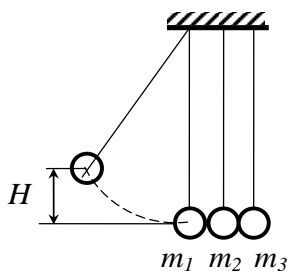
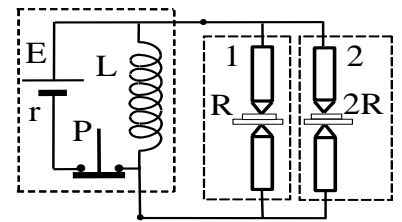


**Заключительный этап академического соревнования Олимпиады школьников
«Шаг в будущее» по физике «Профессор Жуковский»
(общеобразовательный предмет физика), весна 2021 год
11 класс**

Вариант 2

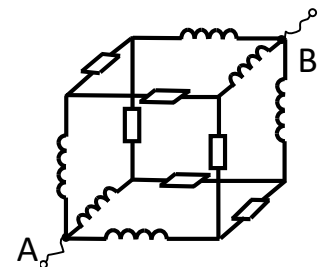
Задача 1 (10 баллов) Стандартный компакт – диск представляет собой залитую прозрачным пластиком тонкую металлическую пластинку диаметром $D = 12$ см., на которую штамповкой нанесено множество микроскопических углублений, в каждом из которых закодирован один бит информации. Какой объём информации в Мбайт можно записать на всей поверхности одной стороны диска, если для считывания информации используется лазер на нитриде галлия, излучающего свет с длиной волны $\lambda = 0,36$ мкм?

Задача 2 (10 баллов) Аппарат для точечной сварки состоит из магнитного сверхпроводящего накопителя энергии с индуктивностью L , источника постоянного напряжения E с внутренним сопротивлением r и двух сварочных узлов 1 и 2. Считая, что сопротивления сварочных контактов 1 и 2 остаются постоянными в процессе сварки и равны R и $2R$, соответственно, определите количество теплоты, выделяющееся в узле 2 после размыкания реле P .

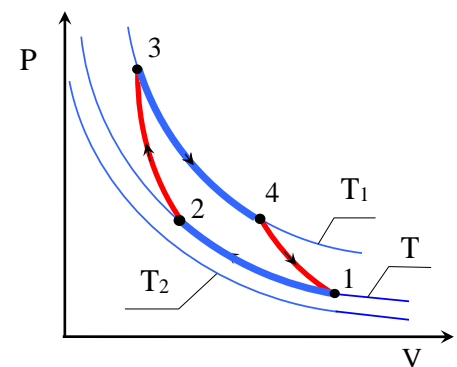


Задача 3 (12 баллов) Три шара одинакового размера, но различных масс подвешены рядом на нитях одинаковой длины и соприкасаются. Шар массы $m_1 = 1,2$ кг отклоняют так, что он поднимается на высоту $H = 9$ см, и отпускают. На какую высоту h_2 поднимется шар m_2 , если после соударения первого шара со вторым, а второго с третьим, все три шара будут иметь одинаковые импульсы? Все соударения считать абсолютно упругими.

Задача 4 (12 баллов) Из проводников изготовлен куб. В ребра куба встроены катушки с индуктивностью $L = 0,1$ Гн каждая и активные сопротивления $R = 24$ Ом каждое. К клеммам A и B подключен источник переменного напряжения с амплитудным значением $U_0 = 400$ В и циклической частотой $\omega = 300$ с⁻¹. Найдите действующее значение суммарного тока, протекающего в цепи AB .



Задача 5 (18 баллов) Рабочее вещество тепловой машины совершает цикл Карно между изотермами T и T_1 ($T_1 > T$). Холодильником является резервуар, температура которого постоянна и равна $T_2 = 250$ К, ($T_2 < T$). Теплообмен между рабочим веществом и холодильником осуществляется посредством теплопроводности. Количество теплоты, отдаваемое в единицу времени холодильнику, $q = \alpha(T - T_2)$, где $\alpha = 1$ кВт/К. Теплообмен рабочего вещества с нагревателем происходит непосредственно при $T_1 = 640$ К. Полагая, что продолжительность изотермических процессов одинакова, а адиабатических очень мала,



найдите температуру «холодной» изотермы T , при которой мощность N тепловой машины наибольшая. Определите наибольшую мощность тепловой машины.

