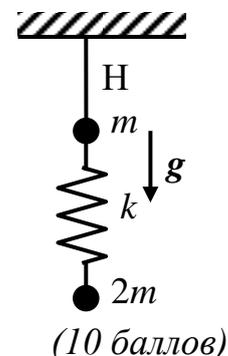


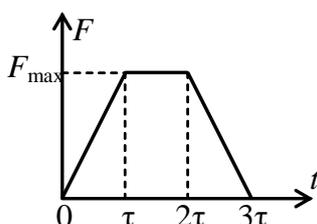
**Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс**

Вариант 7

1. Два груза массами m и $2m$, соединенные легкой пружиной жесткости k , подвешены к потолку с помощью нити Н (см. рис.). С какими ускорениями начнут двигаться грузы, если нить Н пережечь?



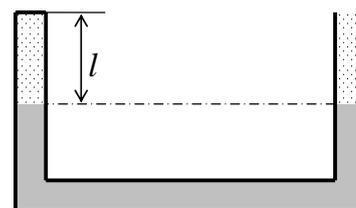
2. В момент старта ракеты начинают работать двигатели, создающие разгоняющую ракету силу. На рисунке приведен график изменения этой силы $F(t)$ от времени t . В момент окончания работы двигателей $t = 3\tau$ ракета приобретает необходимую максимальную скорость v_{\max} . Какой скорости достигает ракета спустя время τ после начала работы двигателей?



3. Камень движется по параболе в однородном гравитационном поле Земли. В процессе движения он проходит последовательно четыре метки на этой параболе, находящиеся в точках A , B , C и D . Известно, что времена прохождения участков траектории AB , BC и CD относятся как $1:2:1$. Чему равно отношение модуля вектора перемещения камня \overline{AD} к модулю вектора перемещения \overline{BC} ? Сопротивлением воздуха пренебречь.

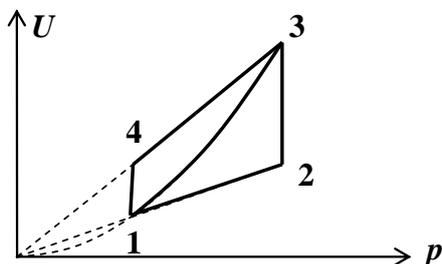
(12 баллов)

4. В U-образную трубку налита ртуть (см. рис.). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы. В левой герметично запаянной части над ртутью находится столбик воздуха длиной $l = 50$ см при температуре $t_0 = 27^\circ\text{C}$. Какой станет разность уровней ртути в левой и правой частях трубки, если воздух в левой ее части нагреть на $\Delta t = 14^\circ\text{C}$? Атмосферное давление равно $H = 750$ мм рт. ст. Искавлением уровня ртути в трубке, а также тепловым расширением ртути и трубки пренебречь. Плотность ртути неизвестна!



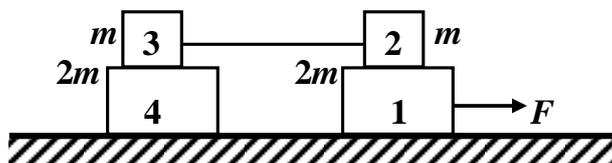
**Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс**

5. На рисунке в координатах $U-p$ (U – внутренняя энергия, p – давление) изображены графики двух циклических процессов 1–2–3–1 и 1–3–4–1. 1–2 и 3–4 – прямолинейные отрезки, продолжения которых проходят через начало координат, 2–3 и 4–1 – прямолинейные вертикальные отрезки, 3–1 – дуга квадратичной параболы, проходящей через начало координат. Постройте графики этих процессов в координатах $p-V$ (V – объем) и определите КПД цикла 1–3–4–1, если КПД цикла 1–2–3–1 известен и равен $\eta_1 = \frac{1}{11}$. Оба цикла совершаются с одним и тем же количеством некоторого (неизвестного) идеального газа.



(16 баллов)

6. На гладкой горизонтальной поверхности расположена механическая система, состоящая из двух грузов массой $m = 1$ кг и двух грузов массой $2m = 2$ кг, изображенная на рисунке. Верхние грузы массой m соединены натянутой невесомой нерастяжимой нитью. Коэффициент трения между грузами m и $2m$ равен $\mu = 0,1$. Горизонтальная сила F , действующая на груз 1 равномерно увеличивается от очень малых значений до совсем больших. При каком наименьшем значении F груз 2 начнет скользить относительно груза 1? При каком значении силы F ускорение груза 1 относительно неподвижной поверхности станет равным $a_1 = 1$ м/с²? Чему при этом значении силы F равны ускорения остальных грузов?



