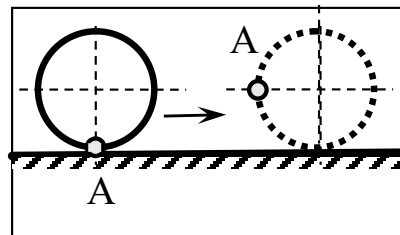


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ 2021–2022»

ВАРИАНТ № 9.

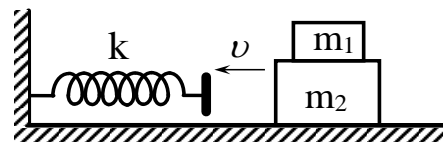
ЗАДАЧА 1. (6 баллов)

Обруч радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Определите модуль вектора перемещения точки A обруча за время, за которое центр обруча пройдет путь, равный четвертой части длины его окружности.



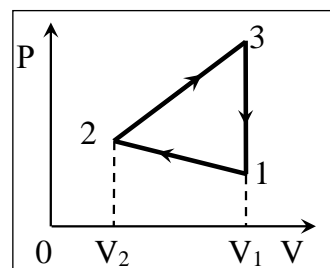
ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Два бруска движутся со скоростью $v = 0,5$ м/с по горизонтальной гладкой поверхности и наталкиваются на упор, соединённый с вертикальной стенкой пружиной жёсткости $k = 100$ Н/м. Определите минимальное значение коэффициента трения между брусками, при котором верхний брусок не будет проскальзывать относительно нижнего в процессе сжатия пружины. Масса верхнего бруска $m_1 = 1$ кг, нижнего бруска $m_2 = 3$ кг. Массами упора и пружины пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

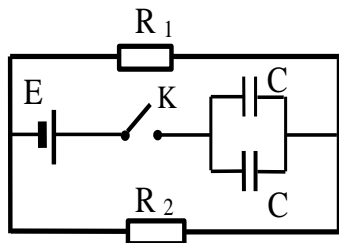


ЗАДАЧА 3. (8 баллов)

С газообразным гелием проводится циклический процесс, состоящий из процессов 1-2 и 2-3 с линейной зависимостью давления от объёма и изохоры 3-1. Найдите отношение объёма в состоянии 1 к объёму в состоянии 2, если в цикле 1-2-3-1 газ совершил работу $A = 400$ Дж, а в изохорическом процессе 3-1 от газа отвели количество теплоты $Q = 1800$ Дж.



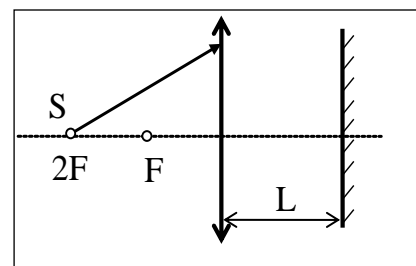
ЗАДАЧА 4. (8 баллов)



В схеме, показанной на рисунке, перед замыканием ключа K батарея, состоящая из двух одинаковых конденсаторов ёмкости C каждый, не была заряжена. Ключ замыкают на некоторое время, в течение которого конденсаторы зарядились до напряжения U . Определите, какое количество теплоты Q_2 выделится за это время на резисторе сопротивления R_1 . ЭДС источника тока равна E , его внутренним сопротивлением пренебречь.

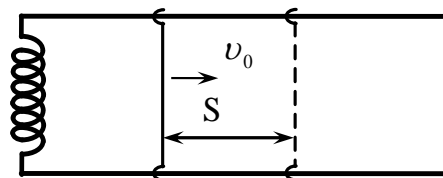
ЗАДАЧА 5. (8 баллов)

Источник света расположен на двойном фокусном расстоянии от собирающей линзы на её главной оптической оси. За линзой перпендикулярно оптической оси расположено плоское зеркало. На каком расстоянии L от линзы необходимо поставить зеркало, чтобы лучи, отраженные от зеркала, пройдя вторично через линзу, стали параллельными её главной оптической оси? Фокусное расстояние линзы равно $F = 0,1$ м.



ЗАДАЧА 6. (12 баллов)

Горизонтальный контур образован двумя замкнутыми на катушку индуктивности параллельными проводами, как показано на рисунке. По проводам без трения может скользить перемычка. Контур помещен в вертикальное однородное магнитное поле. В начальный момент времени неподвижной перемычке сообщают скорость v_0 . Определите время τ , за которое скорость перемычки уменьшится в два раза, если известно расстояние S , которое пройдет перемычка до первой остановки. Сопротивлением всех элементов контура пренебречь.



