Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 118069
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Иванова Дарья Васильевна

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва, лицей № 1568.

Регистрационный номер 10244 класс 8

Вариант задания 4

Дата проведения «16» февраля 2020 г.

Подпись участника

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Шифр 118069

заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
0	15	0	0	20	20					
0	15	0	0	20	20					

$\Sigma = 55$

Вариант № 4

№ 6.

Решение:

1) Рассмотрим наши числа и их чётность.

~~т.к. ...1580 делится на 5 Все наши числа д.б. чётными (произведение чет)~~.

Если у нас есть хотя бы 1 нечётное число, то есть и второе к нему в пару, т.к. сумма любых четырёх чисел чётна, но тогда можно взять 1 из нечётных и поставить к нему 3 чётных – условие не вып, тогда рассуждая аналог. при 3 нег. числах и т.д. получим, что нечётных чисел хотя бы 8, но и тут проблема: если поставить к 1 чётному числу 3 нечётных, то опять сумма не будет чётна, тогда все числа д.б. нечётными.

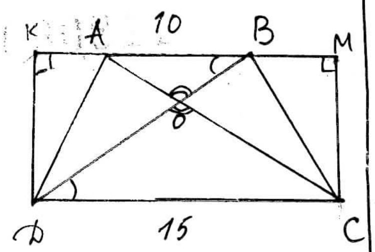
Тогда получаем, что либо все наши числа чётны, либо все нечётны.

Пусть такое возможно, что их произв. оканч. на ...1580, тогда:

2) ...1580 – чётное число, поэтому и произведение всех чисел д.б. чётным числам, но если все наши числа нечётны, то и их произведение нечётно. Значит, все наши числа д.б. чётны, но тогда ...1580 д.б. делиться хотя бы на 2^{10}, но ...1580 делится максимум на 2^2, значит получаем ~~что такого не может быть~~, противоречие, значит произв. наших 10 чисел не может оканч. на 1580.

Ответ: нет, не может.

№3.



$AC = 20.$

$S_{\triangle AOД} = S_{\triangle BOC}$

$AO - ?$

Решение:

1) Проведём перпендикуляры на продолж. AB из т.Д и т.С.

$ДК \perp AB$; $CM \perp AB$;

2) $S_{\triangle ДAB} = S_{\triangle ABC}$, т.к. $S_{\triangle ДOA} = S_{\triangle BOC}$; а $S_{\triangle AOB}$ – общая.

3) Поскольку $S_{\triangle ДAB} = S_{\triangle ABC}$, а основание у них совпадает, то и $КД = MC$. =>

=> $KM \parallel CД$ (по призн. паралл. прям о постоянстве расстояния между ними) =>

=> ABCД – трапеция, т.к. $AД \nparallel BC$, т.к. $AB = 10$, а $ДC = 15$.
? и $AB \parallel ДC$ – ?

4) т.к. ABCД–трапеция, то $\triangle AOB \sim \triangle COД$ (по 2 углам: $\angle ABO = \angle OДC$ как внутр. накр. леж. при 2 паралл. прям. и сек. ($AB \parallel CД$) (ДВ) и $\angle AOB = \angle COД$ по т. о вертик. уг).

тогда: т.к. $\triangle AOB \sim \triangle COД$, то: $\frac{AB}{ДC} = \frac{AO}{CO} = \frac{2}{3}$, т.к. $AC = 20$, то пусть

$AO = 2x$, а $CO = 3x$, где $x \in \mathbb{N}$, тогда: $2x + 3x = 20 \Leftrightarrow x = 4$.

Значит, $AO = 2x = 8$.

Ответ: 8.

№2. $f(x) = x^2 - 5x + 2020$ $\quad Д(f) = \mathbb{R}$

$f(3-x) = f(3x-1) - ?$

Решение:

$$\left.\begin{aligned} f(3-x) &= (3-x)^2 - 5(3-x) + 2020 = 9 - 6x + x^2 - 15 + 5x + 2020 \\ f(3x-1) &= (3x-1)^2 - 5(3x-1) + 2020 = 9x^2 - 6x + 1 - 15x + 5 + 2020 \\ f(3-x) &= f(3x-1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow -6 + \cancel{2020} - x + x^2 = 9x^2 - 21x + \cancel{2020} + 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x^2 - 20x + 12 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0$

$Д = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1 > 0$ – 2 различных решения

$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{4}$; $x_1 = 1$; $x_2 = 1{,}5$;

Ответ: $\{1;\ 1{,}5\}$.

№4.

$$\left|\frac{-4x^4-(6a+10)x^3+(16-4a)x^2-(6a^2-14a-40)x}{(4-x^2-a)(3a+2x+5)}\right|=\sqrt{a^2-2a+1}$$

Решение:

1) Рассмотрим правую часть уравнения: $\sqrt{a^2-2a+1}=\sqrt{(a-1)^2}=|a-1|$.

2) Поскольку наше уравнение имеет вид $|k|=|a-1|$,

т.е. имеет решения(е): $\left[\begin{array}{l}k=a-1\\ k=-a+1\end{array}\right.$,

т.к. у нас д.б. только 1 решение, то решения $a-1$ и $-a+1$ совпадают, т.е. $a-1=-a+1 \Leftrightarrow 2a=2 \Leftrightarrow a=1$.

