

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ–2021-2022»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»
11 КЛАСС
ВАРИАНТ № 8

ЗАДАЧА 1. (10 баллов)

Маленькая шайба массы $m = 0,86$ кг лежит неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности. В момент времени $t = 0$ на неё начинает действовать горизонтальная сила $F_x(t)$, график которой представляет собой четверть окружности (рис. 1). Максимальное значение силы $F_{x \max} = 10$ Н. Время действия силы $\Delta t = 4$ с. После прекращения действия силы, шайба продолжает двигаться по горизонтальной поверхности и въезжает на незакреплённую горку массы $M = 1,14$ кг с плавно меняющимся углом наклона (рис.2). Шайба поднимается по поверхности горки на некоторую высоту, а затем, не

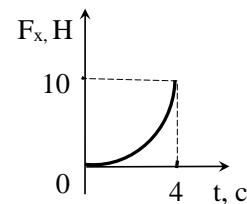
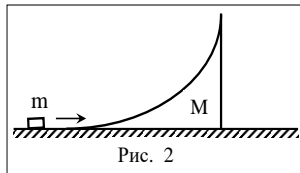


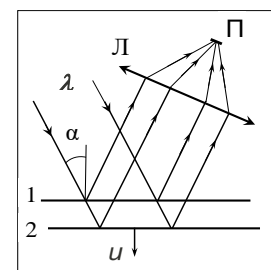
Рис. 1



достигнув вершины, соскальзывает вниз. Найдите модуль скорости шайбы после её соскальзывания. Трением пренебречь.

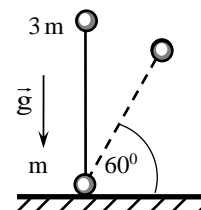
ЗАДАЧА 2. (10 баллов)

В интерференционной схеме параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм падает под углом $\alpha = 60^\circ$ на систему из двух плоскопараллельных, полупрозрачных зеркал 1, 2. Часть светового пучка отражается от зеркала 1, оставшаяся часть, пройдя зеркало 1, частично отражается от зеркала 2, и, снова пройдя зеркало 1, вместе с пучком, отражённым от зеркала 1, с помощью собирающей линзы Л фокусируется на приёмник П, сигнал которого пропорционален интенсивности падающего на него света. Найдите частоту переменного сигнала, регистрируемого приёмником, если второе зеркало равномерно движется относительно первого со скоростью $u = 0,01$ см/с?



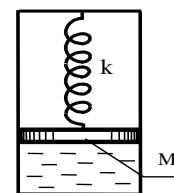
ЗАДАЧА 3. (12 баллов)

На шероховатую горизонтальную поверхность вертикально поставили гантель, состоящую из двух маленьких шариков массами $m_1 = 3$ м и $m_2 = m$, соединённых невесомым жёстким стержнем. Гантель отпускают без начальной скорости, и она начинает падать. Определите величину коэффициента трения между гантелью и плоскостью, если нижний шарик начинает скользить по плоскости, когда угол наклона стержня с плоскостью достигнет $\alpha = 60^\circ$



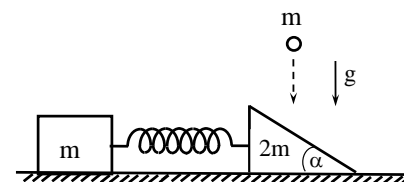
ЗАДАЧА 4. (12 баллов)

Замкнутый, вертикально расположенный цилиндрический сосуд сечением $S = 20$ см², разделён поршнем массы $M = 5$ кг на две части. Нижняя часть цилиндра под поршнем целиком заполнена водой при начальной температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, над поршнем – вакуум. Поршень связан с верхним основанием цилиндра пружиной жёсткости $k = 15$ Н/м. Вначале пружина не деформирована. Определите массу m пара под поршнем при нагревании воды до температуры $t = 100^\circ\text{C}$. Трением и массой пружины пренебречь.



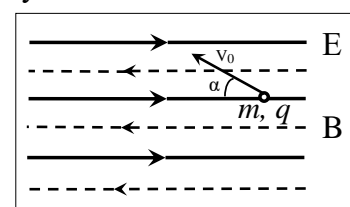
ЗАДАЧА 5. (18 баллов)

На гладкой горизонтальной поверхности расположена треугольная призма массы 2 м с углом $\alpha = 60^\circ$, соединённая невесомой недеформированной пружиной жёсткости k с брусом массы m . Шар массы m падает вертикально вниз и ударяется в призму со скоростью v . Определите величину максимальной деформации пружины при дальнейшем движении тел. Силами трения пренебречь.