Задача 6 (18 баллов) Пункты А и В расположены на расстоянии $L=4$ км друг от друга. Из пункта А по направлению к пункту В выехал мотоциклист, который двигался с постоянной скоростью в течение всего времени движения. Одновременно навстречу этому первому мотоциклисту из пункта В с начальной скоростью $v_0 = 32 \text{ м/с}$ выехал второй мотоциклист, движущийся с постоянным ускорением $a = 0,2 \text{ м/с}^2$, направленным всё время так же, как скорость первого мотоциклиста. Известно, что в пути мотоциклисты два раза обгоняли друг друга. В каких пределах лежит скорость первого мотоциклиста ?

Задача 7 (20 баллов) *Ситуационная задача*

Электромобиль – автомобиль, приводимый в движение одним или несколькими электродвигателями с питанием от аккумулятора.

Определите массу аккумуляторов, обеспечивающих электромобилю дальность хода без подзарядки равную 400 км при постоянной скорости 108 км/ч, если суммарный КПД системы аккумулятор-двигатель-колеса составляет 0,75. Вся энергия аккумулятора затрачивается на работу двигателя электромобиля. Энергоемкость аккумуляторов составляет 50 (Вт · ч)/кг.

Коэффициент аэродинамического сопротивления электромобиля равен 0,3, площадь его поперечного сечения 2,5 м², масса без аккумулятора 800 кг. Удельная сила трения при качении колёс электромобиля 0,1 Н/кг.

Сила сопротивления воздуха определяется соотношением

$$F_{\text{сопр}} = C_x \rho_v \frac{v^2}{2} S,$$

где C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления, ρ_v – плотность воздуха (1,2 кг/м³), v – скорость движения автомобиля, S – площадь поперечного сечения автомобиля.

Решение варианта 2

Задача 1 (10 баллов)

На площади диска $S = \frac{\pi D^2}{4}$ записано $N = W \cdot 2^{23}$ бит информации, а значит на рабочей поверхности

$$\Delta S = \frac{S}{N}$$

диска имеется N углублений. Таким образом, на одно углубление приходится площадь ΔS . Будем считать, что углубление имеет форму окружности диаметра d . При максимальной плотности

$$\Delta S = \frac{\pi d^2}{4} \approx \frac{\pi \lambda^2}{4}, \text{ то есть}$$

записи d должна быть порядка длины волны лазера. Поэтому

$$\frac{\pi D^2}{4N} = \frac{\pi D^2}{4W \cdot 2^{23}} \approx \frac{\pi \lambda^2}{4}, \text{ откуда } W = \frac{D^2}{\lambda^2 \cdot 2^{23}}.$$

Подставив $D = 0,12 \text{ м}$, $\lambda = 0,36 \text{ мкм}$, найдём

$$W = \frac{D^2}{\lambda^2 \cdot 2^{23}} = \frac{0,12^2}{0,36^2 \cdot 10^{-12} \cdot 2^{23}} = \frac{0,0144}{0,1296 \cdot 10^{-12} \cdot 8388608} = 13,25 \text{ Гб}$$

Ответ:
$$W = \frac{D^2}{\lambda^2 \cdot 2^{23}} = 13,25 \text{ Гб}$$

Задача 2 (10 баллов)

$$I = \frac{E}{r}$$

1). До размыкания ключа установившаяся сила тока равна $I = \frac{E}{r}$ (через резисторы R и $2R$ ток не течет, так как разность потенциалов на катушке индуктивности равна нулю).

2). После размыкания ключа электрическая энергия катушки

$$Q = \frac{LI^2}{2} = \frac{LE^2}{2 \cdot r^2}$$

выделится в виде тепла на резисторах R и $2R$:

3). Так как резисторы R и $2R$ соединены параллельно, разности потенциалов на них равны: $I_1 R = I_2 2R = U$. По закону Джоуля Ленца

количества теплоты, выделяющиеся в резисторах за небольшой интервал времени Δt , равны

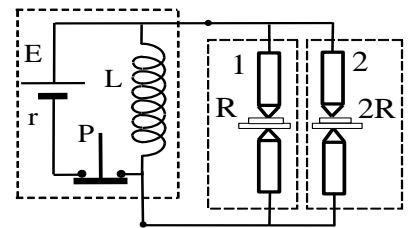
$$\Delta Q_1 = I_1^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t, \quad \Delta Q_2 = I_2^2 2R \Delta t = \frac{U^2}{2R} \Delta t$$

Из этих уравнений следует, что $Q_1 R = Q_2 \cdot 2R$. Вместе с тем, $Q_1 + Q_2 = Q$. Окончательно находим

$$Q_2 = \frac{Q}{1 + \frac{2R}{R}} = \frac{LE^2}{2r^2 \left(1 + \frac{2R}{R}\right)} = \frac{LE^2}{6r^2}$$

$$Q_2 = \frac{1}{6} \frac{LE^2}{r^2}$$

Ответ:
$$Q_2 = \frac{LE^2}{6r^2}$$



Задача 3 (12 баллов)

