{Следовательно, мощность } P = \frac{U_o^2 R_{\Sigma}}{2(R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2)}.$$

Для определения значения сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность, исследуем выражение для мощности, как функцию P от R_{Σ} ,

на экстремум.

Получим

$$P' = \frac{U_o^2}{2} \left[\frac{R_{\Sigma}' (R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2) - (R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2)' \cdot R_{\Sigma}}{(R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2)^2} \right] = \frac{U_o^2}{2} \frac{(R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2) - R_{\Sigma} \cdot 2R_{\Sigma}}{(R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2)^2}$$

$$P' = 0$$

$$P' = \frac{U_o^2}{2} \left[\frac{(R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2) - R_{\Sigma} \cdot 2R_{\Sigma}}{(R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2)^2} \right] = 0$$

$$(R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2) - R_{\Sigma} \cdot 2R_{\Sigma} = 0; \quad (R_{\Sigma}^2 + \omega^2 L^2) - 2R_{\Sigma}^2 = 0,$$

откуда $R_{\Sigma}^2 = \omega^2 L^2$; то есть $R_{\Sigma} = \omega \cdot L$

$$\text{Так как } R_{\Sigma} = \frac{2}{3} R, \quad \text{то } R = \frac{3}{2} \omega \cdot L.$$