ЗАДАЧА 6. (18 баллов)

Частица массы m с положительным зарядом q находится в однородном электрическом и магнитном полях. Напряжённость электрического поля E . Линии индукции магнитного поля параллельны силовым линиям электрического поля. В начальный момент частице сообщают скорость v_0 , направленную под углом α к линиям индукции. Через некоторое время частица возвращается в начальную точку. Найдите время, через которое частица вернётся в начальную точку. Найдите индукцию магнитного поля B , при которой возвращение в начальную точку возможно.



Задача 7 - Ситуационная задача

Устройство для развлекательных полетов представляет собой ранец с двумя управляемыми соплами круглого сечения, через которые с высокой скоростью выбрасывается вода, подающаяся по шлангу с плавучего насоса, следующего за пилотом посредством данного шланга.

Определите необходимую мощность насоса и суммарную площадь сопел для выброса воды, если взлетная масса (пилот+ранец+шланг с водой) составляет 150 кг, а скорость истечения воды 100 м/с.

Возможное решение

1. Работа насоса:

$$A = F \Delta r$$

где Δr — перемещение струи воды. Тогда, учитывая что $F = mg$, определяем искомую мощность

$$N = M_{\pi} g V_{\text{в}} = 150 \cdot 9.81 \cdot 100 = 147.1 \text{ кВт}$$

Где M_{π} — взлетная масса, которая вылетела из ранца, $V_{\text{в}}$ — скорость вылетающей воды

2. Истекающая струя воды передаёт описанной системе импульс:

$$M_{\text{в}} V_{\text{в}} = P$$

Где $M_{\text{в}}$ — масса воды, которая вылетела из ранца, $V_{\text{в}}$ — её скорость

Разделим обе части уравнения на время, за которое эта вода вылетала из ранца:

$$\frac{M_{\text{в}} V_{\text{в}}}{t} = \frac{P}{t}$$

Исходя из уравнения для импульса силы ($P = Ft$), мы можем сказать, что с правой стороны от знака равенства стоит сила тяги ранца. Поскольку пилот находится в равновесии, то эта сила тяги равна силе тяжести, действующей на него:

$$\frac{M_{\text{в}} V_{\text{в}}}{t} = M_{\pi} g$$

$$M_{\text{в}} V_{\text{в}} = M_{\pi} g t$$

$$M_{\text{в}} = \rho V,$$

где V — объем вылетающей воды; $V = S V_{\text{в}} t$, S — площадь сопел.

$$\rho V V_{\text{в}} = M_{\pi} g t$$

$$\rho S V_{\text{в}}^2 t = M_{\pi} g t$$

Определим площадь сопел ранца

$$S = \frac{M_{\pi} g}{\rho V_{\text{в}}^2} = \frac{150 \cdot 9.81}{100^2 \cdot 1000} = 15 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 150 \text{ мм}^2$$

Ответ: $N = 147.1 \text{ кВт}$; $S = 150 \text{ мм}^2$

Пояснения и критерии для членов экспертной комиссии по проверке ситуационной задачи

1. Членам экспертной комиссии предоставляется один из возможных вариантов решения экзаменационных задач. Решение школьника может отличаться от авторского варианта решения, предоставленного комиссии.
2. Корректная проверка решения не может быть осуществлена только по ответам. Основным критерием правильности решения является верное использование физических законов и разумный учёт технических параметров, характеристик и ограничений.

	Верные элементы решения	Количество баллов
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ–2020-2021»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»

11 класс

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 8

ЗАДАЧА 1.. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{v_1 = 1,4 \text{ м/с.}}$

1) Импульс силы, действующей на тело, равен площади под графиком:

$$\Delta P = \left(F_{\max} \cdot \Delta t - \frac{1}{4} \pi F_{\max} \cdot \Delta t \right) = F_{\max} \cdot \Delta t \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = F_m \cdot \Delta t \cdot 0,215 =$$

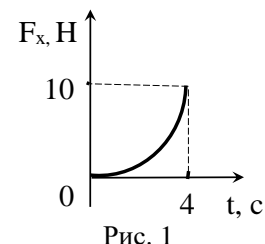
$$= 10 \cdot 4 \cdot 0,215 = 40 \cdot 0,215 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

2) Так как $\Delta P = m \cdot \Delta v$ и учитывая, что начальная скорость тела равна нулю, получаем, что

$$\text{скорость тела после окончания действия силы будет равна: } v = \frac{\Delta P}{m} = \frac{40 \cdot 0,215}{0,86} = 10 \text{ м/с}.$$

