Заключительный этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование и графика) общеобразовательный предмет «Математика», весна 2021 г.

8 класс
Вариант 2

Задача №1

Число $\frac{1830}{2021}$ обратили в бесконечную десятичную дробь, затем стерли первую цифру после запятой и обратили получившуюся бесконечную десятичную снова в обыкновенную. Найти полученную дробь. (10 баллов)

Задача №2

В прямоугольнике $ABCD$ точки M и N середины сторон AD и BC соответственно. На диагонали AC, ближе к точке A, отмечена точка K, так, что прямая KM пересекает продолжение стороны CD в точке L.

Найти величину угла $\angle NLD$, если величина угла $\angle KNL = \alpha$ (15 баллов)

Задача №3.

При каком значении числа k уравнение не имеет решения (15 б.)

$$\frac{3-2kx^2}{2} - \frac{kx^2-8k^2x^2}{3} + 2 = 0$$ (10 баллов)

№4б Дана фигура из условия задачи 4а, т.е. фигура, состоящая из двух пересекающихся пирамид с общим основанием в виде ромба ABCD, вершинами S и M, и одинаковой высотой h=25 $мм$. Вершины S и M находятся с одной стороны относительно плоскости ромба ABCD. SO – высота первой пирамиды, MD – высота второй пирамиды, где O – точка пересечения диагоналей ромба. K – точка пересечения отрезков BM и SD, N – точка пересечения отрезков SO и BM. Вычислите площадь четырёхугольника DKNO (в $мм^2$) (см. условие задачи 4а – раздел материалы заданий Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Компьютерное моделирование и графика» отборочного и заключительного этапов олимпиады, ответы на задания заключительного этапа с указанием выставляемых баллов за каждое задание по графике, прикладному черчению и компьютерному моделированию). (10 баллов)

Решение варианта 2

Задача №1

Число $\frac{1830}{2021}$ обратили в бесконечную десятичную дробь, затем стерли первую цифру после запятой и обратили получившуюся бесконечную десятичную снова в обыкновенную. Найти полученную дробь.

Пусть $\frac{1580}{2021}=0,x_1x_2x_3x_4\ldots$ - бесконечная десятичная дробь.

При помощи деления столбиком найдем первую цифру после запятой: $x_1=9.$

После стирания этой цифры получим число:

$$0,x_2x_3x_4\ldots=x_1,x_2x_3x_4-x_1=10\cdot\frac{1830}{2021}-9=\frac{18300-9\cdot 2021}{2021}=\frac{111}{2021}$$

Ответ: 111/2021.

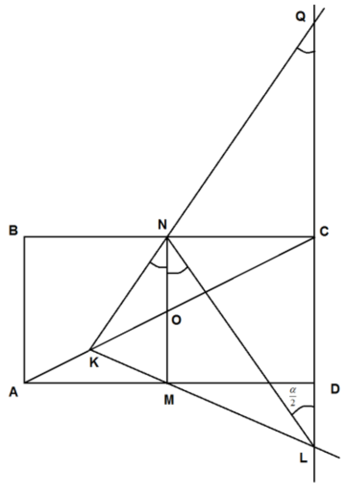
Баллы	Критерии выставления
10 баллов	Задача решена верно
5 баллов	При верном ходе решения допущена арифметическая ошибка. Или не доведена до конечного результата.
0 баллов	Решение не верно.

Задача №2

В прямоугольнике $ABCD$ точки M и N середины сторон AD и BC соответственно. На диагонали AC, ближе к точке A, отмечена точка K, так, что прямая KM пересекает продолжение стороны CD в точке L.

Найти величину угла $\angle NLD$, если величина угла $\angle KNL=\alpha$

Решение



1. Проведем отрезок MN, он пересекает диагональ AC в центре прямоугольника – точка O.
   Продолжим отрезок KN до пересечения с прямой CD в точке Q.
2. $MO=ON$, ΔMKN подобен $\Delta LKQ\Rightarrow LC=CQ\Rightarrow$ в ΔLMQ, отрезок NC высота и медиана $\Rightarrow\angle NLQ=\angle LQN$.
3. $NM\parallel LQ\Rightarrow\angle KNM=\angle KQL$, $\angle MNL=\angle NLQ$ (как соответственные при параллельных прямых).
4. Из 2 и 3
   $\Rightarrow\angle KNL=\angle KNM+\angle MNL=2\angle NLQ=\alpha$
   $\Rightarrow\angle NLQ=\frac{\alpha}{2}$ **Ответ:** $\frac{\alpha}{2}$

Баллы	Критерии выставления
15 баллов	Задача решена верно.
10 баллов	Ход решения верен, но решение не доведено до конца. Доказано, что треугольник NQL равнобедренный.
5 баллов	Доказано одно из утверждений, которое могло бы привести к правильному решению. Например, что угол MNL равен углу NLC.
0 баллов	Решение не верно.

Задача №3.

При каком значении числа k уравнение не имеет решения (15 б.)

$$\frac{3-2kx^2}{2}-\frac{kx^2-8k^2x^2}{3}+2=0$$

Решение: $x^2 8k(2k-1)=-21$, при k=0; k=$\frac{1}{2}$ решений нет, при других k $x^2=\frac{-21}{8k(2k-1)}$; если –k(2k-1)<0 решений нет; при k$\leq 0; k\geq\frac{1}{2}$ нет решений.

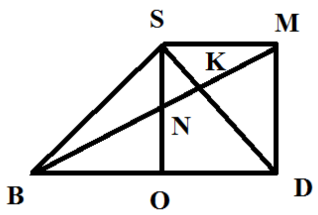
Ответ: k$\leq 0; k\geq\frac{1}{2}$.

Баллы	Критерии выставления
10 баллов	Задача решена верно.
8 баллов	Ответ отличается от верного конечными точками.
5 баллов	Верный ход решения с вычислительной ошибкой.
0 баллов	Решение не верно.

Задача №4

№4б Дана фигура из условия задачи 4а, т.е. фигура, состоящая из двух пересекающихся пирамид с общим основанием в виде ромба ABCD, вершинами S и M, и одинаковой высотой h=25 $мм$. Вершины S и M находятся с одной стороны относительно плоскости ромба ABCD. SO – высота первой пирамиды, MD – высота второй пирамиды, где O – точка пересечения диагоналей ромба. K – точка пересечения отрезков BM и SD, N – точка пересечения отрезков SO и BM. Вычислите площадь четырёхугольника DKNO (в $мм^2$).

Решение. 1) ΔBON подобен треугольнику BDM (по двум углам) $\Rightarrow \frac{ON}{MD}=\frac{BO}{BD}=\frac{1}{2} \Rightarrow SN=ON \Rightarrow \frac{SN}{SO}=\frac{1}{2}$. Треугольник MKS подобен треугольнику BKD $\Rightarrow \frac{SK}{KD}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SK}{SD}=\frac{1}{3}$. По теореме о треугольниках, имеющих равный угол $S_{SKN}=\frac{SN}{SO}\cdot\frac{SK}{SD}\cdot S_{SOD}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{h^2}{2}=\frac{h^2}{12}$. Тогда



$$S_{DKNO}=S_{SOD}-S_{SKN}=\frac{h^2}{2}-\frac{h^2}{12}=\frac{5h^2}{12}=\frac{5\cdot 25^2}{12}=\frac{3125}{12}.$$

Ответ: $\frac{3125}{12}$.

Баллы	Критерии выставления
10	Обоснованно получен правильный ответ
5	Верно определён метод решения задачи, но допущена ошибка в вычислениях или решение не доведено до конца.
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных условий