Тогда ОДЗ для x: $x\neq-4$ и $x\neq\pm\sqrt{3}$.

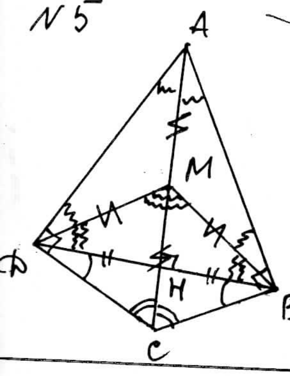
3) проверка:

$$\begin{cases}\dfrac{-4x^4-16x^3+12x^2-48x}{(3-x)^2(8+2x)}=0\\ x\neq-4\\ x\neq\pm\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^4+4x^3-3x^2-12x=0\\ x\neq-4\\ x\neq\pm\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x^2(x+4)=0\\ x\neq-4\\ x\neq\pm\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow x=0\ (\text{ист})\\ x\neq-4\\ x\neq\pm\sqrt{3}\end{cases}$$

Ответ: при $a=1$.

№5



$AC=2BD$

$\angle A, \angle C$ - ?

Решение:

1) т.к. AC - бисс. $\angle A$ и $\angle C$, $AC\perp BD$, то по признаку р/б треуг. о том, что выс. и бисс. из верш. совп., то:

$\triangle ADB$ - р/б с осн DB; $\triangle CDB$ - р/б с осн. DB } => $DH=HB$ (т.к. мед, бисс и выс из одной верш. совп)

и $AD=AB$ (по опр р/б треуг) $DC=CB$

2) Проведём в △ CДA из ∠Д = 90° мед. ДМ; AM = CM;
т.к △ AДC, ∠Д = 90°, то по св-ву прямоуг треуг, что его медиана из прямого угла равна ½ гипотенузы, получим:

ДМ = AM = CM

Аналогично: BM = AM = CM ; где BM – мед △ ABC из ∠B = 90°.

3) т.к. AC = 2BД => BД = BM = AM = CM = ДМ =>

=> △AMД – р/б с осн AД
△AMB – р/б с осн AB
△ДMB – р/б с осн. ДB
=> по св-ву р/б треуг. о равве уг. при осн.: ∠ДAM = ∠MДA
∠MAB = ∠MBA; ∠MBД = ∠MДB
Т.к. AM – бисс ∠ДAB, то: ∠ДAM = ∠BAM
=>

+

=> ∠ДAM = ∠BAM = ∠AДM = ∠ABM

~~△AMД~~ Т.к. ДМ = MB = ДB, то:
△ДMB – р/ст (по опр р/ст треуг) =>

=> ∠ДMB = ∠MBД = ∠BДM = 60° (по св-ву р/ст треуг: все уг = 60°).

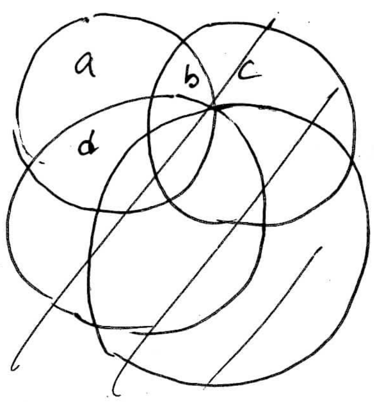
Тогда ∠AMB = ∠ДMA = 150°; а углы: ∠MДA = ∠MAД = ∠MBA = ∠MAB = 15°.
Т.к ∠AДC = 90; ∠AДB = ∠MДB + ∠AДM = 60° + 15° = 75°, то: ∠CДB = 15°
и т.к. ∠ДHC = 90°, то: ∠ДCH = 75°;
Аналогично: ∠BCH = 75°

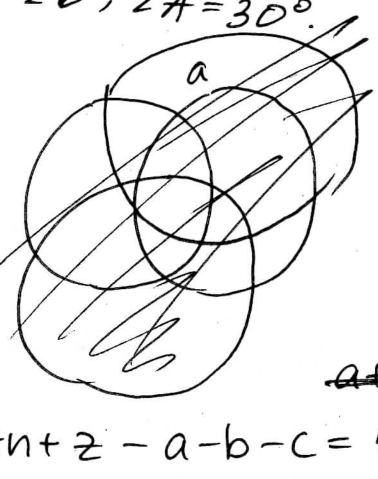
4) Тогда: ∠ДCB = (∠BCH) · 2 = 150°
∠ДAB = 2∠ДAC = 30°

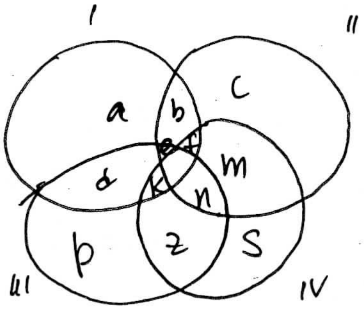
+

Ответ: 150° = ∠C; ∠A = 30°.

№1







k + n + z – ?

~~a+b+e =~~

k + n + z – a – b – c = 57

a + b + c + p + d + e = 7

Ответ: 60.