3) Используя законы сохранения импульса и механической энергии, получим для модуля скорости после спуска с горки

$$v_1 = \frac{M-m}{M+m} \cdot v = \frac{1,14-0,86}{1,14+0,86} 10 = \frac{0,28}{2} 10 = 1,4 \text{ м/с} . \quad v_1 = 1,4 \text{ м/с} .$$



ЗАДАЧА 2. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{v = \frac{2u \cdot \cos \alpha}{\lambda} = 200 \text{ Гц}}.$

1) Пусть в некоторый момент времени расстояние между зеркалами равно x . Оптическая разность хода между лучами 1 и 2, отражёнными от зеркала, и приходящими в фотоприёмник

$$\Delta = AB + BC - AD = 2AB - AD .$$

$$2) \quad AB = \frac{x}{\cos \alpha}$$

$$3) \quad AC = 2x \cdot \tan \alpha$$

$$4) \quad AD = AC \sin \alpha = 2x \cdot \tan \alpha \cdot \sin \alpha = 2x \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

$$5) \quad \text{Итак, } 2AB - AD = 2 \frac{x}{\cos \alpha} - 2x \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2x}{\cos \alpha} (1 - \sin^2 \alpha) = \frac{2x}{\cos \alpha} \cos^2 \alpha = 2x \cdot \cos \alpha$$

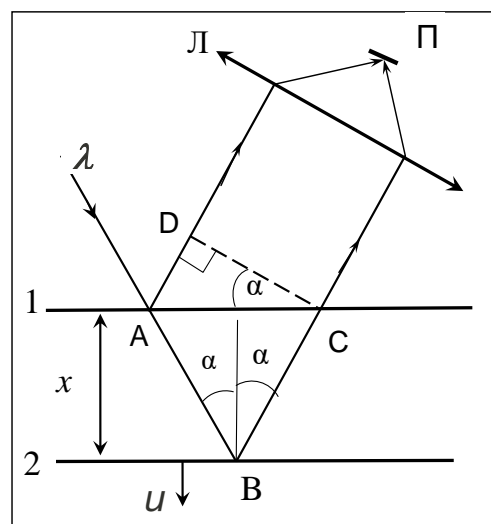
Получили $\boxed{\Delta = 2x \cdot \cos \alpha}$

Величина сигнала, регистрируемая приёмником, будет периодически повторяться с периодом

T при изменении разности хода на длину волны λ . То есть $x = uT$ и $2uT \cdot \cos \alpha = \lambda$.

Откуда $T = \frac{\lambda}{2u \cdot \cos \alpha}$, а частота переменного сигнала

$$v = \frac{1}{T} = \frac{2u \cdot \cos \alpha}{\lambda} = \frac{2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5}{5000 \cdot 10^{-10}} = 200 \text{ Гц} .$$



ЗАДАЧА 3. (12 баллов)

Ответ: $\mu = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1(3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha} = 0,35$, .

Пусть ℓ - длина гантели. Запишем закон сохранения энергии и второй закон Ньютона для верхнего материального шарика.:

$$m_1 g \ell = m_1 g \ell \cdot \sin \alpha + \frac{m_1 v^2}{2} \quad (1)$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = m_1 g \cdot \sin \alpha - T, \quad (2) \quad \text{где } T - \text{сила упругости стержня}$$

Перепишем (1) в виде: $m_1 g \ell (1 - \sin \alpha) = \frac{m_1 v^2}{2}$, откуда

$$\frac{m_1 v^2}{\ell} = 2m_1 g (1 - \sin \alpha). \quad \text{Подставляя это равенство в (2), получим}$$

$$2m_1 g (1 - \sin \alpha) = m_1 g \cdot \sin \alpha - T,$$

$$\text{откуда из (1) и (2) найдём } T = m_1 g (3 \sin \alpha - 2) \quad (3).$$

Условие равновесия нижнего материального шарика:

