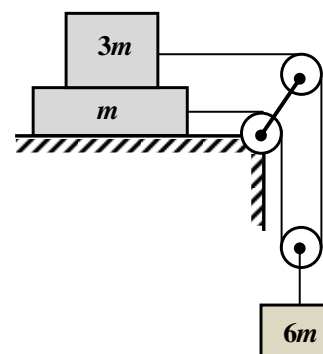


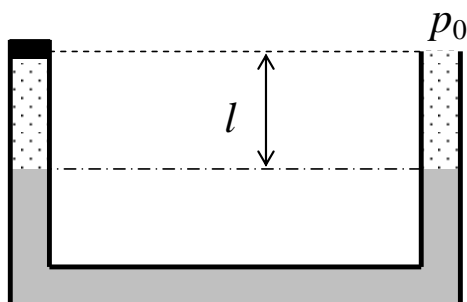
Задача 1 (5 баллов). Мяч бросают вертикально вверх с поверхности земли с такой начальной скоростью, что он достигает максимальной высоты $h = 19$ м. На какой высоте потенциальная энергия мяча была на 10% меньше кинетической? Сопротивлением воздуха пренебречь. Потенциальная энергия мяча на поверхности земли равна нулю.

Задача 2 (5 баллов). Два герметичных сосуда одинакового объема наполнены одинаковыми по химическому составу газами. Содержимому сосудов сообщили одинаковое количество теплоты. В результате после нагревания давление газа во втором сосуде оказалось в три раза больше, чем в первом, а температуры одинаковыми. Чему равна конечная температура газов, если начальная температура газа в первом сосуде $T_1 = 300$ К, а начальная температура газа во втором сосуде $T_2 = 500$ К.

Задача 3 (8 баллов). На гладкой горизонтальной поверхности лежит брусок массой m , а на нем другой брусок массой $3m$. Эти два бруска через систему двух неподвижных и одного подвижного легких блоков связаны с грузом массой $6m$ (см. рисунок). При каких значениях коэффициента трения μ между брусками бруски не будут скользить друг относительно друга? Нити невесомы и нерастяжимы, трением в блоках пренебречь.

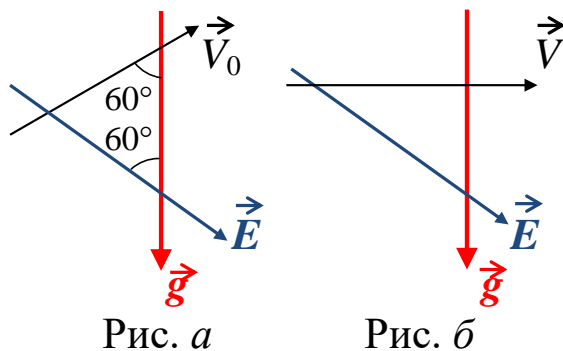


Задача 4 (8 баллов). В U-образную трубку налита ртуть (см. рисунок). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы и находятся на расстоянии $l = 28$ см от верха трубки. При этом правая часть трубки открыта, а левая герметично закрыта пробкой. В пространстве между ртутью и пробкой находится воздух. Сколько грамм ртути нужно долить в правую часть трубки, чтобы разность уровней ртути в левой и правой частях трубки оказалась равной $\Delta l = 9$ см? Площадь сечения трубки равна $S = 1$ см². Атмосферное давление $p_0 = 750$ мм. рт. ст., плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³. Искривлением уровня ртути в трубке пренебречь.



Задача 5 (12 баллов). Система состоит из двух небесных тел, находящихся на расстоянии r друг от друга. Найдите период обращения небесных тел вокруг общего центра масс, если радиус первого небесного тела r_1 , радиус второго небесного тела r_2 , первая космическая скорость для первого небесного тела v_1 , вторая космическая скорость для второго небесного тела v_2 . Радиусы небесных тел много меньше расстояния между ними.

Задача 6 (12 баллов). Отрицательно заряженная частица движется в однородном электрическом поле и однородном поле силы тяжести. В некоторый момент вектор скорости частицы \vec{V}_0 , вектор ускорения свободного падения \vec{g} и вектор напряженности электрического поля \vec{E} , пересекаясь, образуют равносторонний треугольник, как на рисунке а. Через какое время три вектора – скорости частицы \vec{V} , ускорения свободного падения \vec{g} и напряженности электрического поля \vec{E} , пересекаясь, будут образовывать прямоугольный треугольник, как на рисунке б? Считать, что известны модули векторов начальной скорости V_0 , напряженности E , ускорения свободного падения g , а также отношение модуля заряда частицы к ее массе $\gamma = \frac{|q|}{m}$. Исследуйте, при каких значениях напряженности E , подобная конфигурация трех векторов, изображенных на рисунке б, оказывается возможной.



РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ

Задача 1 (5 баллов). Мяч бросают вертикально вверх с поверхности земли с такой начальной скоростью, что он достигает максимальной высоты $h = 19$ м. На какой высоте потенциальная энергия мяча была на 10% меньше кинетической? Сопротивлением воздуха пренебречь. Потенциальная энергия мяча на поверхности земли равна нулю.

Ответ. $h_1 = \frac{9}{19}h = 9$ м.

Решение.

$$\begin{cases} \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = mgh, \\ mgh_1 = 0,9 \cdot \frac{mv_1^2}{2} \end{cases} \Rightarrow h_1 = \frac{9}{19}h = 9 \text{ м.}$$

Критерии оценивания задачи 1.

	Элементы решения	Баллы (макс. 5 баллов)
1	Записан закон сохранения энергии	+1 балл
2	Записана связь потенциальной и кинетической энергий	+1 балл
3	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+2 балл
45	Получен правильный числовой ответ	+1 балл

Задача 2 (5 баллов). Два герметичных сосуда одинакового объема наполнены одинаковыми по химическому составу газами. Содержимому сосудов сообщили одинаковое количество теплоты. В результате после нагревания давление газа во втором сосуде оказалось в три раза больше, чем в первом, а температуры одинаковыми. Чему равна конечная температура газов, если начальная температура газа в первом сосуде $T_1 = 300$ К, а начальная температура газа во втором сосуде $T_2 = 500$ К.

Ответ. $T = \frac{3T_2 - T_1}{2} = 600$ К.

Решение.

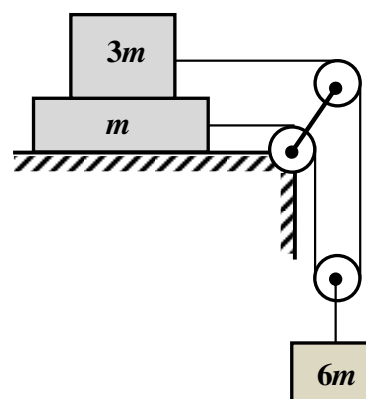
Запишем уравнения конечных состояний газов в сосудах. В первом сосуде $p_1V = \nu_1RT$, во втором – $p_2V = \nu_2RT$. $\Rightarrow \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{p_2}{p_1} = 3$.

Количества тепла $Q = \Delta U = C_{\mu V}\nu_1(T - T_1) = C_{\mu V}\nu_2(T - T_2)$, где $C_{\mu V}$ – молярная теплоемкость при постоянном объеме. $\Rightarrow T = \frac{3T_2 - T_1}{2} = 600$ К.

Критерии оценивания задачи 2.

	Элементы решения	Баллы (макс. 5 баллов)
1	Записаны уравнения состояния газов	+1 балл
2	Получено отношение масс (к-в вещества) газов в сосудах	+1 балл
3	Записано первое начало термодинамики	+1 балл
4	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+1 балл
5	Получен правильный числовой ответ	+1 балл

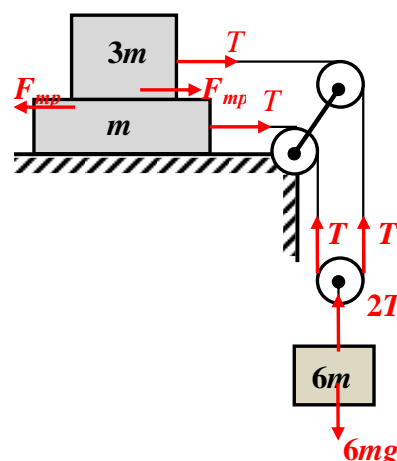
Задача 3 (8 баллов). На гладкой горизонтальной поверхности лежит брусок массой m , а на нем другой брусок массой $3m$. Эти два бруска через систему двух неподвижных и одного подвижного легких блоков связаны с грузом массой $6m$ (см.рис.). При каких значениях коэффициента трения μ между брусками бруски не будут скользить друг относительно друга? Нити невесомаы и нерастяжимы, трением в блоках пренебречь.



Ответ. $\mu \geq 0,2$.

Решение.

Чтобы бруски не скользили друг относительно друга, ускорения всех трех грузов должны быть одинаковы и равны a , а сила трения, действующая между брусками – сила трения покоя $F_{mp} \leq \mu \cdot 3mg$, которая направлена, как на рисунке. Запишем систему уравнений динамики.