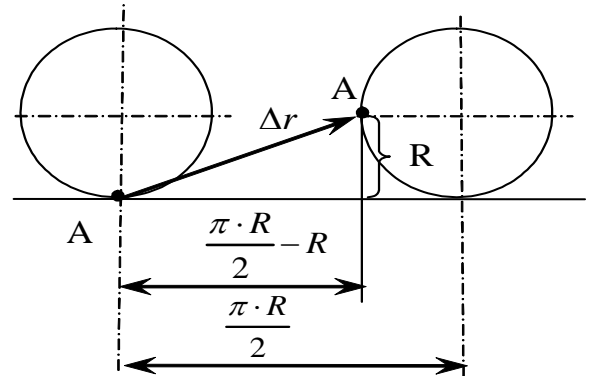
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ 2021–2022»

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 9.

ЗАДАЧА 1. (6 баллов)

Ответ: $\Delta r = R \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - \pi + 2}$

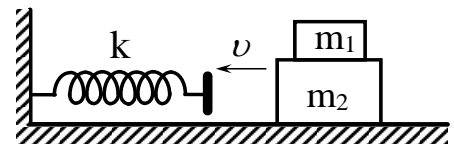
Центр обруча пройдёт путь $S = \frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi \cdot R}{2}$, точка A займёт новое положение, указанное на рисунке. Тогда перемещение Δr точки A:



$$\Delta r = \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot R}{2} - R\right)^2 + R^2} = \sqrt{\frac{R^2(\pi - 2)^2}{4} + R^2} = R \sqrt{\frac{\pi^2 - 4\pi + 4}{4} + 1} = R \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - \pi + 2}.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $\mu \geq \frac{v}{2g} \sqrt{\frac{k}{m}} = 0,25$



При сжатии пружины максимальное ускорение брусьев $a = v \cdot \omega$ (1), где

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{3m + m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ - циклическая частота колебательной системы.}$$

Максимальная величина силы трения покоя, действующей на верхний брусок, $F_{TP} = \mu mg$ и, следовательно, ускорение верхнего бруска $a_1 = \mu \cdot g$ (2). Из (1) и (2) следует, что верхний брусок не будет проскальзывать при условии, что $a \leq a_1$, то есть $v \cdot \omega \leq \mu \cdot g$.

Откуда находим $\mu \geq \frac{v \cdot \omega}{g} \geq \frac{v}{2g} \sqrt{\frac{k}{m}}.$

Подставив числовые значения, получим

$$\mu = \frac{0,5}{2 \cdot 10} \sqrt{\frac{100}{1}} = 0,25 = 0,25$$

ЗАДАЧА 3. (8 баллов)

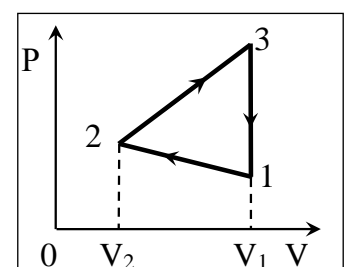
Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = 3$.

Работа равна площади цикла в координатах P – V/

1) $A = \frac{1}{2} (P_3 - P_1)(V_1 - V_2)$ - площадь треугольника

2) $Q_{3-1} = \frac{3}{2} \cdot P_3 V_1 - \frac{3}{2} P_1 V_1 = \frac{3}{2} (P_3 - P_1) \cdot V_1$

3) $\frac{Q_{3-1}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{1} \frac{(P_3 - P_1) \cdot V_1}{(P_3 - P_1)(V_1 - V_2)} = 3 \frac{V_1}{V_1 - V_2}$



$$4) \frac{V_1}{V_1 - V_2} = \frac{Q_{3-1}}{3A} = \frac{1800}{3 \cdot 400} = \frac{3}{2}; \quad 5) \frac{\frac{V_1}{V_2}}{\frac{V_1}{V_2} - 1} = \frac{3}{2}, \quad \text{откуда} \quad \frac{V_1}{V_2} = 3.$$

ЗАДАЧА 4. (8 баллов)

Ответ: $Q_1 = CU(2E - U) \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$

1) На обоих резисторах выделяется количество теплоты

$$Q = A - \Delta W, \quad \text{где}$$

$$2) A = \Delta q E = (C_{\text{БАТ}} U_2 - C_{\text{БАТ}} U_1) E.$$

$$\text{Т.к. } U_1 = 0, U_2 = U; \quad C_{\text{БАТ}} = 2C, \quad \text{то} \quad A = 2CUE$$

$$3) \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{2CU^2}{2} = CU^2 - \text{приращение энергии батареи конденсаторов}$$

$$4) Q = 2CUE - CU^2$$

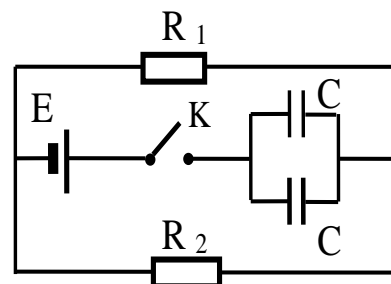
5) Так как $Q = Q_1 + Q_2$ и, поскольку резисторы соединены параллельно, то

$$6) \text{Учитывая, что по закону Джоуля–Ленца } Q = \frac{U^2}{R} \Delta t, \quad \text{то}$$

$$Q_1 = \frac{U^2}{R_1} \Delta t, \quad Q_2 = \frac{U^2}{R_2} \Delta t, \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

