

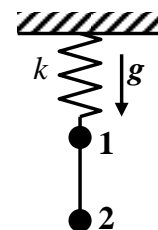
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап

Вариант: 1

Класс: 10

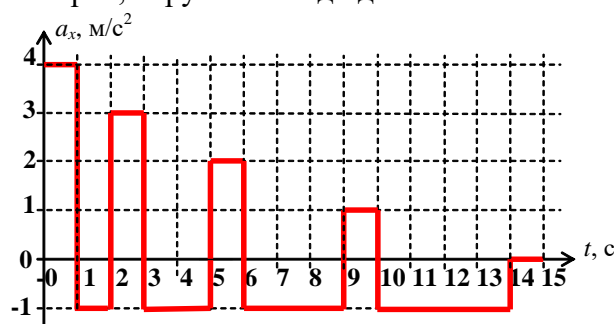
Задача 1 (6 баллов) Автомобиль первую треть пути по шоссе прошел со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, а последнюю треть пути – со скоростью $v_2 = 40$ км/ч. Средний участок пути он двигался со скоростью равной средней скорости его движения только на первом и последнем участках. Чему равна средняя скорость автомобиля на всем пути. Ответ дайте в километрах в час (км/ч), округлив его до целых.

Задача 2 (6 баллов) На легкой пружине подвешены два груза, связанные невесомой нитью (см. рис.). Масса нижнего груза (груз 2) в 4 раза меньше массы верхнего (груз 1). Система находится в равновесии. Неожиданно нить рвется. Чему равно ускорение груза 1 сразу после разрыва нити? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ дайте в метрах в секунду в квадрате (м/с²), округлив его до десятых.



Задача 3 (6 баллов) Маленький шарик массой $m = 20$ г, падает вертикально без начальной скорости и через $t = 2$ с ударяется о наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. Считая удар абсолютно упругим, найдите среднюю силу давления шарика на наклонную плоскость во время удара. Длительность удара $\tau = 0,02$ с. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действием силы тяжести за время удара пренебречь. Ответ дайте в ньютонах (Н), округлив его целых.

Задача 4 (10 баллов) Неопознанный летающий объект (НЛО) возник внезапно и начал двигаться прямолинейно без начальной скорости, а спустя время $t = 15$ с – исчез. Ускорение a_x этого объекта вдоль траектории движения изменяется в зависимости от времени t , как показано на рисунке. На какое максимальное расстояние сместился НЛО за все время наблюдения? Ответ дайте в метрах, округлив его до десятых.



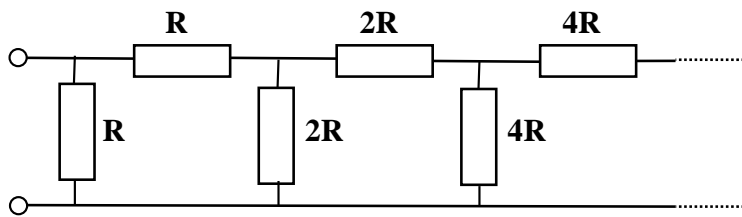
Задача 5 (10 баллов) На подставке лежит груз, связанный с прикрепленной к потолку вертикальной пружинной. В начальный момент времени пружина не растянута, а подставку начинают опускать с ускорением $a_1 = 5$ м/с². Через $t_1 = 1$ с груз отрывается от подставки. Через какое время оторвется от подставки груз, если подставку опускать с ускорением $a_2 = 2$ м/с²? Во втором случае, в начальный момент пружина также не растянута. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ дайте в секундах, округлив его до десятых.

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап

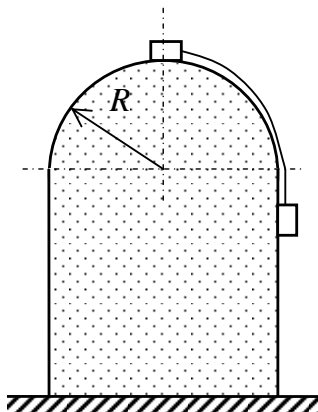
Задача 6 (10 баллов) Сделала бабушка одиннадцать колобков, все одинакового размера, но разной массы. Ближайшие по массе колобки отличаются на 0,1 кг, колобок наименьшей массы весит 1 кг, а наибольшей – 2 кг. Шаловливый внучок расставил колобки в ряд один возле другого в порядке убывания массы, и толкнул первый из них, который массой 2 кг, сообщив ему скорость $v = 3,3$ м/с. В результате колобки стали сталкиваться друг с другом и слипаться, пока не остался один большой кусок теста. Сколько тепловой энергии выделилось после всех столкновений? Ответ дайте в джоулях (Дж), округлив его до сотых.

