Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 118040

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Городецкий Михаил Андреевич

Город, № школы (образовательного учреждения) лицей №1568 г. Москва

Регистрационный номер 10322 класс 8

Вариант задания 3

Дата проведения «16» февраля 2020 г.

Подпись участника ГородМ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
10б	15б	ф	0б	0б	~~ф~~					~~25б~~
10б	15б.	нет	~~5б.~~ 0	0	20б					~~50б.~~

Шифр 118040
заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

Ананатова

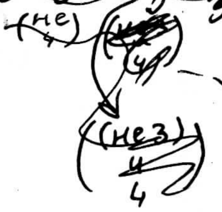
Калугина

$\Sigma = 45$

Вариант № 3

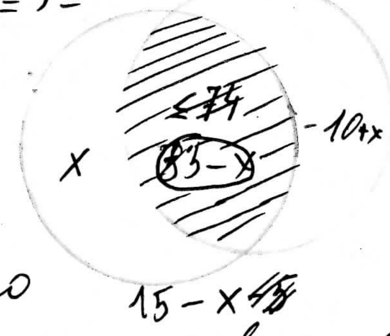
Задача №1

1) Смотрим на $3^е$ испытание: его не прошло 5 человек. Смотрим на $4^{ое}$ испытание: людей, которые прошли оба (3 и 4) испытания хотя бы 70 (иначе всего людей никак не меньше, чем $85+(75-69)>90$, противоречие) 2) Докажем от противного, что людей, которые прошли и $3^е$ и $4^{ое}$ испытание ровно 70. Тогда пусть ~~ну~~ тех, кто прошли и $3^е$ и $4^{ое}$ испытание не ~~более~~ хотя бы 74. тогда тех, кто прошел и 3, и 4, и 1 ~~хотя бы~~ $(70-5-15=50)$ $70-x-(10+x)-(x+5)=$ $\geq$ ~~$70-x-5-65-x$~~ $65-3x$ ~~≥ 5~~ 4, т.к $x =$ ~~75~~ $85-75+y$, где y − те кто прошли 3 и не прошли 4.



Аналогично поступив со $2^{ым}$ испытанием. ~~ну~~ получим что те кто прошли и 3 и 4 и $2^{ое}$ хотя бы $35-x$

Тогда в закрашенной области (т.к никто не прошел все 4 испытания) людей хотя бы $100-2x$, что должно быть меньше или равно $85-x$, ~~противоречие~~. $100-2x \leq 85-x \Rightarrow x \geq 15$, что невозможно (по (1))

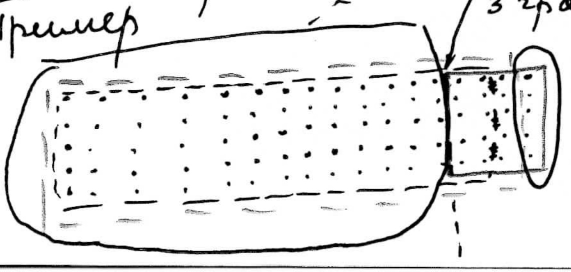


Значит решивших и 3 и 4 ровно 70: 10б

Пример

(3 границы)

1)
2)
3)



• − человек
− $1^{ое}$ исп
− $2^{ое}$ исп.
− $3^е$ исп
− $4^{ое}$ исп.

Задача №2.

$f(2-x)=f(2x-1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (2-x)^2-5(2-x)+1580=(2x-1)^2-5(2x-1)+1580 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (2-x)^2-(2x-1)^2=5(2-x)-5(2x-1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (2-x-2x+1)(2-x+2x-1)=5\cdot(2-x-2x+1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (3-3x)\cdot(x+1-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$

Ответ $\{1;4\}$

15б

Задача №3

Докажем, что все числа одной четности.

От противного. Тогда есть числа ~~обоих~~ четные и нечетные. Тогда какого-то вида ~~х~~ хотя бы 3 (иначе всего чисел не более 4). Если это четн. числа, то берем их и нечетное. Тогда сумма нечетн: противореч.

2) Если это нечетн числа, то берем их и четное. Тогда сумм нечетн. противоречие. ■

Если все числа ~~х~~нечетные, то их произв. - нечетн число, но если оно вдруг оканчивается на 2020, то оно четное. Противоречие.

Если все числа четные, то их произведение делится хотя бы на 2^{10}, но если оно оканчивается на 2020, то по признаку делимости на 8, оно не делится даже на 2^3. Противоречие.

Значит, произведение всех 10 чисел не может оканчиваться на 2020

Ответ: не может

Задача №4

$$\left|\frac{-3x^4+(a+1)x^3+(3a+3)x^2+(1-a^2)x}{(x^2-a-1)(a-3x-1)}\right|=\sqrt{a^2-10a+25} \Leftrightarrow$$

$$\cancel{\left|\frac{(x^2-a+1)\,x\,(a+1-3x^2)}{(x^2-a-1)(a-3x-1)}\right|=|a-5|} \Leftrightarrow$$

Разные множители если!

$$\Leftrightarrow \left|\frac{(x^2-a-1)\cdot(-3x^2)+(a+1)x(x^2+1-a)}{(x^2-a-1)(a-3x-1)}\right|=|a-5|$$

скорее всего здесь опечатка и тогда

$$\left|\frac{x(x^2-a-1)\cdot(a-1-3x)}{(x^2-a-1)(a-3x-1)}\right|=|a-5| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x|=|a-5| \\ x^2\neq a+1 \\ x\neq\frac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a-5|=0 \\ x=0 \\ x^2\neq a+1 \\ x\neq\frac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a=5.$$

т.к ед. решении

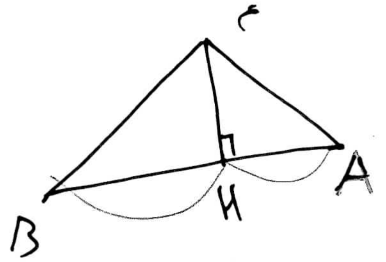
Согласовать с условием!

Ответ: 5. Если есть опечатка.

Если опечатки нет, то числитель на множители не раскладывается и тогда невозможно решении задачи.

~~0,5~~ ~~5,5~~ 0

Задача № 5



$AB = 8$
$CH = 2.$

$\angle B;\ \angle A = ?$

Решение.

По св-ву прямоуг. треуг:

$CH = \sqrt{BH \cdot AH}.$

$BH + AH = AB.$

Пусть $BH = x$
$AH = y.$

Тогда $\begin{cases} x+y=8 \\ \sqrt{xy} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8-y \\ xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2-8y+4=0 \\ x=8-y \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4+2\sqrt{3} \\ y = 4-2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$

не обосновано

$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \sqrt{\frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{(4-2\sqrt{3})^2}{4^2-(2\sqrt{3})^2}} = \sqrt{\frac{(4-2\sqrt{3})^2}{4}} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}. \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle B \approx 15^\circ;\ \angle A = 75^\circ$

Ответ: 15° и 75°. Об