

**Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс**

Вариант 8

1. Мальчик бьет по мячу. После удара мяч улетает под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту и приземляется на расстоянии $s = 25,6$ м от мальчика. Чему равна средняя сила удара по мячу, если масса мяча $m = 0,5$ кг, а время удара $\tau = 0,02$ с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

(10 баллов)

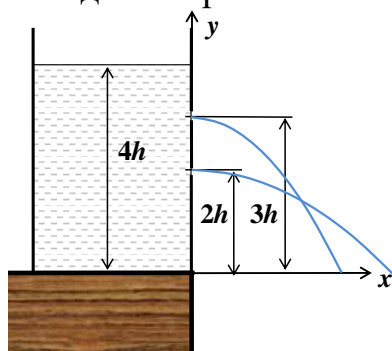
2. Цирковой гимнаст ложится на туго натянутую упругую предохранительную сетку, в результате чего максимальное провисание сетки равно $\Delta l_0 = 9$ см. С какой безопасной максимальной высоты, отсчитываемой от уровня сетки, может упасть (без начальной скорости) гимнаст, чтобы максимальное провисание сетки в этом случае было не больше $\Delta l = 60$ см?

(10 баллов)

3. Три космических тела массы m каждое лежат в одной плоскости и находятся в вершинах равностороннего треугольника, сохраняя эту конфигурацию в процессе вращения вокруг общего центра масс. Период вращения этой системы известен и равен T . Определите расстояние L между телами, считая его много большим размеров самих тел.

(12 баллов)

4. На краю стола стоит открытый сосуд, заполненный жидкостью до высоты $4h$. В сосуде на одной вертикали сделаны малые одинаковые отверстия, из которых может вытекать жидкость. Отверстия расположены на расстояниях $2h$ и $3h$ от поверхности стола (см. рис.). Определите, на какой высоте от поверхности стола пересекаются струи, вытекающие из отверстий? Сосуд остается неподвижным, высота уровня жидкости в сосуде за время наблюдения практически не меняется.



(16 баллов)

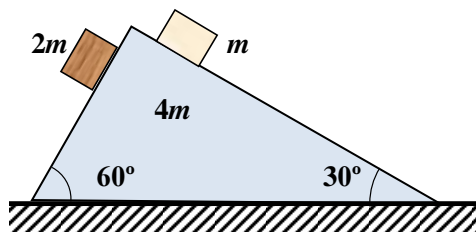
5. Тепловая машина, рабочим телом которой является одноатомный идеальный газ, совершает циклический процесс, состоящий из трех участков. Вначале газ адиабатически расширяется, при этом его температура уменьшается от $4T$ до T , затем сжимается изобарно до первоначального объема и, наконец, нагревается изохорно до первоначального давления. Найдите КПД тепловой машины, участвующей в этом процессе.

Примечание: уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа имеет вид:

$$pV^{\frac{5}{3}} = \text{const}.$$

(16 баллов)

6. На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой $4m$, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с углами 60° и 30° . На клин осторожно поставили два гладких тела, массами $2m$ и m , как показано на рисунке. Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?



(16 баллов)

6. (20 баллов) Имеется нерастворимый в керосине полидисперсный (с частицами разных размеров) порошок из материала неизвестной плотности. Насыпная плотность (отношение массы к занимаемому порошком объему) материала равна 1450 кг/м^3 . Средняя плотность материала, залитого керосином – 1950 кг/м^3 .

Плотность керосина принять равной 800 кг/м^3 .

Найдите долю, занимаемую материалом в засыпанном им объеме (коэффициент заполнения).

Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс

РЕШЕНИЯ. ВАРИАНТ 8

Вариант 8

1. Мальчик бьет по мячу. После удара мяч улетает под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту и приземляется на расстоянии $s = 25,6$ м от мальчика. Чему равна средняя сила удара по мячу, если масса мяча $m = 0,5$ кг, а время удара $\tau = 0,02$ с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

(10 баллов)

Решение.

Закон изменения импульса: $mv_0 = F\tau$, где v_0 – скорость, полученная мячом в результате удара. Т.к. $s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, $\Rightarrow F = \frac{m}{\tau} \sqrt{\frac{sg}{\sin 2\alpha}} = 400$ Н.

2. Цирковой гимнаст ложится на туго натянутую упругую предохранительную сетку, в результате чего максимальное провисание сетки равно $\Delta l_0 = 9$ см. С какой безопасной максимальной высоты, отсчитываемой от уровня сетки, может упасть (без начальной скорости) гимнаст, чтобы максимальное провисание сетки в этом случае было не больше $\Delta l = 60$ см?