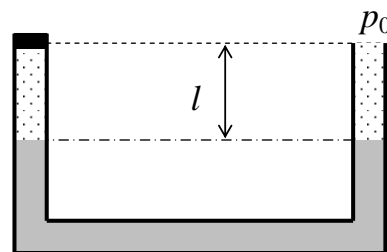
$$\begin{cases} 6mg - 2T = 6ma, \\ T - F_{mp} = ma, \\ T + F_{mp} = 3ma. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,6g, \\ T = 1,2mg, \\ F_{mp} = 0,6mg. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0,6mg \leq \mu \cdot 3mg, \mu \geq 0,2.$$

Критерии оценивания задачи 3.

	Элементы решения	Баллы (макс. 8 баллов)
1	Сделан рисунок и правильно расставлены силы	+2 балла
2	Записаны уравнения динамики	+3 балла (по 1 баллу для каждого тела)
3	Записана формула для силы трения между брусками	+1 балл
4	Сделаны необходимые преобразования	+1 балл
5	Получен правильный ответ в виде неравенства	+1 балл

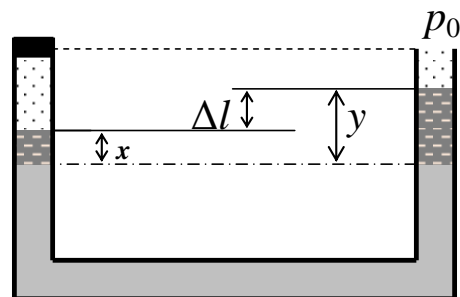
Задача 4 (8 баллов). В U-образную трубку налита ртуть (см. рисунок). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы и находятся на расстоянии $l = 28$ см от верха трубки. При этом правая часть трубки открыта, а левая герметично закрыта пробкой. В пространстве между ртутью и пробкой находится воздух. Сколько грамм ртути нужно долить в правую часть трубки, чтобы разность уровней ртути в левой и правой частях трубки оказалась равной $\Delta l = 9$ см? Площадь сечения трубки равна $S = 1$ см². Атмосферное давление $p_0 = 750$ мм. рт. ст., плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³. Искривлением уровня ртути в трубке пренебречь.



Ответ. $\Delta m = \rho S \Delta l \left(\frac{2l}{H + \Delta l} + 1 \right) = 204$ г.

Решение.

Т.к. в начале уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы, то давление воздуха в левой части трубки равно p_0 . Предположим, что уровень ртути в правой части трубки поднялся на y , а в левой на x (см. рис.), тогда $\Delta l = y - x$, $\Rightarrow y = x + \Delta l$.



Давление воздуха p в левой части трубки найдем с помощью закона Бойля-Мариотта:

$$p(l-x)S = p_0 l S, \Rightarrow p = \frac{p_0 l}{(l-x)}.$$

Давление ртути в левой части трубки равно давлению в правой части на одном и том же уровне: $p + \rho g x = p_0 + \rho g y$.

Используя выше написанные формулы, получим $x = \frac{\rho g l \cdot \Delta l}{p_0 + \rho g \Delta l}$. Эту формулу

удобно упростить, если воспользоваться тем, что $p_0 = \rho g H$, где $H = 0,75$ м. Тогда

$x = \frac{l \cdot \Delta l}{H + \Delta l} = 0,03$ м. Масса ртути, которую нужно долить в левую часть трубки, равна

$$\Delta m = \rho S(2x + \Delta l) = 0,204 \text{ кг.}$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Элементы решения	Баллы (макс. 8 баллов)
1	Указано, что давление воздуха в левой части равно атмосферному	+1 балл
2	Записана формула для давления в левой части сосуда (закон Бойля-Мариотта или уравнение состояния)	+1 балл
3	Записано равенство давлений слева и справа	+2 балла
4	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+2 балла
5	Записана формула для нахождения массы ртути	+1 балл
6	Получен правильный числовой ответ	+1 балл

Задача 5 (12 баллов). Система состоит из двух небесных тел, находящихся на расстоянии r друг от друга. Найдите период обращения небесных тел вокруг общего центра масс, если радиус первого небесного тела r_1 , радиус второго небесного тела r_2 , первая космическая скорость для первого небесного тела v_1 , вторая космическая скорость для второго небесного тела v_2 . Радиусы небесных тел много меньше расстояния между ними.

Ответ. $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{v_1^2 r_1 + \frac{v_2^2 r_2}{2}}}$.

Решение.

