Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 418036

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Агринский Артём Евгеньевич

Город, № школы (образовательного учреждения) Волжский, МОУ СШ №30

8 класс

Регистрационный номер 5501

Вариант задания 7

Дата проведения «29» февраля 2020 г.

Подпись участника

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Шифр 418036

заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
10	10	X	5	X	20				$\Sigma=45$	
✓	✓		✓	0	✓					

Бурова (2ая пр-ие)

$\Sigma = 45$

Щегу

Вариант № 7.

№1.

Пусть однокомнатных домиков - x, ~~того~~ а трёхкомнатных y, тогда двухкомнатных 2x. Тогда:

$$\begin{cases} y \vdots x \Rightarrow y = kx;\ k \in \mathbb{N} \\ 3y = 2x+25 \\ \cancel{2x}\ 3x+y \geq 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y \geq 70 \\ y = kx. \\ \underset{\vdots x}{3kx} = \underset{\vdots x}{2x}+25 \end{cases}$$

$\underset{\vdots x}{3kx} = \underset{\vdots x}{2x}+25 \Rightarrow 25 \vdots x$, т.к. если сумма кратно t и одно слагаемое $\vdots t$, то и второе слагаемое $\vdots t$

$25 = 5 \cdot 5 \cdot 1 \Rightarrow$

(1) $x=1$

(2) $x=5$

(3) $x=25$

+

(1) $x=1$.

$3y = 2+25$

$3y = 27$

$y = 9.$

$2x = 2$

$3+9 \geq 70$

$12 \geq 70$, но это не так $\Rightarrow$!!! $\Rightarrow x \neq 1$.

(2) $x=5$

$3y = 10+25$

$3y = 35$

$y = \frac{35}{3} \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$, но это невозможно $\Rightarrow$!!! $\Rightarrow x \neq 5$.

(3) $x=25$

$3y = 50+25$

$y = 25.$

$75+25 \geq 70$

$100 \geq 70 \Rightarrow$ этот вариант нам подходит $\Rightarrow$ Ответ: 100.

№2.

$x^2+ax+2a=0.$

$$\begin{cases} x_1^2+x_2^2=21 \ (1) \\ x_1+x_2=-a \\ x_1x_2=2a \end{cases} \Leftrightarrow$$

(1)

$x_1^2+x_2^2=21.$

$x_1^2+2x_1x_2+x_2^2-2x_1x_2=21.$

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=21.$

$a^2-4a=21.$

$a(a-4)=21.$

Если $a \notin \mathbb{Z}$, то $a-4 \notin \mathbb{Z}$, то тогда произведение нецелого на нецелое не может быть целым $\Rightarrow a \in \mathbb{Z}$

~~$21=1\cdot3\cdot7.$~~
~~(1) $21=1\cdot21$~~
~~(2) $21=3\cdot7$~~
~~(3) $21=7\cdot3$~~
~~(4) $21=21\cdot1$~~
~~(5) $21=-1\cdot(-21)$~~
~~(6) $21=-3\cdot(-7)$~~
~~(7) $21=-7\cdot(-3)$~~
~~(8) $21=-21\cdot(-1)$~~

$a^2-4a-21=0.$

$D=b^2-4ac=16-4\cdot(-21)\cdot1=16+84=100$

$a_1a_2=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

$$\left[\begin{array}{l} a_1=\frac{4+10}{2}=7 \\ a_2=\frac{4-10}{2}=-3. \end{array}\right.$$

~~Из всех случаев подходит только тот, где $21=7\cdot3$, $21=-3\cdot(-7)$, т.к.~~

~~$7\cdot(7-4)=21$~~
~~$-3\cdot(-3-4)=21 \Rightarrow a=-3;\ a=7.$~~

Ответ: $-3;\ 7.$

№6.

Пусть наши числа: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{159}$, тогда.

$a_1+a_2+\dots+a_{158}=1580$

Без ограничения общности я могу упорядочить эти числа следующим образом:

$a_1 \le a_2 \le a_3 \le \ldots \le a_{158}$.

Серёжа увеличил самое большое число, т.е. a_{158} в 3 раза и какое то a_i уменьшил на 20, ~~я буду называть число a_{158}, до уменьшения~~ тогда:

$\cancel{a_{158}}: b_{158} = a_{158} \cdot 3$

$b_i = a_i - 20$, тогда

$$\begin{cases} (1)\ a_1 + a_2 + \ldots + a_i + \ldots + a_{158} = 1580 \\ (2)\ a_1 + a_2 + \ldots + b_i + \ldots + a_{157} + b_{158} = 1580 \end{cases}$$

Вычтем из $(1)-(2)$:

$a_i + a_{158} - b_i - b_{158} = 0.$

$a_i + a_{158} = b_i + b_{158}.$

$\cancel{a_i} + a_{158} = \cancel{a_i} - 20 + 3a_{158}$

$20 = 2a_{158}$

$a_{158} = 10 \Rightarrow$ наибольшее число $= 10$.

$$\begin{cases} a_1 \le a_2 \le a_3 \le \ldots \le 10 \ (1) \\ a_1 + a_2 + \ldots + a_{157} + 10 = 1580 \ (2) \end{cases}$$

20

$(1)+(2)$ $\begin{cases} a_1 + a_2 + \ldots + a_{157} \le 1570, \text{ т.к. } a_1 \le a_2 \le \ldots \le a_{157} \le 10 \\ a_1 + a_2 + \ldots + a_{157} = 1570 \Rightarrow \end{cases}$

$\Rightarrow a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_{157} = a_{158} = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~ми~~ $a_1 = 10$

Ответ: 10.