(10 баллов)

Решение.

Условие равновесия неподвижно лежащего гимнаста: $mg = k \cdot \Delta l_0$, где m – масса гимнаста, k – коэффициент жесткости сетки. Закон сохранения энергии: $mgh = -mg \cdot \Delta l + \frac{k(\Delta l)^2}{2}$, где h – высота, с которой падает гимнаст.

$$\Rightarrow h = \Delta l \left(\frac{\Delta l}{2\Delta l_0} - 1 \right) = 1,4 \text{ м.}$$

3. Три космических тела массы m каждое лежат в одной плоскости и находятся в вершинах равностороннего треугольника, сохраняя эту конфигурацию в процессе вращения вокруг общего центра масс. Период вращения этой системы известен и равен T . Определите расстояние L между телами, считая его много большим размеров самих тел.

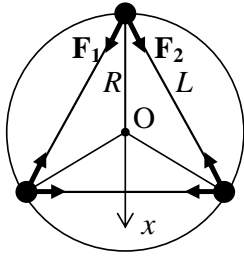
(12 баллов)

Решение.

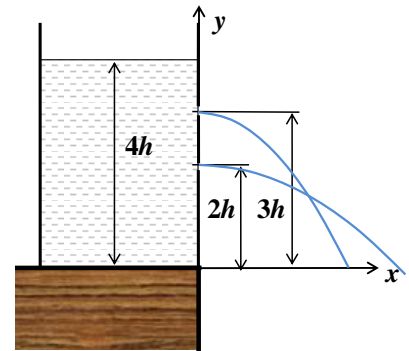
$$x: 2F_1 \cos 30^\circ = m\omega^2 R \text{ (см. рис.)}, \text{ где } R = \frac{L/2}{\cos 30^\circ} = \frac{L}{\sqrt{3}}, F_1 = F_2 = G \frac{m^2}{L^2}.$$

$$\Rightarrow 2G \frac{m^2}{L^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = m\omega^2 \frac{L}{\sqrt{3}}, \text{ где } \omega = \frac{2\pi}{T}. \Rightarrow L = \sqrt[3]{\frac{3GmT^2}{4\pi^2}}.$$

Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс
РЕШЕНИЯ. ВАРИАНТ 8



4. На краю стола стоит открытый сосуд, заполненный жидкостью до высоты $4h$. В сосуде на одной вертикали сделаны малые одинаковые отверстия, из которых может вытекать жидкость. Отверстия расположены на расстояниях $2h$ и $3h$ от поверхности стола (см. рис.). Определите, на какой высоте от поверхности стола пересекаются струи, вытекающие из отверстий? Сосуд остается неподвижным, высота уровня жидкости в сосуде за время наблюдения практически не меняется.

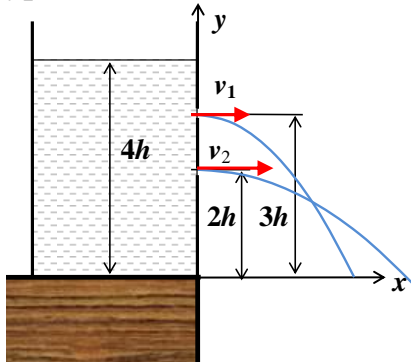


(16 баллов)

Решение

Начальные скорости струй найдем с помощью теоремы Торричелли (уравнение Бернулли): $v_1 = \sqrt{2g(4h - 3h)} = \sqrt{2gh}$, $v_2 = \sqrt{2g(4h - 2h)} = \sqrt{4gh}$.

Оси координат выберем, как на рисунке и запишем кинематические уравнения движения частиц струй.



$$\begin{aligned} \text{Струя 1: } & \begin{cases} x = v_1 t, \\ y_1 = 3h - \frac{gt^2}{2}, \end{cases} \\ \text{струя 2: } & \begin{cases} x = v_2 t, \\ y_2 = 2h - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Исключим t из этих систем и получим уравнения струй:

$$y_1 = 3h - \frac{gx^2}{2v_1^2}, \quad y_2 = 2h - \frac{gx^2}{2v_2^2}.$$

Струи пересекутся, когда $y_1 = y_2 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}h$, $y_1 = y_2 = h$.

