

Вариант 1

1. Когда на часах было 12.30 по полудню, водитель выехал из Афанасьево в Богданово, куда ему нужно было успеть к 15.30. Автомобиль двигался со скоростью 80 км/ч, но через 2 часа водитель понял, что не успеет в пункт назначения вовремя, двигаясь с той же скоростью. Остаток пути он проехал со скоростью 110 км/ч и прибыл в Богданово вовремя. Определить среднюю скорость автомобиля? Ответ выразить в км/ч.

Решение

Пусть $t = 3$ ч — общее время движения. Очевидно, $t_1 = \frac{2}{3}t$ автомобиль ехал со скоростью $v_1 = \frac{l_1}{t_1} = 80$ км/ч, а $t_2 = \frac{1}{3}t$ — со скоростью $v_2 = \frac{l_2}{t_2} = 110$ км/ч. Тогда средняя скорость автомобиля

$$v = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t} = \frac{2v_1 + v_2}{3} = \frac{2 \cdot 80 + 110}{3} = 90 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right).$$

Ответ: 90 км/ч

2. Сколько килограмм дров нужно сжечь, чтобы прогреть 5 л воды от 0°C до температуры кипения (при нормальном атмосферном давлении), если для полного выкипания того же количества воды (предварительно прогретой до 100°C) потребуется сжечь 1 л бензина? Удельные теплоты сгорания дров и бензина соответственно равны 10 МДж/кг и 44 МДж/кг. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · °C). Удельная теплота кипения воды (при нормальном атмосферном давлении) 2,3 МДж/кг. Плотность бензина 700 кг/м³. КПД процесса в обоих случаях считать одинаковым. Ответ округлить до десятых.

Решение

При сжигании $m_{\text{об}} = 1$ кг бензина выделяется тепло

$$Q_{\text{об}} = q_{\text{б}} \rho V_{\text{об}} = 44 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}} \cdot 0,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{м}^3 = 30,8 \text{ МДж}.$$

Если бы все это тепло пошло на испарение воды, его хватило бы, чтобы обратить в пар

$$m_{\text{макс}} = \frac{Q_{\text{об}}}{r} = \frac{30,8 \text{ МДж}}{2,3 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}} \cong 13,4 \text{ кг}.$$

По объему это значительно превышает 5 л, стало быть не все тепло, выделяющееся при сгорании бензина идет на испарение воды, а так как КПД процессов нагрева и испарения, по условию, одинаков, неверно будет считать, что все тепло, выделившееся при сгорании дров пойдет на нагрев воды.

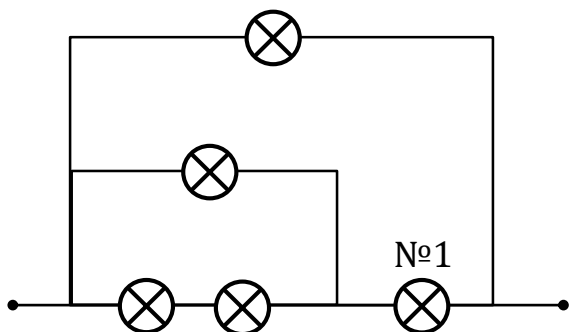
С учетом КПД процессов η имеем

$$\begin{aligned} \eta q_{\text{б}} \rho V_{\text{б}} &= r m_{\text{в}}, \\ \eta q_{\text{д}} m_{\text{д}} &= c m_{\text{в}} \Delta t. \end{aligned}$$

Поделив равенства друг на друга и выражая искомую массу дров, имеем

$$m_{\text{д}} = \frac{q_{\text{б}}}{q_{\text{д}}} \cdot \frac{c \Delta t}{r} \cdot \rho V_{\text{б}} = \frac{44}{10} \cdot \frac{4,2 \cdot 10^5}{23 \cdot 10^5} \cdot 0,7 \cong 0,56 \cong 0,6 \text{ (кг)}.$$

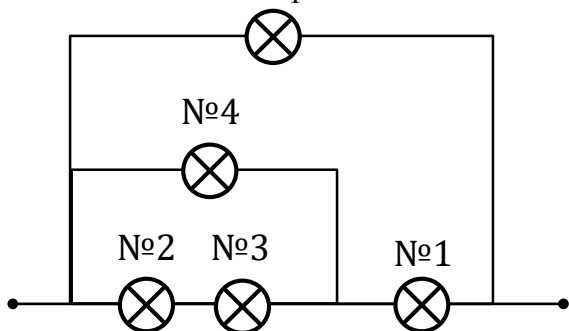
Ответ: 0,6 кг.