1) Пусть m_1, m_2 – массы небесных тел, r – расстояние между ними, x_1, x_2 – радиусы вращения небесных тел, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – угловая скорость вращения тел. Тогда

$$\begin{cases} G \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 \omega^2 x_1, \\ G \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_2 \omega^2 x_2, \\ x_1 + x_2 = r. \end{cases} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G(m_1 + m_2)}}$$

Т.к v_1 – первая космическая скорость, а v_2 – вторая космическая скорость, то

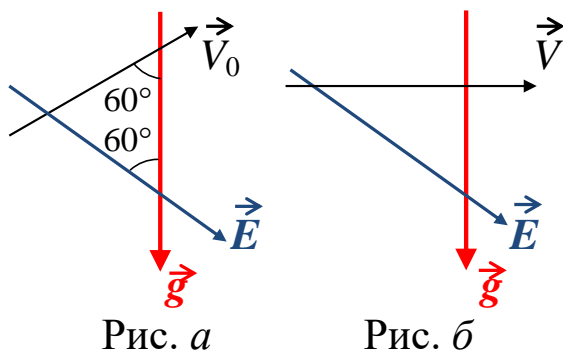
$$2) \frac{mv_1^2}{r_1} = G \frac{mm_1}{r_1^2}, \Rightarrow m_1 = \frac{v_1^2 r_1}{G}. \quad 3) -G \frac{mm_2}{r_2} + \frac{mv_2^2}{2} = 0, \Rightarrow m_2 = \frac{v_2^2 r_2}{2G}.$$

$$4) T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{v_1^2 r_1 + \frac{v_2^2 r_2}{2}}}.$$

Критерии оценивания задачи 5.

	Элементы решения	Баллы (макс. 12 баллов)
1	Записаны уравнения второго закона Ньютона для каждого из небесных тел	+2 балл (по 1 баллу за каждое уравнение)
2	Записана связь периода и угловой скорости (или периода и линейной скорости)	+1 балл
3	Получено выражение для m_1 (используя определение первой космической скорости)	+3 балла
4	Получено выражение для m_2 (используя определение второй космической скорости)	+3 балл
6	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+2 балла
7	Получен правильный ответ	+1 балл

Задача 6 (12 баллов). Отрицательно заряженная частица движется в однородном электрическом поле и однородном поле силы тяжести. В некоторый момент вектор скорости частицы \vec{V}_0 , вектор ускорения свободного падения \vec{g} и вектор напряженности электрического поля \vec{E} , пересекаясь, образуют равносторонний треугольник, как на рисунке а. Через какое время три вектора – скорости частицы \vec{V} , ускорения свободного падения \vec{g} и напряженности электрического поля \vec{E} , пересекаясь, будут образовывать прямоугольный треугольник, как на рисунке б? Считать, что известны модули векторов начальной скорости V_0 , напряженности E , ускорения свободного падения g , а также отношение модуля заряда частицы к ее массе $\gamma = \frac{|q|}{m}$. Исследуйте, при каких значениях напряженности E , подобная конфигурация трех векторов, изображенных на рисунке б, оказывается возможной.



Ответ. $t = \frac{V_0}{\gamma E - 2g}$, $E > \frac{2g}{\gamma}$.

Решение.

Из второго закона Ньютона $m\vec{a} = -q\vec{E} + m\vec{g}$ следует, что $\vec{a} = \vec{g} - \gamma\vec{E} = \overline{const}$. Тогда $\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t$. Т.к. $\vec{V} \perp \vec{g}$, то $(\vec{V}, \vec{g}) = (\vec{V}_0, \vec{g}) + (\vec{a}, \vec{g})t = 0$, $\Rightarrow t = -\frac{(\vec{V}_0, \vec{g})}{(\vec{a}, \vec{g})}$.

Посчитаем теперь $(\vec{V}_0, \vec{g}) = V_0 g \cos 120^\circ = \frac{V_0 g}{2}$ и $(\vec{a}, \vec{g}) = (\vec{g}, \vec{g}) - \gamma(\vec{E}, \vec{g}) = g \left(g - \frac{\gamma E}{2} \right)$.
 $\Rightarrow t = \frac{V_0}{\gamma E - 2g}$. Данная конфигурация векторов возможна, если $E > \frac{2g}{\gamma}$.

Критерии оценивания задачи 6.

	Элементы решения	Баллы (макс. 12 баллов)
1	Записана формула для силы, действующей на заряженную частицу	+1 балл
2	Записан второй закон Ньютона	+1 балл
3	Установлено, что ускорение – постоянный вектор	+1 балл
4	Записана формула для скорости частицы	+1 балл
5	Записано условие перпендикулярности векторов V и g	+2 балла
6	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+3 балла
7	Получен правильный ответ	+1 балла
8	Проведено необходимое исследование	+2 балл