(16 баллов)

6. (20 баллов) Имеется нерастворимый в керосине полидисперсный (с частицами разных размеров) порошок из материала неизвестной плотности. Насыпная плотность (отношение массы к занимаемому порошком объему) материала равна 1450 кг/м³. Средняя плотность материала, залитого керосином – 1950 кг/м³.

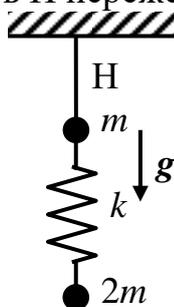
Найдите плотность материала. Плотность керосина принять равной 800 кг/м³.

Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс

РЕШЕНИЯ. ВАРИАНТ 7

Вариант 7

1. Два груза массами m и $2m$, соединенные легкой пружиной жесткости k , подвешены к потолку с помощью нити Н (см. рис.). С какими ускорениями начнут двигаться грузы, если нить Н пережечь?



(10 баллов)

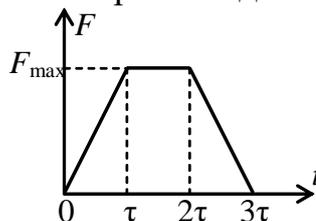
Решение.

До пережигания нити Н пружина растянута и сила упругости равна $F_{\text{упр}} = 2mg$.

После пережигания нити Н. $ma_1 = mg + F_{\text{упр}} = 3mg$, $\Rightarrow a_1 = 3g = 30 \text{ м/с}^2$.

$2ma_2 = 2mg - F_{\text{упр}} = 0$, $\Rightarrow a_2 = 0$.

2. В момент старта ракеты начинают работать двигатели, создающие разгоняющую ракету силу. На рисунке приведен график изменения этой силы $F(t)$ от времени t . В момент окончания работы двигателей $t = 3\tau$ ракета приобретает необходимую максимальную скорость v_{max} . Какой скорости достигает ракета спустя время τ после начала работы двигателей?



(10 баллов)

Решение.

Обозначим m массу ракеты и запишем закон изменения импульса ракеты за интервалы времени $(0, 3\tau)$ и $(0, \tau)$.

$$mv_{\text{max}} = \frac{1}{2} F_{\text{max}} (3\tau + \tau) = 2F_{\text{max}} \tau, \quad mv_1 = \frac{1}{2} F_{\text{max}} \tau. \Rightarrow v_1 = \frac{v_{\text{max}}}{4}.$$

3. Камень движется по параболе в однородном гравитационном поле Земли. В процессе движения он проходит последовательно четыре метки на этой параболе, находящиеся в точках А, В, С и D. Известно, что времена прохождения

Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс

РЕШЕНИЯ. ВАРИАНТ 7

ния участков траектории AB , BC и CD относятся как 1:2:1. Чему равно отношение модуля вектора перемещения камня \overline{AD} к модулю вектора перемещения \overline{BC} ? Соппротивлением воздуха пренебречь.

(12 баллов)

Решение.

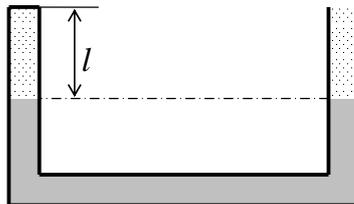
Обозначим скорость камня в точке A \vec{v}_0 , время прохождения участков AB и CD через τ , тогда время прохождения участка BC будет 2τ , а всего участка AD 4τ . Тогда скорость камня в точке B $\vec{v}_B = \vec{v}_0 + \vec{g}\tau$.

$$\overline{AD} = \vec{v}_0 \cdot 4\tau + \frac{\vec{g}(4\tau)^2}{2} = 4\vec{v}_0 \cdot \tau + \vec{g} \cdot 8\tau^2,$$

$$\overline{BC} = \vec{v}_B \cdot 2\tau + \frac{\vec{g} \cdot (2\tau)^2}{2} = (\vec{v}_0 + \vec{g}\tau) \cdot 2\tau + \vec{g} \cdot 2\tau^2 = \vec{v}_0 \cdot 2\tau + \vec{g} \cdot 4\tau^2.$$

Откуда следует, что $\overline{AD} = 2\overline{BC}$, соответственно $\frac{|\overline{AD}|}{|\overline{BC}|} = 2$.