Так как импульсы P всех шаров после соударения одинаковые, то импульс первого шара до соударения со вторым равен $3P$.

$$\frac{(3P)^2}{2m_1} = \frac{P^2}{2m_1} + \frac{(2P)^2}{2m_2}$$

По закону сохранения энергии откуда

$$m_2 = \frac{m_1}{2} = 0,6 \text{ кг} \quad (1)$$

Используя закон сохранения энергии, найдём высоту подъёма второго шара

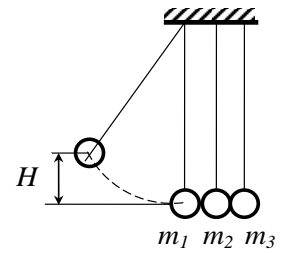
$$m_1 g H = \frac{(3P)^2}{2m_1} \quad (2) \quad ; \quad m_2 g \cdot h_2 = \frac{P^2}{2m_2} \quad (3)$$

Из рассмотрения (1) - (3) найдём

$$h_2 = \frac{4}{9} H = \frac{4}{9} \cdot 9 = 4 \text{ см} = 0,04 \text{ м}$$

Ответ:

$$h_2 = \frac{4}{9} H = 4 \text{ см} = 0,04 \text{ м}$$



Задача 4 (12 баллов)

Действующее значение тока $I_D = \frac{U_0}{\sqrt{2} \cdot Z}$, где $Z = \sqrt{R_\Sigma^2 + R_L^2}$.

$$R_\Sigma = \frac{R}{6} = \frac{24}{6} = 4 \text{ Ом}$$

Активное сопротивление цепи

- Индуктивное

сопротивление

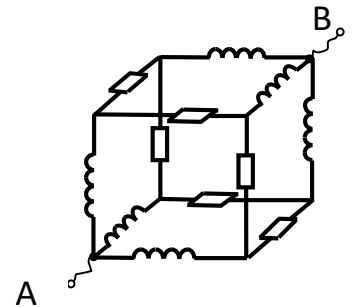
$$R_L = \omega \cdot L_\Sigma = \omega \frac{2}{3} L = \frac{300 \cdot 2 \cdot 0,1}{3} = 20 \text{ Ом}$$

Тогда $Z = \sqrt{4^2 + 20^2} \approx 20,4 \text{ Ом}$, ток $I_D = \frac{400}{\sqrt{2} \cdot 20,4} \approx 13,9 \text{ А} \approx 14 \text{ А}$

$$I_D = \frac{U_0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{R}{6}\right)^2 + \left(\omega \frac{2}{3} L\right)^2}} \approx 13,9 \text{ А} \approx 14 \text{ А}$$

Ответ:

$$I_D = \frac{U_0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{R}{6}\right)^2 + \left(\omega \frac{2}{3} L\right)^2}} \approx 13,9 \text{ А} \approx 14 \text{ А}$$



Задача 5 (18 баллов)

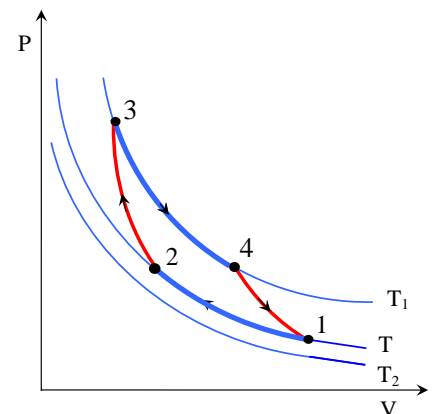
За время τ холодильник получает количество теплоты, равное $Q_\alpha = \alpha(T - T_2)\tau$.

Коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = \frac{T_1 - T}{T_1}$$

Полезная работа тепловой машины равна

$$A = Q_H - Q_x = Q_H \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) = Q_x \frac{T_1}{T} \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) = \alpha(T - T_2)\tau \left(\frac{T_1}{T} - 1\right)$$



$$N = \frac{A}{2\tau} = \frac{\alpha}{2} \left(T_1 - \frac{T_2 \cdot T_1}{T} - T + T_2 \right)$$

Мощность тепловой машины

$$T = \sqrt{T_1 \cdot T_2} = 400K$$

Эта величина достигает максимума при

Выполнив вычисления, найдём числовое значение этой мощности.

$$N_{MAX} = \frac{\alpha}{2} (T_1 - 2\sqrt{T_1 \cdot T_2} + T_2) = \frac{1}{2} (640 - 2\sqrt{800 \cdot 200} + 250) = 45 \text{ кВт}$$

Ответ: $T = \sqrt{T_1 \cdot T_2} = 400K$; $N_{MAX} = \frac{\alpha}{2} (T_1 - 2\sqrt{T_1 T_2} + T_2) = 45 \text{ кВт}$

Задача 6 (18 баллов)

График движения второго мотоциклиста представляет собой параболу, так как ускорение его движения направлено так же, как скорость первого. Если скорость первого мотоциклиста будет слишком маленькая (прямая ОС), то мотоциклы не смогут оказаться рядом. Если скорость первого мотоциклиста будет слишком большой, то за время движения до пункта В обгон первым мотоциклистом второго совершится один раз (точка D на графике). То есть скорость первого мотоциклиста должна быть такой, чтобы при первой встрече мотоциклистов, первый обогнал второго, это будет , когда скорость второго мотоциклиста станет равной нулю (эта точка соответствует вершине параболы М), а затем, когда скорость второго мотоциклиста станет равной скорости первого (точка N на графике), уже второй мотоциклист обгонит первого. Таким образом, скорость первого мотоциклиста должна быть больше скорости, получаемой из уравнения касательной к параболе, когда скорости мотоциклистов станут равными, и встреча их произойдёт один раз(это соответствует точке К на графике).

Уравнение движения первого мотоциклиста $y = v_1 \cdot t$.

Уравнение движения второго мотоциклиста

$$y = L - v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

Уравнение, выражающее равенство координат

$$v_1 t = L - v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2} \quad (1)$$

мотоциклистов

$$t_1 = \frac{v_0}{a}$$

При (2) второй мотоциклист

останавливается (вершина параболы, точка М графика). Подставляя t_1 в уравнение (1) находим

$$v_1' = \frac{L}{t_1} - v_0 + \frac{at^2}{2} = \frac{La}{v_0} - v_0 + \frac{av_0}{2a}$$

скорость первого мотоциклиста в точке встречи со вторым .

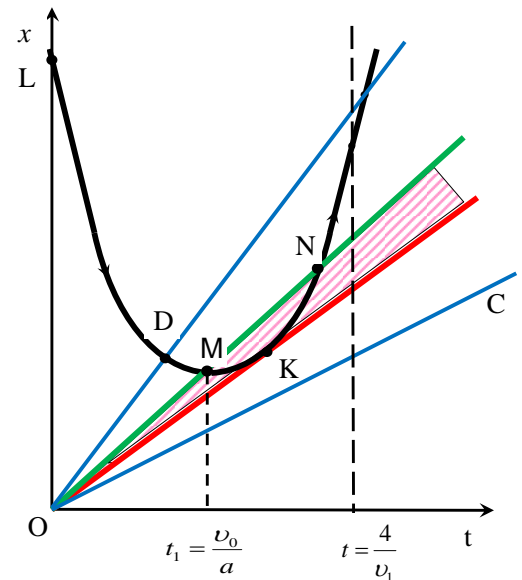
$$v_1' = \frac{La}{v_0} - v_0 + \frac{v_0}{2} = \frac{La}{v_0} - \frac{v_0}{2} \quad (3)$$

$$v_1' = \frac{4000 \cdot 0,2}{32} - \frac{32}{2} = 25 - 16 = 9 \frac{м}{с}$$

Подставляя числовые значения, находим

Из графика видно, что вторая встреча должна произойти в момент времени t_2 , определяемый координатой касательной.

Используя уравнение касательной к параболе $y_{кас} = y'(t_2) \cdot (t_{кас} - t_2) + y(t_2)$ (4).



$y' = \frac{dy}{dt} = -v_0 + at$; $y'(t_2) = -v_0 + at_2$ Учитывая, что касательная проходит через начало координат,

подставим $y_{кас} = 0$ и $t_{кас} = 0$, получим $0 = (-v_0 + at_2)(-t_2) + L - v_0 t_2 + \frac{at_2^2}{2}$, (5) откуда найдём

$t_2 = \sqrt{\frac{2L}{a}}$ (6) Подставим выражение (6) в (1), получим

$$v_1'' = \frac{L}{t_2} - v_0 + \frac{at_2}{2} = L\sqrt{\frac{a}{2L}} - v_0 + \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{aL}{2}} - v_0 + \frac{1}{2}\sqrt{2aL} = \sqrt{\frac{2aL}{4}} + \sqrt{\frac{2aL}{4}} - v_0 = \sqrt{2aL} - v_0$$

$$v_1'' = \sqrt{2aL} - v_0 \quad v_1'' = \sqrt{2 \cdot 0,2 \cdot 4000} - 32 = 8 \frac{M}{c}$$