7) Из 4), 5) и 6) находим

$$Q_1 = Q \frac{R_2}{R_1 + R_2} = CU(2E - U) \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

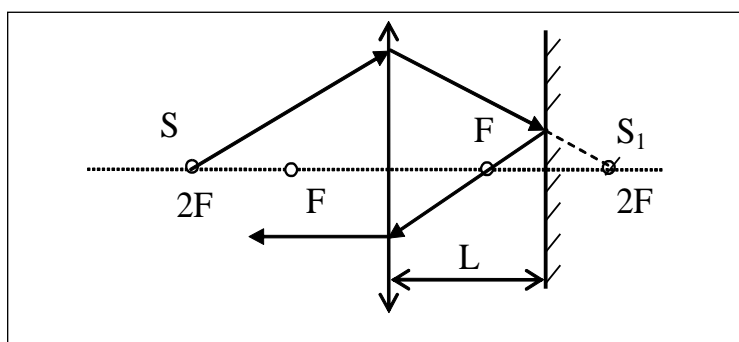


ЗАДАЧА 5. (8 баллов)

Ответ: $L = 3F/2 = 0,15 \text{ м}.$

В отсутствие плоского зеркала изображение S_1 источника располагается на двойном фокусном расстоянии от линзы. Для того чтобы лучи, отраженные от зеркала, пройдя вторично через линзу, стали параллельными, необходимо, чтобы они пересекались в заднем фокусе линзы. Это произойдет в том случае, когда расстояние L между линзой и зеркалом будет равно $3F/2$,

$$\text{то есть } L = \frac{3F}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$$

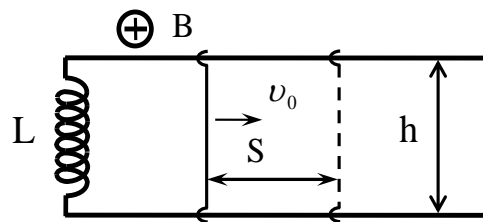


ЗАДАЧА 6. (12 баллов)

Ответ: $\tau = \frac{\pi S}{3v_o}$.

Примем следующие обозначения:

Масса перемычки – m , индуктивность катушки – L , магнитное поле контура – B , расстояние между проводами – h .



Так как сопротивление контура $R = 0$, то суммарная ЭДС в контуре должна быть равна нулю. Значит, суммарный магнитный поток через контур не должен изменяться. Если перемычка сдвинулась на величину x , и в ней появился ток I , то изменение суммарного магнитного потока $\Delta\Phi = Bhx + LI = 0$. Отсюда $I = -\frac{Bh}{L}x$.

По закону Ампера сила, действующая на перемычку с током $F_x = IBh = -\frac{B^2 h^2}{L}x$.

Ускорение перемычки $a_x = \frac{F_x}{m} = -\frac{B^2 h^2}{mL}x$.

Из последнего уравнения следует, что перемычка совершает колебательное движение с круговой частотой $\omega = \frac{Bh}{\sqrt{mL}}$.

Для колебательного движения максимальная скорость $v_{\max} = A\omega$.

В нашем случае $v_{\max} = v_o$ – максимальная скорость перемычки.

$A = S$ – амплитуда колебаний, равная расстоянию, которое проходит перемычка до первой остановки.

Поэтому $v_o = S\omega = \frac{SBh}{\sqrt{Lm}}$.

Скорость перемычки описывается уравнением $v = v_o \cdot \cos(\omega t)$. $\omega = \frac{v_o}{S}$.

Время, за которое скорость перемычки уменьшится вдвое, $t = \tau$, скорость $v = \frac{v_o}{2}$. Тогда

$$\frac{v_o}{2} = v_o \cos \omega \tau, \quad \cos \omega \tau = \frac{1}{2}; \text{ следовательно, } \omega \tau = \frac{\pi}{3}, \quad \text{откуда } \tau = \frac{\pi}{3\omega},$$

Учитывая, что $\omega = \frac{v_o}{S}$, найдём время, в течение которого скорость перемычки

уменьшится вдвое: $\tau = \frac{\pi S}{3v_o}$.