5. Тепловая машина, рабочим телом которой является одноатомный идеальный газ, совершает циклический процесс, состоящий из трех участков. Вначале газ адиабатически расширяется, при этом его температура уменьшается

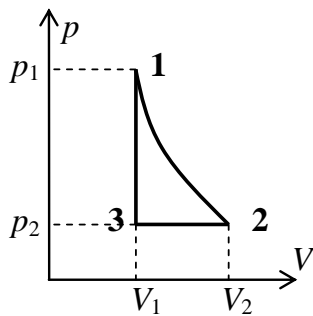
**Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс**

от $4T$ до T , затем сжимается изобарно до первоначального объема и, наконец, нагревается изохорно до первоначального давления. Найдите КПД тепловой машины, участвующей в этом процессе. *Примечание: уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа имеет вид: $pV^{5/3} = const$.*

(16 баллов)

Решение.

График цикла изображен на рисунке. По условию $T_1 = 4T$, $T_2 = T$.



КПД цикла равен $\eta = \frac{A}{Q_{пол}}$, где $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$,

$$A_{12} = -\Delta U_{12} = -\frac{3}{2}\nu R(T - 4T) = \frac{9}{2}\nu RT,$$

$$A_{23} = -p_2(V_2 - V_1) = -\nu R(T - T_3), \quad A_{31} = 0.$$

$$Q_{пол} = Q_{31} = \Delta U_{31} = \frac{3}{2}\nu R(4T - T_3).$$

Чтобы получить связь температуры T_3 с температурами газа в состояниях 1 и 2, запишем уравнение адиабаты и уравнение состояния.

$$\begin{cases} p_1 V_1^{5/3} = p_2 V_2^{5/3}, \\ \frac{p_1 V_1}{4T} = \frac{p_2 V_2}{T}. \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{2/3} = 4, \quad \frac{V_2}{V_1} = 4^{3/2} = 8.$$

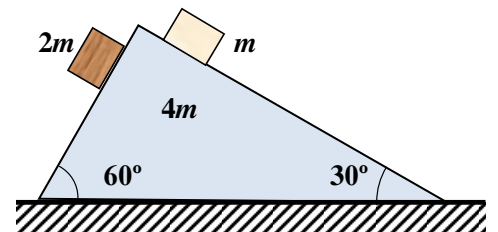
Закон Гей-Люссака для изохоры 2-3: $\frac{V_1}{T_3} = \frac{V_2}{T}$, $\Rightarrow T_3 = T \frac{V_1}{V_2} = \frac{T}{8}$.

Подставляем температуру T_3 в формулы для работы газа и $Q_{пол}$.

$$\Rightarrow A = \nu R \left(\frac{7}{2}T + T_3 \right) = \frac{29}{8}\nu RT, \quad Q_{пол} = \frac{3}{2}\nu R \left(4T - \frac{T}{8} \right) = \frac{93}{16}\nu RT.$$

Тогда $\eta = \frac{A}{Q_{пол}} = \frac{58}{93} = 62,4\%$.

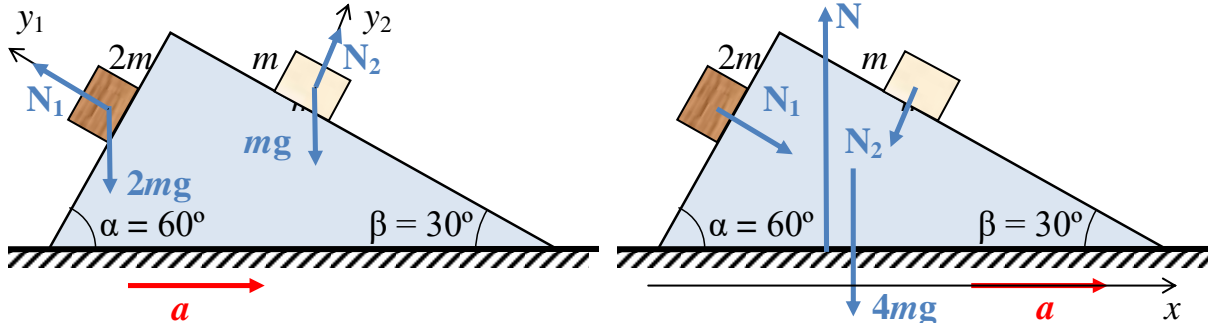
6. На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой $4m$, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с углами 60° и 30° . На клин осторожно поставили два гладких тела, массами $2m$ и m , как показано на рисунке. Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?