Задача 7 (17 баллов) Космонавт, работая в открытом космосе, случайно обронил металлическую заготовку, имеющую форму равностороннего треугольника ABC. Заготовка полетела от космической станции. В некоторый момент времени вектор скорости точки A заготовки оказался направленным вдоль стороны AB, а модули скоростей точек A и C равными $V = 300$ м/с. Чему равна скорость точки B в этот же момент времени? Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до целых.

Задача 8 (17 баллов) Чему равно полное сопротивление бесконечной цепи, изображенной на рисунке? Считать, что $R = 100$ Ом. (В каждом следующем звене цепи сопротивления в два раза больше, чем в предыдущем.) Ответ дайте в омах, округлив его до десятых.



Задача 9 (18 баллов) Неподвижная вертикальная горка имеет закругленную вершину в виде полусферы радиуса $R = 10$ м. На горке удерживают систему из двух небольших грузов одинаковой массы, связанных невесомой нерастяжимой нитью, при этом верхний груз находится в самой верхней точке полусферы (см. рис.). Грузы отпускают, и они начинают скользить по горке. Движение грузов происходит в вертикальной плоскости, проходящей через центр полусферы, нить в процессе движения остается натянутой. Какое расстояние пройдет нижний груз до того момента, как верхний груз перестанет давить на горку. Трением между горкой и грузами пренебречь. Ответ дайте в метрах (м), округлив его до десятых.



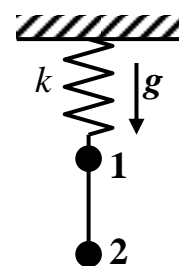
ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Задача 1 (6 баллов) Автомобиль первую треть пути по шоссе прошел со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, а последнюю треть пути – со скоростью $v_2 = 40$ км/ч. Средний участок пути он двигался со скоростью равной средней скорости его движения только на первом и последнем участках. Чему равна средняя скорость автомобиля на всем пути. Ответ дайте в километрах в час (км/ч), округлив его до целых.

Ответ. 48.

Решение. Средняя скорость на всем пути равна его средней скорости на двух равных участках – первом и последнем, т.е. равна $v_{cp.} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 48$ км/ч.

Задача 2 (6 баллов) На легкой пружине подвешены два груза, связанные невесомой нитью (см. рис.). Масса нижнего груза (груз 2) в 4 раза меньше массы верхнего (груз 1). Система находится в равновесии. Неожиданно нить рвется. Чему равно ускорение груза 1 сразу после разрыва нити? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ дайте в метрах в секунду в квадрате (м/с²), округлив его до десятых.



Ответ. 2,5

Решение. До пережигания нити сила упругости $F_{уп} = (m_1 + m_2)g = 5mg$, где $m_1 = 4m$, $m_2 = m$. Эта же сила будет действовать на груз 1 после пережигания нити. Тогда $m_1 a_{1y} = m_1 g - F_{уп} = -mg \Rightarrow$ Груз 1 начнет двигаться вверх с ускорением $a = \frac{g}{4} = 2,5$ м/с².

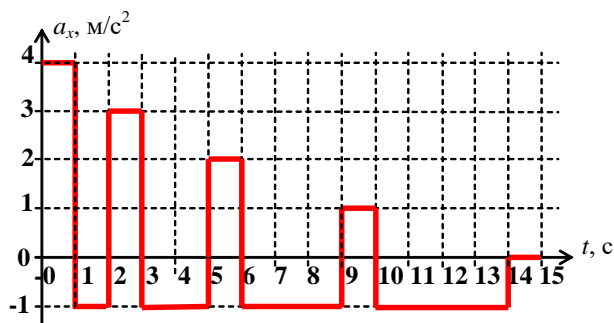
Задача 3 (6 баллов) Маленький шарик массой $m = 20$ г, падает вертикально без начальной скорости и через $t = 2$ с ударяется о наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. Считая удар абсолютно упругим, найдите среднюю силу давления шарика на наклонную плоскость во время удара. Длительность удара $\tau = 0,02$ с. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действием силы тяжести за время удара пренебречь. Ответ дайте в ньютонах (Н), округлив его целых.

Ответ. 20.

Решение. Скорость шарика через $t = 2$ с $v = gt = 20$ м/с. После упругого удара модуль скорости сохраняется. В проекции на ось y , перпендикулярную наклонной плоскости (в пренебрежении силой тяжести): $N\tau = 2mv \cos \alpha$, $\Rightarrow F = N = \frac{2mv \cos \alpha}{\tau} = 20$ Н.

Задача 4 (10 баллов) Неопознанный летающий объект (НЛО) возник внезапно и начал двигаться прямолинейно без начальной скорости, а спустя время $t = 15$ с – исчез. Ускорение a_x этого объекта вдоль траектории движения изменяется в зависимости от времени t , как показано на рисунке. На какое максимальное расстояние сместился НЛО за все время наблюдения? Ответ дайте в метрах, округлив его до десятых.