$$T \cos \alpha = F_{TP}, \quad \text{где } F_{TP} = \mu \cdot N.$$

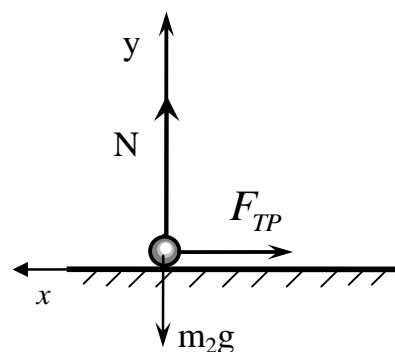
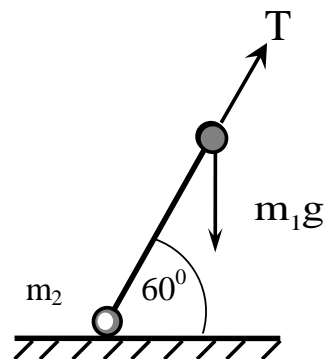
$$N = m_2 g + T \sin \alpha, \quad \text{тогда } T \cos \alpha = \mu(m_2 g + T \sin \alpha).$$

$$\text{Из последнего равенства находим } \mu = \frac{T \cos \alpha}{m_2 g + T \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1(3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha}.$$

Подставляя в последнее выражение значения

$$m_1 = 3m; \quad m_2 = m; \quad \alpha = 60^\circ; \quad \sin 60^\circ = 0,87, \quad \cos 60^\circ = 0,5, \quad \text{получим}$$

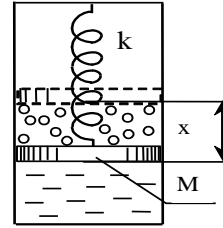
$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1(3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha} = \frac{0,5}{\frac{m}{3m(3 \cdot 0,87 - 2)} + 0,97} = \frac{0,5}{0,55 + 0,87} = \frac{0,5}{1,42} = 0,35.$$



ЗАДАЧА 4. (12 баллов)

Ответ: $m = 11,72$.

При температуре 0°C давление насыщенных паров воды пренебрежимо мало, и в исходном состоянии системы поршень лежит на поверхности воды – его вес компенсирован реакцией опоры воды. При нагревании до 100°C часть воды испарится, пружина сожмётся под действием силы давления насыщенного пара, равной $p_H S$. Смещение поршня определяет величину деформации пружины x .



Запишем условие равновесия поршня в этом состоянии:

$$p_H S = Mg + kx, \quad \text{откуда} \quad x = \frac{p_H S - Mg}{k}.$$

Определить массу пара можно, исходя из уравнения состояния идеального газа (уравнения

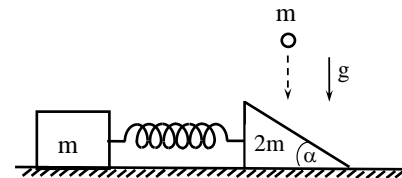
Клапейрона-Менделеева) $p_H S \cdot x = \frac{m}{\mu} RT.$

Учитывая, что давление насыщенного пара при температуре равно нормальному атмосферному давлению p_0 (условие кипения воды) и что абсолютная термодинамическая температура воды $T = t + 273$, получим

$$m = \frac{p_0 \mu S}{R(t + 273)} \frac{(p_0 S - Mg)}{k} = 11,72.$$

ЗАДАЧА 5. (18 баллов)

Ответ: $A = \frac{2v}{11} \sqrt{\frac{2m}{k}}.$



1) Пусть за время удара Δt шарика о клиновидную поверхность призмы между ними действовала сила, среднее значение которой равно F . Тогда $\vec{F} \Delta t = m \vec{v}_1 - m \vec{v}$, где v – скорость шара в момент удара.

Из-за отсутствия трения сила \vec{F} направлена перпендикулярно клиновидной поверхности призмы. В проекциях на координатные оси уравнения второго закона Ньютона для обоих тел будут иметь вид:

$$m v_{1y} - m v = -F \Delta t \cos \alpha, \quad (1)$$

$$m v_{1x} = F \Delta t \sin \alpha, \quad (2)$$

$$m_1 u = F \Delta t \sin \alpha, \quad (3)$$

где v_{1x} – горизонтальная составляющая скорости шара после столкновения,

v_{1y} – вертикальная составляющая скорости шара после столкновения с призмой,

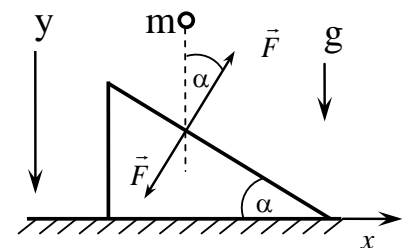
u – скорость призмы, с которой она стала двигаться вдоль оси x .

