Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

118048

Шифр ~~118047~~

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Антипенко Антон Игоревич

Город, № школы (образовательного учреждения) школа № 1580, г. Москва

Регистрационный номер 1235 8 класс

Вариант задания вариант 3

Дата проведения «16» февраля 2020 г.

Подпись участника

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Шифр 118048

заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
ф	15б	15б	0б	ф	~~10б~~					~~40б~~
Ф	15б.	15б.	0б.	Ф	20б.					50б

Алмазова

Колущина

(пятьдесят)

$\Sigma = 50$

Вариант № 3

№2

$f(x) = x^2 - 5x + 1580$

$f(2-x) = f(2x-1)$

$(2-x)^2 - 5(2-x) + \cancel{1580} = (2x-1)^2 - 5(2x-1) + \cancel{1580}$

$4 - 4x + x^2 - 10 + 5x = 4x^2 - 4x + 1 - 10x + 5$

$x^2 - 4x^2 + x + 14x - 6 - 6 = 0$

$-3x^2 + 15x - 12 = 0 \quad | : (-3)$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

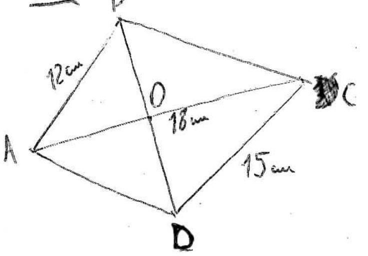
$D = (-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 25 - 16 = 9 \quad (D > 0)$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{cases}$

15б

Ответ: $x_1 = 1$; $x_2 = 4$.

№3



решение:

$\angle AOD = \angle BOC$ как вертикальные, следов., по теореме о площадях тр-ков с равными углами, $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{AO \cdot OD}{BO \cdot OC} \Rightarrow$ т.к. $S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC}$, $\frac{AO \cdot OD}{BO \cdot OC} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow AO \cdot OD = BO \cdot OC \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{OC}{AO} = \frac{OD}{BO} \\ \angle BOA = \angle COD \text{ как вертикальные} \end{array}\right\}$ $\triangle AOB \sim \triangle COD$ по двум проп. ст. и равному углу м.н.

Следовательно, $\frac{OC}{AO} = \frac{OD}{BO} = \frac{DC}{AB}$, следов., т.к. $\frac{DC}{AB} = \frac{15 \text{ см}}{12 \text{ см}} = \frac{5}{4} = 1{,}25$,

$\begin{cases} \frac{OC}{AO} = 1{,}25 \\ OC + AO = 18 \text{ см} \end{cases} \quad \begin{cases} OC = 10 \text{ см} \\ AO = 8 \text{ см} \end{cases}$

Ответ: $AO = 8$ см.

15б

№6

Раз сумма любых четырёх чисел чётна, все числа чётные, либо все числа нечётные, иначе можно было взять нечётное количество нечётных и сделать нечётной всю сумму (если бы были и чётные, и нечётные).

Если бы произведение всех 10-ти чисел оканчивалось бы на 2020, это было бы чётным, значит, мы рассматриваем вариант, когда все ~~Неверно. Достаточно хотя бы одного чётного числа.~~ числа набора чётные, иначе их произведение также было бы нечётным. Раз все числа чётные, каждое из них можно было бы представить как $n \cdot 2$ (т.е. какое-то число, умноженное на 2), значит, их произведение можно было бы представить как $2^{10} \cdot m = 1024 \cdot m$, ✓ т.е., оно бы делилось на 1024.

Осталось понять, может ли какое-то число, при умножении на 1024 дать результат, оканчивающийся на 2020 (это число должно быть натуральным).

Рассмотрим результаты умножения 1024 на первые несколько натуральных чисел:

$1 \cdot 1024 = 1024$
$2 \cdot 1024 = 2048$
$3 \cdot 1024 = 3072$
$4 \cdot 1024 = 4096$
$5 \cdot 1024 = 5120$
$6 \cdot 1024 = 6144$
$7 \cdot 1024 = 7168$
$8 \cdot 1024 = 8192$
$9 \cdot 1024 = 9216$
$10 \cdot 1024 = 10240$

Можно наблюдать, что последней цифрой числа является 0 (как нужно нам), при умножении 1024 на числа, кратные 5:

$5 \cdot 1024 = 5120$
$10 \cdot 1024 = 10240$
$15 \cdot 1024 = 15360$
$20 \cdot 1024 = 20480$
$25 \cdot 1024 = 25600$
$30 \cdot 1024 = 30720$
...
$55 \cdot 1024 = 56320$
$80 \cdot 1024 = 81920$

Теперь можем наблюдать, что предпоследняя цифра - 2 (с последней 0) получаем при умножении на 5 и дальше через каждые 25 (30, 55, 80 и т.д.). Теперь, среди таких чисел проанализируем третью с конца цифру (нам нужен 0):

	пред-предпосл. ц.:
$5 \cdot 1024 = 5120$	1
$30 \cdot 1024 = 30720$	7
$55 \cdot 1024 = 56320$	3
$80 \cdot 1024 = 81920$	9
$105 \cdot 1024 = 107520$	5
$130 \cdot 1024 = 133120$	1 снова один.

Мы можем наблюдать такую последовательность: 1; 7; 3; 9; 5; которая затем замыкается, т.е., нужного нам нуля в ней не будет.
Значит, произведение всех девяти чисел не может оканчиваться на 2020.

~~10б~~ 20б. ~~Не доказано что числа имеют одну чётность.~~

Ответ: нет, не может.

№4

$$\sqrt{a^2-10a+25} = \sqrt{a^2-2\cdot 5a+5^2} = \sqrt{(a-5)^2} = |a-5|$$

при $a=5$ только одно решение, т.к. $|5-5|=0$ в любом случае равна и правая часть под модулем, т.е. корень только 1.

Ответ: при $a=5$. 0б

А левая часть?