3. Пять одинаковых лампочек, мощностью 10 Вт каждая, соединили, как показано на рисунке, и включили в цепь с напряжением, на которое рассчитана одна лампа. Какая мощность будет выделяться на лампочке №1? Ответ выразить в ваттах.

Решение

Пусть R — сопротивление одной лампочки. Для удобства пронумеруем еще 3 лампочки. Тогда сопротивление



$$R_{2-4} = \frac{2}{3}R.$$

Стало быть, если через R_{2-4} течет ток I , напряжение на концах этого соединения

$$U_{2-4} = IR_{2-4} = \frac{2}{3}IR.$$

Через лампочку №1 также течет ток I ,

поэтому напряжение

$$U_1 = IR.$$

Стало быть,

$$\frac{U_1}{U_{2-4}} = \frac{3}{2}.$$

Следовательно

$$U_1 = \frac{3}{5}U,$$

где U — напряжение, поданное на схему. В таком случае на первой лампе выделяется мощность

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R} = \frac{9}{25} \frac{U^2}{R} = \frac{9}{25} P_1 = 3,6 \text{ (Вт)}.$$

Ответ: 3,6 Вт.

4. Электродвигатель питается от батарейки емкостью $q = 500 \text{ мА} \cdot \text{ч}$, характеризующей заряд, который она способна прокачать через себя. При этом батарейка все время работы выдает в цепь обмотки электродвигателя (где генерируется вращающий момент) постоянный ток $I = 2 \text{ А}$, при стабильном напряжении $U = 12 \text{ В}$ на ее клеммах. Обмотка имеет сопротивление $R = 5 \text{ Ом}$. На какую высоту будет поднят груз массой $m =$

20 кг через 20 мин после включения электродвигателя. Обратный ход двигателя блокирует специальное устройство. Ответ выразить в метрах.

Решение

Ток через батарейку

$$I = \frac{q}{t}$$

Отсюда следует, что батарейка будет работать в течение времени

$$t = \frac{q}{I} = \frac{0,5 \text{ А} \cdot \text{ч}}{2 \text{ А}} = 0,25 \text{ ч} = 15 \text{ мин} < 20 \text{ мин.}$$

Таким образом, через 15 мин подъем груза прекратиться, а опуститься после этого груз не сможет, поскольку обратный ход двигателя блокируется.

Мощность, подводимая к двигателю

$$P_{\text{эл}} = UI.$$

Мощность тепловых потерь в обмотке

$$P_Q = I^2 R.$$

Таким образом, в механическую переходит мощность

$$P_M = P_{\text{эл}} - P_Q = (U - IR)I.$$

Следовательно, работа по подъему груза

$$A = P_M t = (U - IR)q,$$

и, по закону сохранения энергии

$$A = mgh.$$

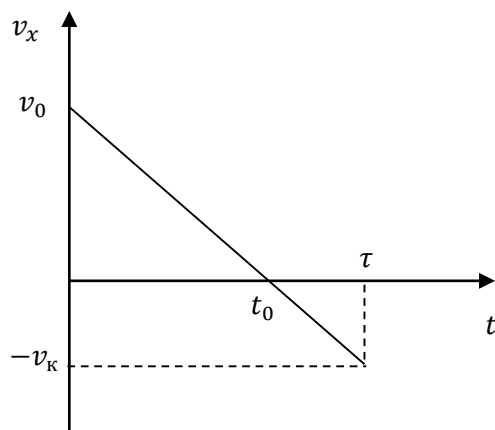
Отсюда искомая высота груза

$$h = \frac{(U - IR)q}{mg} = \frac{(12 - 10) \cdot 0,5 \cdot 3600}{200} = 18 \text{ (м)}.$$

Ответ: 18 м.

5. Материальная точка движется с постоянным ускорением, модуль которого равен 2 м/с^2 , а сам вектор ускорения противоположен вектору начальной скорости. Какой

наименьший путь пройдет точка за 5 с? Ответ выразить в метрах.