(16 баллов)

Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс
Решение

Предположим, что клин движется вправо. Пусть ускорение клина равно a . Запишем уравнения динамики для обоих тел (см. рисунок)



$$y_1: N_1 - 2mg \cos \alpha = -2ma \sin \alpha,$$

$$y_2: N_2 - mg \cos \beta = ma \sin \beta.$$

Этих двух уравнений достаточно для нахождения сил давления на клин N_1 и N_2 , которые равны $N_1 = 2m(g \cos \alpha - a \sin \alpha)$, $N_2 = m(g \cos \beta + a \sin \beta)$.

Уравнение движения клина в проекции на ось x :

$$x: N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \beta = 4ma.$$

Подставляя в последнее уравнение формулы для N_1 и N_2 , найдем ускорение клина.

$$\Rightarrow a = \frac{g \left(\sin 2\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right)}{4 + 2\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{3}}{23} g = 0,75 \text{ м/с}^2.$$

Т.к. $a > 0$, значит предположение, что клин движется влево верно.

6. (20 баллов) Имеется нерастворимый в керосине полидисперсный (с частицами разных размеров) порошок из материала неизвестной плотности. Насыпная плотность (отношение массы к занимаемому порошком объему) материала равна 1450 кг/м^3 . Средняя плотность материала, залитого керосином – 1950 кг/м^3 .

Плотность керосина принять равной 800 кг/м^3 .

Найдите долю, занимаемую материалом в засыпанном им объеме (коэффициент заполнения).

Решение:

Насыпная плотность:

$$\rho_{\text{нас}} = \frac{M_{\text{м}}}{V_{\text{м}} + V_{\text{п}}}$$

Где $M_{\text{м}}$ – масса материала, $V_{\text{м}}$ – объем материала, $V_{\text{п}}$ – объем пустот

**Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс**

Определим коэффициент заполнения:

$$K_3 = \frac{V_M}{V_M + V_n}$$

Откуда объём пустот:

$$V_n = \frac{V_M}{K_3} - V_M$$

Коэффициент заполнения показывает какую часть пространства занимает непосредственно материал.

Запишем выражение для плотности порошка в керосине:

$$\rho_{\text{пвк}} = \frac{M_M + M_K}{V_M + V_n}$$

Где M_K – масса керосина. Распишем массы керосина и порошка:

$$M_K = \rho_K V_n$$

$$M_M = \rho_M V_M$$

Выразим плотности через коэффициент заполнения K_3 .

Насыпная плотность:

$$\rho_{\text{нас}} = \frac{M_M}{V_M + \frac{V_M}{K_3} - V_M} = \frac{M_M}{V_M} K_3 = \rho_M K_3$$

Плотность в керосине:

$$\rho_{\text{пвк}} = \frac{\rho_M V_M + \rho_K \left(\frac{V_M}{K_3} - V_M \right)}{V_M + \frac{V_M}{K_3} - V_M}$$

$$\rho_{\text{пвк}} = \frac{\rho_M V_M + \rho_K \left(\frac{V_M}{K_3} - V_M \right)}{V_M} K_3$$

$$\rho_{\text{пвк}} = \frac{\rho_M + \rho_K \left(\frac{1}{K_3} - 1 \right)}{V_M} K_3 V_M$$

$$\rho_{\text{пвк}} = \left(\rho_M + \rho_K \left(\frac{1}{K_3} - 1 \right) \right) K_3$$

**Заключительный (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «физика», весна 2021 г
10 класс**

Выразив из насыпной плотности коэффициент заполнения:

$$K_3 = \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}}$$

И подставив это выражение в формулу для плотности порошка в керосине, получим:

$$\rho_{\text{пвк}} = \left(\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{к}} \left(\frac{\rho_{\text{м}}}{\rho_{\text{нас}}} - 1 \right) \right) \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}}$$

Откуда плотность материала:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{пвк}} &= \rho_{\text{нас}} + \rho_{\text{к}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}} \right) \\ 1 - \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}} &= \frac{\rho_{\text{пвк}} - \rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{к}}} \\ \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}} &= 1 - \frac{\rho_{\text{пвк}} - \rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{к}}} = \frac{\rho_{\text{к}} - \rho_{\text{пвк}} + \rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{к}}} \\ \rho_{\text{м}} &= \frac{\rho_{\text{нас}} \rho_{\text{к}}}{\rho_{\text{к}} - \rho_{\text{пвк}} + \rho_{\text{нас}}} \end{aligned}$$

Численно:

$$\rho_{\text{м}} = \frac{1450 \cdot 800}{800 - 1950 + 1450} = 3867 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

И коэффициент заполнения:

$$K_3 = \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}} = \frac{1450}{3867} = 0,375 = \frac{3}{8}$$

Ответ: материал в засыпанном объеме занимает $\frac{3}{8}$