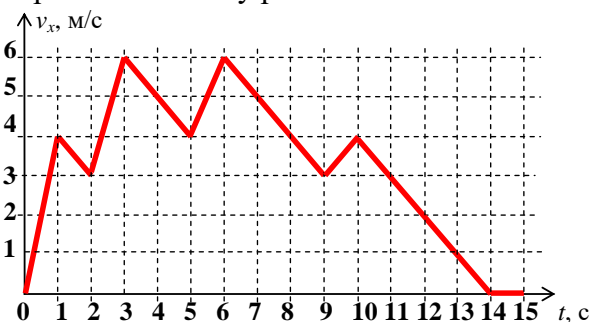
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап



Ответ. 50

Решение. Построим график зависимости скорости объекта от времени $v_x(t)$ (см. рис.).

Площадь фигуры под графиком равна искомому расстоянию $S = 50$ м.



Задача 5 (10 баллов) На подставке лежит груз, связанный с прикрепленной к потолку вертикальной пружинной. В начальный момент времени пружина не растянута, а подставку начинают опускать с ускорением $a_1 = 5 \text{ м/с}^2$. Через $t_1 = 1$ с груз отрывается от подставки. Через какое время оторвется от подставки груз, если подставку опускать с ускорением $a_2 = 2 \text{ м/с}^2$? Во втором случае, в начальный момент пружина также не растянута. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в секундах, округлив его до десятых.

Ответ. 2,0

Решение. Пусть k – жесткость пружины, m – масса груза. В момент отрыва груза от подставки сила нормальной реакции подставки $N = 0$. Тогда

$$\begin{cases} ma_1 = mg - kx_1 = mg - k \frac{a_1 t_1^2}{2}, \\ ma_2 = mg - kx_2 = mg - k \frac{a_2 t_2^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow t_2 = t_1 \sqrt{\frac{(g - a_2)a_1}{(g - a_1)a_2}} = 2 \text{ с.}$$

Задача 6 (10 баллов) Сделала бабушка одиннадцать колобков, все одинакового размера, но разной массы. Ближайшие по массе колобки отличаются на 0,1 кг, колобок наименьшей массы весит 1 кг, а наибольшей – 2 кг. Шаловливый внучок расставил колобки в ряд один возле другого в порядке убывания массы, и толкнул первый из них, который массой 2 кг, сообщив ему скорость $v = 3,3 \text{ м/с}$. В результате колобки стали сталкиваться друг с другом и слипаться, пока не остался один большой кусок теста. Сколько тепловой энергии выделилось после всех столкновений? Ответ дайте в джоулях (Дж), округлив его до сотых.

Ответ. 9,57

Решение. Обозначим $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 1,9 \text{ кг}$, ..., $m_{10} = 1,1 \text{ кг}$, $m_{11} = 1 \text{ кг}$ – массы всех колобков в порядке убывания, u – конечная скорость всех одиннадцати колобков, слипшихся в один кусок. Тогда

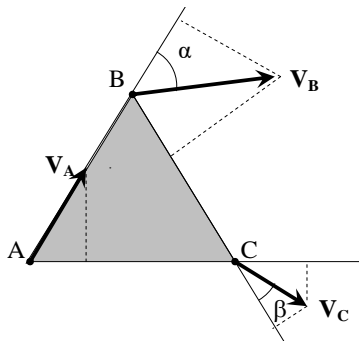
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап

$$m_1 v = \sum_{i=1}^{11} m_i u, \Rightarrow u = \frac{m_1 v}{\sum_{i=1}^{11} m_i}; Q = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{11} m_i u^2 = \frac{m_1 v^2}{2} \frac{\sum_{i=2}^{11} m_i}{\sum_{i=1}^{11} m_i} = 9,57 \text{ Дж.}$$

Задача 7 (17 баллов) Космонавт, работая в открытом космосе, случайно обронил металлическую заготовку, имеющую форму равностороннего треугольника ABC. Заготовка полетела от космической станции. В некоторый момент времени вектор скорости точки A заготовки оказался направленным вдоль стороны AB, а модули скоростей точек A и C равными $V = 300$ м/с. Чему равна скорость точки B в этот же момент времени? Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до целых.