4. В U-образную трубку налита ртуть (см. рис.). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы. В левой герметично запаянной части над ртутью находится столбик воздуха длиной $l = 50$ см при температуре $t_0 = 27^\circ\text{C}$. Какой станет разность уровней ртути в левой и правой частях трубки, если воздух в левой ее части нагреть на $\Delta t = 14^\circ\text{C}$? Атмосферное давление равно $H = 750$ мм рт. ст. Искривлением уровня ртути в трубке, а также тепловым расширением ртути и трубки пренебречь. Плотность ртути неизвестна!



(16 баллов)

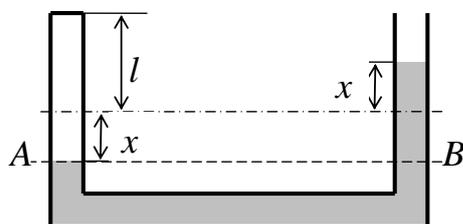
Решение

Т.к. в начале уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы, то давление воздуха в левой части трубки равно $p_0 = \rho g H$, где $H = 0,75$ м.

При нагревании воздуха в левой части трубки на ΔT уровень ртути в ней понизится на величину x , а в правой части соответственно повысится на x (см. рис.).

Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс

РЕШЕНИЯ. ВАРИАНТ 7



Запишем уравнение Клапейрона для воздуха в левой части трубки.

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}, \text{ где } V_0 = lS, V = (l+x)S, T = T_0 + \Delta T, S - \text{ площадь сечения}$$

трубки.

Давление во всех точках ртути на уровне AB одинаково.

$$p = p_0 + \rho g \cdot 2x = \rho g(H + 2x).$$

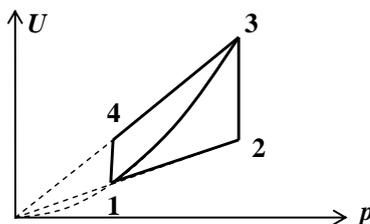
Подставляем формулы для давления и объема воздуха в уравнение Клапейрона.

$$\frac{\rho g H l S}{T_0} = \frac{\rho g (H + 2x)(l + x) S}{T_0 + \Delta T} \Rightarrow 2x^2 + (2l + H)x - \frac{Hl\Delta T}{T_0} = 0.$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(2l + H) + \sqrt{(2l + H)^2 + \frac{8Hl\Delta T}{T_0}}}{4} = 0,01 \text{ м.}$$

Разность уровней $\Delta x = 2x = 2 \text{ см.}$

5. На рисунке в координатах $U-p$ (U – внутренняя энергия, p – давление) изображены графики двух циклических процессов 1–2–3–1 и 1–3–4–1. 1-2 и 3-4 – прямолинейные отрезки, продолжения которых проходят через начало координат, 2-3 и 4-1 – прямолинейные вертикальные отрезки, 3-1 – дуга квадратичной параболы, проходящей через начало координат. Постройте графики этих процессов в координатах $p-V$ (V – объем) и определите КПД цикла 1–3–4–1, если КПД цикла 1–2–3–1 известен и равен $\eta_1 = \frac{1}{11}$. Оба цикла совершаются с одним и тем же количеством некоторого (неизвестного) идеального газа.



(16 баллов)

Решение.

Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс

РЕШЕНИЯ. ВАРИАНТ 7

Пользуясь тем, что $U = \frac{i}{2} pV$, где $i = 3$ для одноатомного газа и 5 для двухатомного, получим, что 1-2 и 3-4 – изохорные процессы. Процессы 2-3 и 4-1 – изобарные.

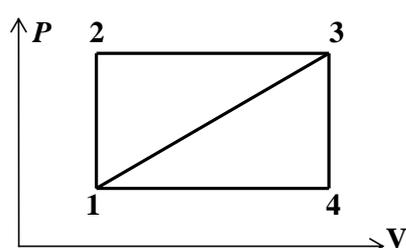
Из уравнения процесса 3-1 $U = \frac{i}{2} \nu RT = ap^2 + bp$ и уравнения состояния $pV = \nu RT$ следует, что $p(V)$ – линейная функция.

Графики циклов 1-2-3-1 и 1-3-4-1 представлены на рисунке

Обозначим через A работу за цикл 1-2-3-1. Точно такая же работа совершается за цикл 1-3-4-1. В цикле 1-2-3-1 полученное тепло $Q_{пол} = Q_{12} + Q_{23}$, а отданное $Q_{отд} = |Q_{31}|$. Тогда $A = Q_{пол} - Q_{отд}$.