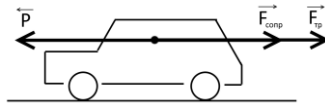
Таким образом, скорость первого мотоциклиста должна удовлетворять условиям

$$\sqrt{2aL} - v_0 < v_1 < \frac{aL}{v_0} - \frac{v_0}{2} ; \left[8 \frac{M}{c} < v_1 < 9 \frac{M}{c} \right],$$

Ответ: $\left[\sqrt{2aL} - v_0 < v_1 < \frac{aL}{v_0} - \frac{v_0}{2} \right] ; \left[8 \frac{M}{c} < v_1 < 9 \frac{M}{c} \right]$

Задача 7 (20 баллов) Ситуационная задача

На автомобиль в направлении движения действуют 3 силы: движущая сила P , сила сопротивления воздуха $F_{сопр}$ и сила трения $F_{тр}$. Приведём их к центру масс автомобиля и покажем схематично на рисунке:



Распишем силы, действующие на автомобиль. Сила сопротивления воздуха:

$$F_{сопр} = SC_x \rho_v \frac{v^2}{2}$$

где S – площадь поперечного сечения автомобиля, C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления, ρ_v – плотность воздуха, v – скорость движения автомобиля

Сила трения:

$$F_{тр} = \mu M$$

где μ – удельная сила трения, M – полная масса автомобиля, которую можно представить, как:

$$M = m_0 + m_A$$

где m_0 – масса автомобиля без аккумуляторов, m_A – масса аккумуляторов. Окончательно для силы трения:

$$F_{тр} = \mu(m_0 + m_A)$$

Поскольку автомобиль движется с установившейся скоростью, то его ускорение будет равно нулю. Тогда второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось запишется в виде:

$$P - F_{сопр} - F_{тр} = 0$$

где P – движущая сила

Откуда:

$$P = F_{сопр} + F_{тр}$$

$$P = SC_x \rho_v \frac{v^2}{2} + \mu(m_0 + m_A) \quad (1)$$

Если перемещение автомобиля составляет L , то работа движущей силы:

$$A = PL$$

Время движения автомобиля:

$$t = \frac{L}{v}$$

Соответственно, мощность:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{PL}{L} v = P v$$

Согласно закону сохранения энергии, полезная (эффективная) мощность аккумуляторов равна мощности, развиваемой движущей силой. Тогда можно записать, что:

$$P v = \frac{m_A n}{t} \eta$$

где n – энергосодержание аккумуляторов, η – КПД системы аккумулятор-двигатель
Расписывая время:

$$P v = \frac{m_A n}{\frac{L}{v}} \eta$$

Выразим из последнего выражения движущую силу:

$$P = \frac{m_A n \eta}{L}$$

Подставим это выражение в записанное ранее уравнение (1):

$$S C_x \rho_B \frac{v^2}{2} + \mu(m_0 + m_A) = \frac{m_A n \eta}{L} \quad (2)$$

Откуда выразим массу аккумуляторов:

$$S C_x \rho_B \frac{v^2}{2} + \mu m_0 = \frac{m_A n \eta}{L} - \mu m_A$$

$$S C_x \rho_B \frac{v^2}{2} + \mu m_0 = m_A \left(\frac{n \eta}{L} - \mu \right)$$

$$m_A = \frac{S C_x \rho_B \frac{v^2}{2} + \mu m_0}{\left(\frac{n \cdot \eta}{L} - \mu \right)}$$

Предварительно переведа значение скорости из км/ч в м/с:

$$v \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right] = v \left[\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right] \cdot \frac{1000}{3600} = 108 \cdot \frac{1000}{3600} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

А энергосодержание аккумуляторов в Дж/кг:

$$n \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right] = n \left[\frac{\text{Вт} \cdot \text{ч}}{\text{кг}} \right] \cdot 3600 = 50 \cdot 3600 = 1,8 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

Численно:

$$m_A = \frac{2,5 \cdot 0,3 \cdot 1,2 \cdot \frac{30^2}{2} + 0,1 \cdot 800}{\left(\frac{1,8 \cdot 10^5 \cdot 0,75}{4 \cdot 10^5} - 0,1 \right)} = 2042 \text{ кг}$$

Ответ: масса аккумуляторов 2042 кг.