+

№4.

$$\begin{cases} \dfrac{(y^2 - 2xy - y + 8x - 12)\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-x}} = 0 \\ 2x + y - a = 0 \end{cases}$$

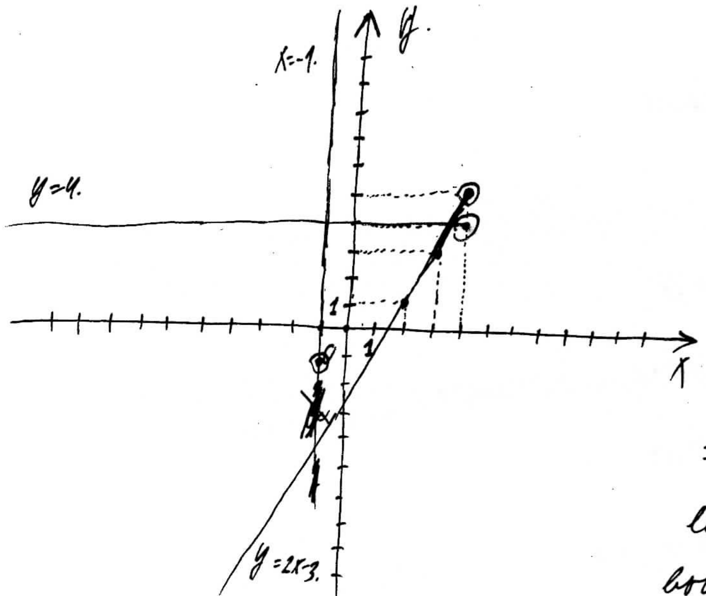
$$\begin{cases} (y^2-2xy-y+8x-12)\sqrt{x+1}=0 \\ \sqrt{4-x} \neq 0 \\ 2x+y-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y^2-2xy-4y+3y+8x-12)\sqrt{x+1}=0 \\ x<4 \\ 2x+y-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \big(y(y-2x+3)-4(y-2x+3)\big)\sqrt{x+1}=0 \\ x<4 \\ 2x+y-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y-4)(y-2x+3)\sqrt{x+1}=0 \\ x<4 \\ 2x+y-a=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=4 \\ y=2x-3 \\ \sqrt{x+1}=0 \end{array}\right. \\ x<4 \\ 2x+y-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=4 \\ y=2x-3 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ x<4 \\ 2x+y-a=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2x-3 \\ x<4 \end{cases}$$

x	3	2
y	3	1



Уравнение

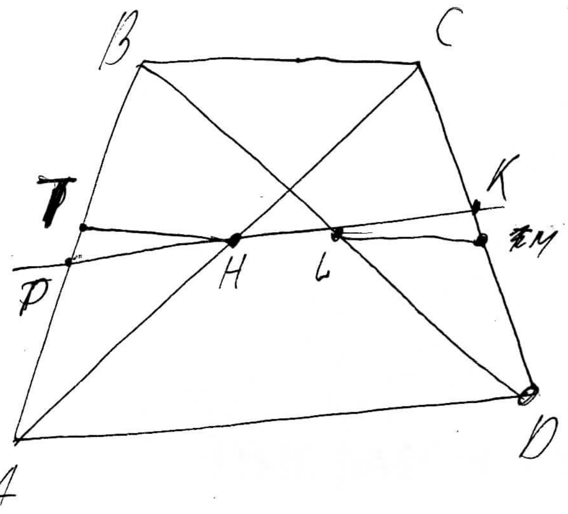
$a=y+2x$

$y=-2x+a \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Это прямая, то есть нам нужно выбрать такие a, чтобы график данной прямой был паралелен одно из прямых на графике и пересекался с другими двумя в двух точках.

50

№5.



Дано:

ABCD - четырёхугольник.

$H \in AC$: $AH = HC$

$L \in BD$: $BL = LD$

$HL \cap AB = P$

$HL \cap CD = K$.

$\angle DKP = 105°$

Найти: $\angle BPK$.

Решение:

1) Доп. построение:

$T \in AB$: $AT = TB$

$M \in CD$: $CM = MD$.

2) Рассм $\triangle ABC$

$BT = AT$, $AH = HC$ $\Rightarrow$ TH - средняя линия в $\triangle ABC$ $\Rightarrow$ $TH \parallel BC$; $TH = \frac{1}{2} BC$

3) Рассм $\triangle BCD$:

$CM = MD$, $BL = LD$ $\Rightarrow$ LM - средняя линия в $\triangle BCD$ $\Rightarrow$ $LM \parallel BC$; $LM = \frac{1}{2} BC = TH$.

4) THML - параллелограмм, т.к. $TH = LM$; $TH \parallel LM$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle THP = \angle KLM$.

Это могут быть точки одной прямой

5) $\angle PTH = \angle KML$ - не обосновано

6) $\triangle PTH = \triangle KML$ (по стороне и 2-ум прил. углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DKP = \angle APH = 105°$ $\Rightarrow \angle BPK = 180° - 105° = 75°$

Ответ: 75°

0