Ответ. 600

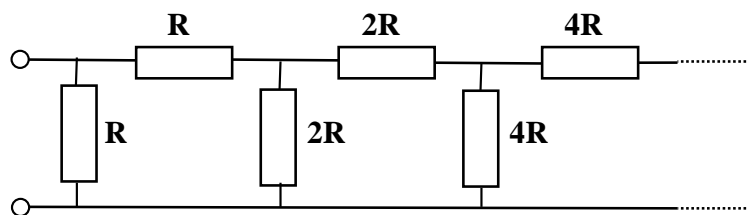
Решение. Воспользуемся условиями жесткости сторон треугольника ABC (см. рис.).



$$\begin{cases} V_A = V_B \cos \alpha, \\ V_B \cos(120^\circ - \alpha) = V_C \cos \beta, \\ V_A \cos 60^\circ = V_C \cos(60^\circ - \beta). \end{cases}$$

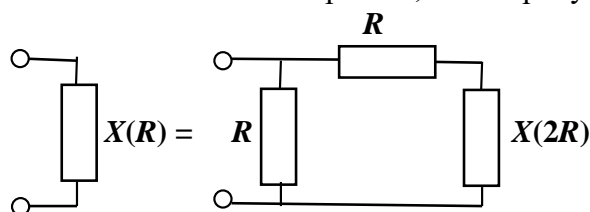
Пользуясь тем, что $V_A = V_C = V$, получим, что $\beta = 0$, $\alpha = 60^\circ$, а $V_B = 2V = 600$ м/с.

Задача 8 (17 баллов) Чему равно полное сопротивление бесконечной цепи, изображенной на рисунке? Считать, что $R = 100$ Ом. (В каждом следующем звене цепи сопротивления в два раза больше, чем в предыдущем.) Ответ дайте в омах, округлив его до десятых.



Ответ. 70,7

Решение. Обозначим сопротивление заданной бесконечной цепи $X(R)$. Тогда заданную цепь можно эквивалентно изобразить, как на рисунке.



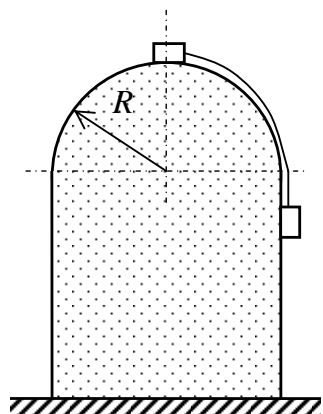
Очевидно, что $X(R)$ можно представить в виде $X(R) = \alpha R$, где α – безразмерный коэффициент. Тогда

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап

$$\frac{1}{X(R)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R+X(2R)}, \Rightarrow \frac{1}{\alpha R} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R+\alpha \cdot 2R}, \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

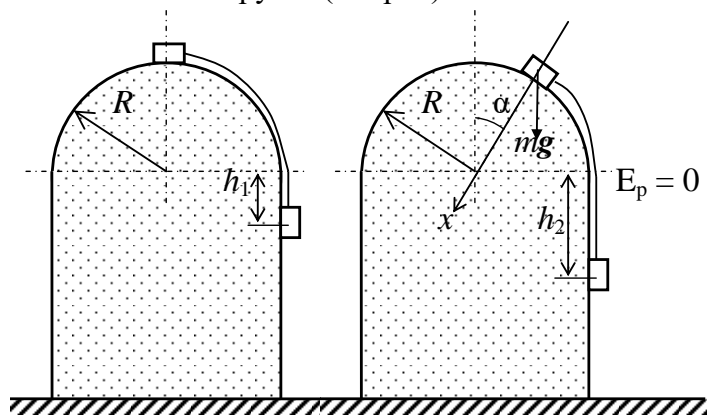
Таким образом, $X(R) = \frac{R}{\sqrt{2}} = 70,7$ Ом.

Задача 9 (18 баллов) Неподвижная вертикальная горка имеет закругленную вершину в виде полусферы радиуса $R = 10$ м. На горке удерживают систему из двух небольших грузов одинаковой массы, связанных невесомой нерастяжимой нитью, при этом верхний груз находится в самой верхней точке полусферы (см. рис.). Грузы отпускают, и они начинают скользить по горке. Движение грузов происходит в вертикальной плоскости, проходящей через центр полусферы, нить в процессе движения остается натянутой. Какое расстояние пройдет нижний груз до того момента, как верхний груз перестанет давить на горку. Трением между горкой и грузами пренебречь. Ответ дайте в метрах (м), округлив его до десятых.



Ответ. 6,2

Решение. Обозначим массы грузов m , скорости грузов в конечном положении, когда верхний груз не давит на горку – v . Запишем закон сохранения энергии для начального и конечного положений грузов (см. рис).



$$mgR - mgh_1 = \frac{mv^2}{2} + mgR \cos \alpha - mgh_2, \text{ где } \Rightarrow h_2 - h_1 = s = R\alpha.$$

В конечный момент, когда груз не давит на горку: $x : mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}.$

В результате для угла α получим уравнение: $2 \cos \alpha = \alpha + 1$, которое решим подбором корня (α в радианах). Искомый угол лежит в интервале $0,623 < \alpha < 0,624$. С точностью до десятых $s = R\alpha = 6,2$ м.