Решение

Как видно из графика скорости, путь тела

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} (v_0 t_0 + (v_k (\tau - t_0))) = \frac{1}{2} a (t^2 + (\tau - t)^2) = \\ &= \frac{a}{2} (2t_0^2 - 2\tau t_0 + \tau^2). \end{aligned}$$

В скобках у нас квадратичная функция, график которой — парабола ветвями вверх. Поэтому минимальное значение пути достигается в точке вершины параболы:

$$t_m = \frac{\tau}{2}.$$

Отсюда минимальный путь

$$S_m = \frac{a\tau^2}{4} = 12,5 \text{ м.}$$

Ответ: 12,5 м.

6. Тонкостенный сосуд, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда размерами 10 см × 5 см × 22 см, подвешен на тонкой проволоке в метре от пола. Дно сосуда горизонтально. В сосуд налита воды массой 1,1 кг при температуре 21°C. Аккуратно, не задевая стенок сосуда, до положения равновесия в воду опускают кусок льда массой 0,1 кг при температуре −20°C. Какая температура установится в сосуде после завершения теплообмена? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · °C). Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг · °C). Удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг. Теплоемкостью сосуда и теплообменом с окружающими сосуд телами пренебречь. Считать, что за время опускания в воду лед не успевает обменяться с ней теплом. Ответ выразить в °C и округлить до целых.

Решение

Объем сосуда

$$V_c = 1 \text{ дм} \times 0,5 \text{ дм} \times 2,2 \text{ дм} = 1,1 \text{ л.}$$

Первоначальный объем воды

$$V_{в0} = \frac{m_{в0}}{\rho_{в}} = 1,1 \text{ л} = V_c.$$

Таким образом, вода заполняет сосуд доверху, поэтому при погружении льда, из сосуда объем, вытесненный 0,1 кг, льда, то есть 0,1 л. Стало быть, в теплообмене участвует масса воды $m_{в} = 1 \text{ кг}$.

При нагревании до температуры плавления лед поглотит тепло

$$Q_{л} = c_{л}m_{л}\Delta t_{л} = 2100 \cdot 0,1 \cdot 20 = 4200 \text{ Дж.}$$

Очевидно это снизит температуру воды на 1°C.

Теплота плавления льда

$$Q_{пл} = \lambda m_{л} = 330000 \cdot 0,1 = 33000 \text{ Дж.}$$

Уравнение теплового баланса для дальнейшего хода теплообмена (начиная с плавления льда)

$$c_{в}m_{в}(t_0 - t) = Q_{пл} + c_{в}m_{л}t.$$

Отсюда установившаяся температура в сосуде

$$t = \frac{c_B m_B t_0 - Q_{пл}}{m_L + m_B} = \frac{4200 \cdot 1 \cdot 20 - 33000}{(1 + 0,1) \cdot 4200} \cong 11,04 \cong 11^\circ\text{C}.$$

Ответ: 11 °С.

7. Теплопроводность характеризует способность материала проводить тепло и численно равна тепловой мощности передающейся через единицу площади материала сквозь его единичную толщ при разности температур между получающей и отдающей тепло стороной 1°С. Через квадратный метр бетона толщиной 1 см, при таких условиях, проходит 15 Вт тепла. В комнате размерами 3 м × 6 м высота потолка 2,5 м. Наружная стена более короткая, ее толщина составляет 30 см, а внутренние стены имеют толщину 10 см. Сколько часов в сутки должен работать электрообогреватель, питающейся от сети 220 В, чтобы при выключенных батареях центрального отопления, поддерживать в комнате температуру 20°С, если температура воздуха на улице упадет до 0°С? Через рабочий элемент нагревателя проходит ток 10 А. Комната находится не на первом и не на последнем этаже многоквартирного дома, соседи тоже не хотят мерзнуть, а наличие окон не приводит к изменению скорости теплового потока по сравнению со сплошной бетонной стеной. Ответ округлить до десятых.

Решение

Из условия задачи ясно, что тепло уходит только через внешнюю стену комнаты, причем можно считать ее сплошной. Тогда, по закону сохранения энергии:

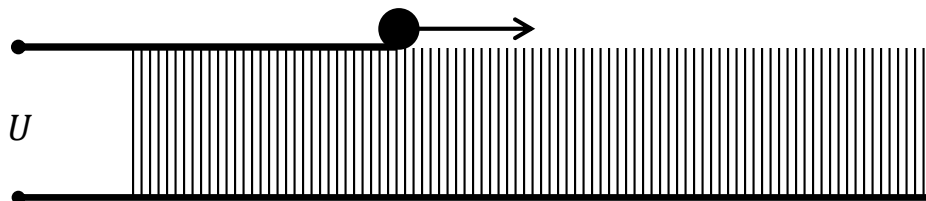
$$UIt = \frac{\alpha}{h} \cdot ab \cdot \Delta\theta \cdot T.$$

