Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 418005

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Копадына Варвара Александровна

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Волжский, МОУ СШ №30, 8 класс

Регистрационный номер 7070

Вариант задания 7

Дата проведения «29» февраля 2020 г.

Подпись участника

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

418005

Шифр ______________

заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
+	±	M	∓	M	+					
10	10		5		20					

10 10 X 5 X 20

$\sum$ 45

$\Sigma = 45$

Вариант № 7

Задача 1

1) Пусть на турбазе x однокомнатных домиков. Тогда двухкомнатных домиков $2x$ штук. А число трехкомнатных равно $\frac{2x+25}{3}$. +

$x+2x+\frac{2x+25}{3} \geq 70 \mid \cdot 3$

$3x+6x+2x+25 \geq 210$

$11x \geq 185$ +

$x \geq 16\frac{9}{11}$

Так как x – число натуральное, то $x \geq 17$. +

2) Число $\frac{2x+25}{3}$ также натуральное. Значит, $2x+25 \equiv 0 \pmod 3) \Rightarrow$

$\Rightarrow x \equiv 1 \pmod 3$. Тогда можно начать подбор, начиная с $x=19$. +

Проверкой верности варианта будет служить условие, что $\frac{2x+25}{3} \vdots x$.

1. $x=19$

$\frac{2x+25}{3} = \frac{38+25}{3} = 21$.

$21 \not\vdots 19$.

2. $x=22$

$\frac{2x+25}{3} = \frac{44+25}{3} = 23$

$23 \not\vdots 22$

3. $x=25$

$\frac{2x+25}{3} = \frac{50+25}{3} = 25$

$25 \vdots 25$.

Мы нашли такое x, которое подходит под все условия. Теперь можно вычислить число всех домов на турбазе.

$x+2x+\frac{2x+25}{3} = 25+50+25=100$.

Ответ: 100 домиков (25 однокомнатных, 50 двухкомнатных и 25 трехкомнатных)

Задача 2.

$x^2+ax+2a=0$.

Воспользуемся теоремой Виета:

$x_1+x_2 = \frac{-a}{1}$; $x_1 x_2 = 2a$

возведем (x_1+x_2) в квадрат. Тогда:

$(-a)^2 = x_1^2 + 2\cdot 2a + x_2^2$

$x_1^2 + x_2^2 = 21$ (условие). Подставим:

$a^2 - 4a - 21 = 0$. Для удобства $x^2 - 4x - 21 = 0$

$a = 1;\ b = -4;\ c = -21$

$D = b^2 - 4ac = 16 + 84 = 100.$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$x_1 = \frac{4+10}{2} = 7$

$x_2 = \frac{4-10}{2} = -3.$

То есть, при значениях параметра a 7 или -3 выполняется условие.

это не учтено 1б

Ответ: при $a=-3$; при $a=7$.

Задача 6.

Пусть x – наибольшее число (его Серёжа увеличил в 3 раза), а y – число, которое он уменьшил на 20. Остальные 156 чисел не менялись, и их сумма после преобразований осталась прежней.

Но и общая сумма тоже не изменилась, значит:

$x + y = 3x + (y - 20)$

$2x = 20$

$x = 10.$ +

Ага, наибольшее число равно 10. Если все числа ему равны, то сумма равна 1580. Но если какое-то из чисел меньше 10, то и сумма будет меньше 1580 (а это неверно).

То есть, все числа Даши – это 10. Тогда наименьшее из них 10.

Ответ: 10. +

Задача 4

$$\begin{cases} \frac{(y^2-2xy-y+8x-12)\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-x}} = 0 \\ 2x+y-a=0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y^2-2xy-y+8x-16+4=0 \\ \sqrt{x+1}=0 \end{array}\right. \\ 4-x \neq 0 \\ 2x+y-a=0 \\ 4-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} (y-4)(y+3-2x)=0 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ x \neq 4 \\ 2x+y-a=0. \end{cases} \Leftrightarrow$$ +

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=4 \\ y+3-2x=0 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ x \neq 4 \\ 2x+y-a=0. \end{cases}$$

Так как должно быть 2 решения (условие), то $y=4$ и $x=-1$ должны находиться в разных решениях.

Тогда:

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=4\\ y+3x-2=0\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1\\ y+3x-2=0\end{cases}\end{array}\right.\\ x\neq 4\\ 2x+y-a=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=4\\ x=-\frac{2}{3}\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1\\ y=5.\end{cases}\end{array}\right.\\ x\neq 4\\ 2x+y-a=0.\end{cases}$$

не учтено $4-x<0$

$x+1 \geq 0$

У нас есть 2 решение (значения x и y). Подставим в

$2x+y-a)=0.$

$$\left[\begin{array}{l}-\frac{4}{3}+4=a\\ -2+5=a\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=2\frac{2}{3}\\ a=3\end{array}\right.$$

Ответ: при $a=3$ или $a=2\frac{2}{3}$. +