В цикле 1-3-4-1 полученное тепло $Q'_{пол} = Q_{13} = |Q_{31}| = Q_{отд}$, отданное тепло $Q'_{отд} = |Q_{34}| + |Q_{41}|$, $A = Q'_{пол} - Q'_{отд}$.

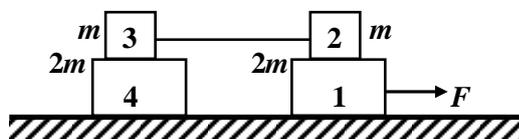
КПД циклов 1-2-3-1 η_1 и 1-3-4-1 η_2 вычисляются по формулам:



$$\left\{ \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{A}{Q_{пол}} = \frac{A}{A + |Q_{31}|}, \Rightarrow \frac{1}{\eta_1} = 1 + \frac{|Q_{31}|}{A} \Rightarrow \\ \eta_2 &= \frac{A}{Q'_{пол}} = \frac{A}{|Q_{31}|}, \Rightarrow \frac{|Q_{31}|}{A} = \frac{1}{\eta_2} - 1 = \frac{1 - \eta_2}{\eta_2}. \end{aligned} \right.$$

Тогда КПД цикла 1-3-4-1 выражается через КПД цикла 1-2-3-1. $\eta_2 = \frac{\eta_1}{1 - \eta_1} = \frac{1}{10}$.

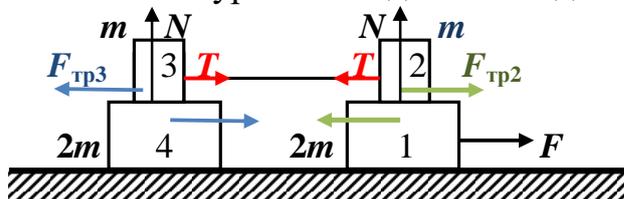
6. На гладкой горизонтальной поверхности расположена механическая система, состоящая из двух грузов массой $m = 1$ кг и двух грузов массой $2m = 2$ кг, изображенная на рисунке. Верхние грузы массой m соединены натянутой невесомой нерастяжимой нитью. Коэффициент трения между грузами m и $2m$ равен $\mu = 0,1$. Горизонтальная сила F , действующая на груз 1 равномерно увеличивается от очень малых значений до совсем больших. При каком наименьшем значении F груз 2 начнет скользить относительно груза 1? При каком значении силы F ускорение груза 1 относительно неподвижной поверхности станет равным $a_1 = 1$ м/с²? Чему при этом значении силы F равны ускорения остальных грузов?



(16 баллов)

Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс
Решение

1. Рассмотрим движение системы как единое целое с ускорением a вправо. Запишем уравнения динамики для всех грузов.



$$\begin{cases} F - F_{\text{тр}2} = 2ma, \\ F_{\text{тр}2} - T = ma, \\ T - F_{\text{тр}3} = ma, \\ F_{\text{тр}3} = 2ma. \end{cases}$$

Из этой системы следует, что ускорение системы $a = \frac{F}{6m}$. Силы трения

$F_{\text{тр}2}$ и $F_{\text{тр}3}$ — силы трения покоя, которые равны $F_{\text{тр}2} = 4ma = \frac{2}{3}F$, $F_{\text{тр}3} = \frac{F}{3}$.

Груз 2 начнет скользить когда $F_{\text{тр}2} = \mu N = \mu mg$. $\Rightarrow F = \frac{3}{2}\mu mg = 1,5\text{ Н}$. При этом значении силы F ускорения всех грузов $a = 0,25\text{ м/с}^2$.

2. Это означает, что ускорение груза 1, равное $a_1 = 1\text{ м/с}^2$, будет при большем значении силы F . Найдем это значение силы F . Вследствие нерастяжимости нити ускорения грузов 2 и 3 равны: $a_2 = a_3$. Докажем, что в этом случае грузы 2, 3 и 4 движутся как единое целое, т.е. $a_2 = a_3 = a_4$.

Предположим противное: груз 3 скользит по грузу 4. Тогда между ними действует сила трения скольжения $F_{\text{тр}3} = \mu mg$. Запишем в этом случае уравнения движения грузов 2 и 3, связанных нитью.

Для груза 2: $F_{\text{тр}2} - T = ma_2$,

Для груза 3: $T - F_{\text{тр}3} = ma_3$.