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1 u^2}{2} \quad (4)$$

2). Из (1), (2) (3) и (4), найдем скорость призмы после удара шара о клиновидную поверхность призмы

$$u = \frac{v \cdot \sin 2\alpha}{\frac{m_1}{m} + \sin^2 \alpha}, \quad (5)$$

3). Запишем закон сохранения импульса системы призма – брусок $m_1 \cdot u = (m_1 + m_2) v_C,$



откуда найдём - скорость центра масс системы:
$$v_C = \frac{m_1 \cdot u}{m_1 + m_2} \quad (6).$$

4). Амплитуду колебаний пружины найдём из закона сохранения энергии.

$$\frac{kA^2}{2} + \frac{m_1 + m_2}{2} v_C^2 = \frac{m_1 u^2}{2} \quad (7).$$

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{m_1 u^2}{2} - \frac{m_1 + m_2}{2} v_C^2; \quad \frac{kA^2}{2} = \frac{m_1 u^2}{2} - \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \frac{(m_1 \cdot u)^2}{(m_1 + m_2)^2};$$

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{m_1 u^2}{2} - \frac{m_1^2 \cdot u^2}{2(m_1 + m_2)}; \quad kA^2 = m_1 u^2 - \frac{m_1^2 \cdot u^2}{(m_1 + m_2)}; \quad kA^2 = \left(m_1 - \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)} \right) u^2;$$

$$kA^2 = \left(\frac{m_1^2 + m_1 \cdot m_2 - m_1^2}{(m_1 + m_2)} \right) u^2; \quad kA^2 = \left(\frac{m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)} \right) u^2; \quad \text{отсюда } A = u \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{k(m_1 + m_2)}}.$$

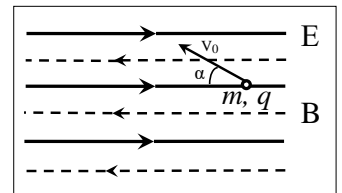
Подставим $u = \frac{v \cdot \sin 2\alpha}{\frac{m_1}{m} + \sin^2 \alpha}$, получим $A = \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{k(m_1 + m_2)}} \cdot \frac{v \cdot \sin 2\alpha}{\frac{m_1}{m} + \sin^2 \alpha}.$

При $m_1 = 2m; \quad m_2 = m; \quad \alpha = 60^\circ$

$$A = \sqrt{\frac{2m \cdot m}{k(2m + m)}} \cdot \frac{v \cdot \sin 2 \cdot 60^\circ}{\frac{2m}{m} + \sin^2 60^\circ} = \sqrt{\frac{2m}{3k}} \cdot \frac{v \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \left(2 + \frac{3}{4}\right)} = \frac{v \sqrt{2m}}{\frac{11}{2} \sqrt{k}} = \frac{2v}{11} \sqrt{\frac{2m}{k}}.$$

ЗАДАЧА 6. (18 баллов)

Ответ:
$$B_N = \frac{2\pi m N}{q t_1} = \frac{\pi E N}{\vartheta_0 \cdot \cos \alpha}.$$



На частицу с зарядом q , будут действовать две силы: сила со стороны электростатического поля $F_E = qE$ и сила Лоренца $F_L = q\vartheta_0 \cdot \sin \alpha B$.

Под действием электрической силы частица движется сначала равнозамедленно, а потом, после остановки, равноускоренно. И после возвращения в начальную точку, её скорость вдоль горизонтального направления снова равна $\vartheta_0 \cdot \cos \alpha$:

$$-\vartheta_0 \cdot \cos \alpha = \vartheta_0 \cdot \cos \alpha - \frac{q}{m} E t_1, \quad \text{где } t_1 - \text{ время возврата частицы в начальную точку.}$$

Отсюда найдём t_1 .
$$t_1 = \frac{2m\vartheta_0 \cdot \cos \alpha}{qE}.$$

В плоскости, перпендикулярной силовым линиям E и B , под действием силы Лоренца частица совершает круговые движения. Найдём период обращения частицы T по окружности радиуса R .

Уравнение движения частицы по окружности
$$\frac{m \cdot (\vartheta_0 \cdot \sin \alpha)^2}{R} = q\vartheta_0 \cdot \sin \alpha B.$$

Период обращения частицы:
$$T = \frac{2\pi R}{\vartheta_0 \cdot \sin \alpha} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Условие возвращения частицы в начальную точку: $t_1 = NT = \frac{2\pi m N}{qB_N}$, где $N = 1, 2, 3, \dots$

Отсюда набор значений B_N , при которых частица возвращается в начальную точку:

$$B_N = \frac{2\pi m N}{q t_1} = \frac{\pi E N}{\vartheta_0 \cdot \cos \alpha}.$$