Здесь $U = 220$ В, $I = 10$ А, $\alpha = 15 \frac{\text{Вт}\cdot\text{см}}{\text{м}^2\cdot^\circ\text{С}}$, $h = 30$ см, $a = 3$ м, $b = 2,5$ м, $\Delta\theta = 20^\circ\text{С}$, $T = 24$ ч. Отсюда искомое время

$$t = \frac{\alpha ab \Delta\theta}{hUI} T = \frac{15 \cdot 3 \cdot 2,5 \cdot 20 \cdot 24}{30 \cdot 220 \cdot 10} = 0,8 \text{ ч}.$$

Ответ: 0,8 ч.

8. Листовой реостат представляет собой набор очень тонких проволочек с большим удельным сопротивлением, близко расположенных друг к другу и впаянных в твердый диэлектрик. Концы проволочек соединены снизу проводником с пренебрежимо малым сопротивлением. По верхней кромке двигается катушка, разматывая тонкую проводящую ленту, сопротивление которой также пренебрежимо мало. Таким образом, при перемещении катушки вправо величина обратная сопротивлению (называемая в электротехнике проводимостью) растет пропорционально длине размотанной ленты. Если размотать 1 см ленты сопротивление введенной части реостата равно 2 Ом. Когда лента



находилась в крайнем левом положении, т. е. реостат фактически разомкнут, его подключили к источнику постоянного напряжения 10 В, а затем стали двигать ленту вправо со скоростью 5 мм/с. Какое тепло выделится на реостате через 10 с после начала движения ленты? Ответ выразить в джоулях.

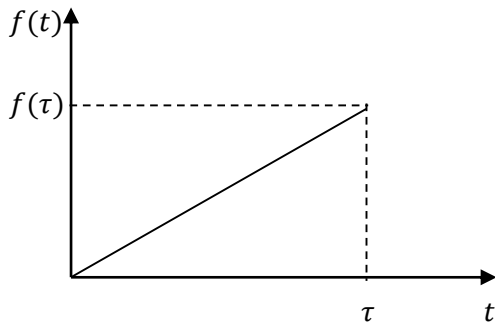
Решение

Величина, обратная сопротивлению (проводимость) реостата зависит от времени по закону

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\rho} vt.$$

Тогда за малое время dt реостат выделит тепло

$$\delta Q = U^2 \frac{1}{R} dt = \frac{U^2 v}{\rho} t dt.$$



Полное тепло, выделенное реостатом, равно сумме всех таких малых теплот и может быть найдено как площадь под графиком функции

$$f(t) = \frac{U^2 v}{\rho} t$$

на временном промежутке от 0 до $\tau = 10$ с. Таким образом

$$Q = \frac{U^2 v \tau^2}{2\rho} = \frac{100 \cdot 0,5 \cdot 100}{2 \cdot 2} = 1250 \text{ (Дж)}$$

Ответ: 1250 Дж.

9. Межзвездный зонд стартует с космической базы, расположенной вдали от массивных гравитирующих объектов. Первые 10 секунд после старта зонд движется с постоянным ускорением $a_0 = 4 \text{ м/с}^2$, а дальше включается т. н. экспоненциально-рывковый режим, в котором ускорение зонда пропорционально его скорости. Коэффициент пропорциональности $b = a/v = 2 \text{ с}^{-1}$. На каком расстоянии от базы окажется зонд, когда он достигнет скорости $v = 200 \text{ м/с}$? Ответ выразить в метрах.

Решение

За время равноускоренного разгона зонд достигнет скорости

$$v_0 = a_0 t_0 = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

и пройдет путь

$$S_0 = \frac{a_0 t_0^2}{2} = 200 \text{ м.}$$

Для экспоненциально-рывкового режима имеем:

$$\frac{dv}{dt} = a = bv = b \frac{dx}{dt},$$

или

$$dv = bdx,$$

или

$$\Delta v = bS_3,$$

где S_3 — путь зонда в экспоненциально-рывковом режиме. Отсюда

$$S_3 = \frac{v - v_0}{b} = 80 \text{ м.}$$

Тогда искомое расстояние

$$S = S_0 + S_3 = 280 \text{ м.}$$

Ответ: 280 м.