Получили противоречие, т.к. $F_{\text{тр}2} = F_{\text{тр}3} = \mu mg$, ускорения грузы 2 и 3 равны $a_2 = a_3$ и направлены в одну сторону. Следовательно, ускорения грузов

2, 3 и 4 одинаковы и равны $a_2 = a_3 = a_4 = \frac{F_{\text{тр}2}}{4m} = \frac{\mu g}{4} = 0,25\text{ м/с}^2$, а ускорение

груза 1 $a_1 = \frac{F - F_{\text{тр}2}}{2m} = \frac{F - \mu mg}{2m}$, $\Rightarrow F = m(2a_1 + \mu g) = 3\text{ Н}$.

6. (20 баллов) Имеется нерастворимый в керосине полидисперсный (с частицами разных размеров) порошок из материала неизвестной плотности. Насыпная плотность (отношение массы к занимаемому порошком объему) материала равна 1450 кг/м^3 . Средняя плотность материала, залитого керосином — 1950 кг/м^3 .

Найдите плотность материала. Плотность керосина принять равной 800 кг/м^3 .

**Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс**

Решение:

Насыпная плотность:

$$\rho_{\text{нас}} = \frac{M_{\text{м}}}{V_{\text{м}} + V_{\text{п}}}$$

где $M_{\text{м}}$ – масса материала, $V_{\text{м}}$ – объём материала, $V_{\text{п}}$ – объём пустот

Определим коэффициент заполнения:

$$K_3 = \frac{V_{\text{м}}}{V_{\text{м}} + V_{\text{п}}}$$

Откуда объём пустот:

$$V_{\text{п}} = \frac{V_{\text{м}}}{K_3} - V_{\text{м}}$$

Коэффициент заполнения показывает какую часть пространства занимает непосредственно материал.

Запишем выражение для плотности порошка в керосине:

$$\rho_{\text{пвк}} = \frac{M_{\text{м}} + M_{\text{к}}}{V_{\text{м}} + V_{\text{п}}}$$

где $M_{\text{к}}$ – масса керосина. Распишем массы керосина и порошка:

$$M_{\text{к}} = \rho_{\text{к}} V_{\text{п}}$$

$$M_{\text{м}} = \rho_{\text{м}} V_{\text{м}}$$

Выразим плотности через коэффициент заполнения K_3 .

Насыпная плотность:

$$\rho_{\text{нас}} = \frac{M_{\text{м}}}{V_{\text{м}} + \frac{V_{\text{м}}}{K_3} - V_{\text{м}}} = \frac{M_{\text{м}}}{V_{\text{м}}} K_3 = \rho_{\text{м}} K_3$$

Плотность в керосине:

$$\rho_{\text{пвк}} = \frac{\rho_{\text{м}} V_{\text{м}} + \rho_{\text{к}} \left(\frac{V_{\text{м}}}{K_3} - V_{\text{м}} \right)}{V_{\text{м}} + \frac{V_{\text{м}}}{K_3} - V_{\text{м}}}$$

**Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс**

$$\rho_{\text{пвк}} = \frac{\rho_{\text{м}} V_{\text{м}} + \rho_{\text{к}} \left(\frac{V_{\text{м}}}{K_3} - V_{\text{м}} \right)}{V_{\text{м}}} K_3$$

$$\rho_{\text{пвк}} = \frac{\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{к}} \left(\frac{1}{K_3} - 1 \right)}{V_{\text{м}}} K_3 V_{\text{м}}$$

$$\rho_{\text{пвк}} = \left(\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{к}} \left(\frac{1}{K_3} - 1 \right) \right) K_3$$

Выразив из насыпной плотности коэффициент заполнения:

$$K_3 = \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}}$$

И подставив это выражение в формулу для плотности порошка в керосине, получим:

$$\rho_{\text{пвк}} = \left(\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{к}} \left(\frac{\rho_{\text{м}}}{\rho_{\text{нас}}} - 1 \right) \right) \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}}$$

Откуда плотность материала:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{пвк}} &= \rho_{\text{нас}} + \rho_{\text{к}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}} \right) \\ 1 - \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}} &= \frac{\rho_{\text{пвк}} - \rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{к}}} \\ \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}} &= 1 - \frac{\rho_{\text{пвк}} - \rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{к}}} = \frac{\rho_{\text{к}} - \rho_{\text{пвк}} + \rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{к}}} \end{aligned}$$

$$\rho_{\text{м}} = \frac{\rho_{\text{нас}} \rho_{\text{к}}}{\rho_{\text{к}} - \rho_{\text{пвк}} + \rho_{\text{нас}}}$$

Численно:

$$\rho_{\text{м}} = \frac{1450 \cdot 800}{800 - 1950 + 1450} = 3867 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: Плотность материала $3867 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.