

44 лист 642

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 218009  
(заполняется ответственным  
секретарем приемной комиссии)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**  
**на олимпиаде «Шаг в будущее»**

соревнования по образовательному предмету математика  
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Мягкова Анна Сергеевна

Город, № школы (образовательного учреждения) город Тамбов  
школа № 14

Регистрационный номер 2589

Вариант задания 3

Дата проведения «16» февраля 2020 г.

Подпись участника 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma$
108	08	158	<del>58</del>	208	08					<del>58</del>
100	00	150	150	200	00					600

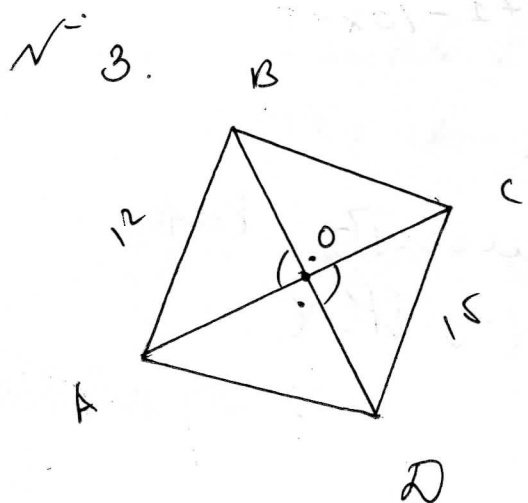
218009

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Вариант № 3

$\Sigma = 60$



Дано: ABCD - вып. 4х-угол

$$AB = 12; CD = 15;$$

$$AC = 18$$

$$S(\triangle AOD) = S(\triangle BOC)$$

Найти: AO.

Решение:

1) Рассмотрим  $S(\triangle AOD)$  и  $S(\triangle BOC)$

$$\angle AOD = \angle BOC \text{ (верт)} \Rightarrow$$

$$\frac{S(\triangle AOD)}{S(\triangle BOC)} = \frac{AO \cdot OD}{BO \cdot OC} = 1 \quad (S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC})$$

3) Рассмотрим  $\triangle BOA$  и  $\triangle COD$

$$\angle BOA = \angle COD \text{ (верт)}$$

$$\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{AO}$$

Значит:  $\triangle BOA \sim \triangle COD \Rightarrow$

$$\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{AO} = \frac{CD}{AB} = \frac{15}{12}$$

$$\frac{OC}{AO} = \frac{15}{12} \Rightarrow (\text{т.к. } AC = AO + OC)$$

$$\frac{AO}{AC} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

$$AO = \frac{4AC}{9} = \frac{4 \cdot 18}{9} = 8$$

$$(AC = 18)$$

Ответ:  $AO = 8$ .

Дано:

$$f(x) = x^2 - 5x + 1580$$

Решено:  $f(2-x) = f(2x-1)$

Решение:

$$f(2-x) = (2-x)^2 - 5(2-x) + 1580$$

$$f(2x-1) = (2x-1)^2 - 5(2x-1) + 1580$$

$$(2-x)^2 - 5(2-x) + 1580 = (2x-1)^2 - 5(2x-1) + 1580$$

$$4 - 4x + x^2 - 10 + 5x = 4x^2 - 4x + 1 - 10x + 5$$

$$-6 + x^2 + 5x = 4x^2 + 6 - 10x$$

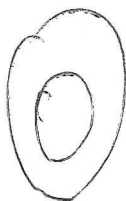
$$-12 = 3x^2 - 15x$$

$$-12 = 3x(x-5)$$

$$-4 = x(x-5)$$

$$-4 = 2 \cdot -2 = -1 \cdot 4 = -4 \cdot 1 \cdot ?$$

а значит как  
один из  
классов?



$$\begin{cases} x=2 \\ x-5=-2 \\ x=-2 \\ x-5=2 \\ x=-1 \\ x-5=4 \\ x=-4 \\ x-5=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\emptyset \\ x=\emptyset \\ x=\emptyset \\ x=\emptyset \\ x=4 \\ x=\emptyset \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=4$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x=4 \\ x=1 \end{cases}$$

№ 5.

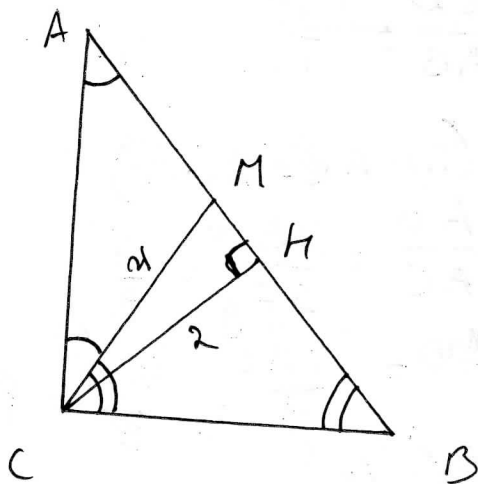
Дано:  $\triangle ABC$  - прямоугольный  
( $AB$  - гипотенуза)

$$AB = 8 \text{ см.}$$

$H$  - высота

$$H = 2 \text{ см}$$

Найти: окружность  $\triangle ABC$



Доп. постро: проведем из верш угла медиану и высоту (CM)

т.к. это медиана в треугольнике то она равна половине гипотенузы т.е.  $CM = AM = MB = 4$  см (CM - медиана AB, AB = 8 см)

1.  $\triangle CMA$  - р/с т.к.  $CM = AM$  (по доп. постро)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle CAM = \angle ACM$$

2. Рассмотрим  $\triangle CMH$ :  $\angle CHA = 90^\circ$  (CH - высота)

$$CM - \text{гипотенуза} = 4 \text{ см} \quad \text{т.к.} \quad CM = 2CH \Rightarrow$$

$$CH - \text{катет} = 2 \text{ см}$$

$$CH \text{ лежит против } \angle = 30^\circ \Rightarrow \angle CMH = 30^\circ \Rightarrow$$

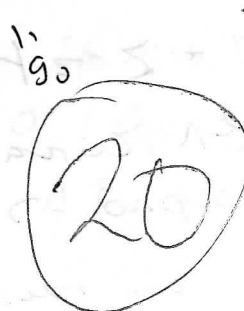
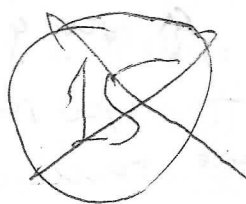
$$\Rightarrow \angle AMC = 180^\circ - \angle CMH = 150^\circ \Rightarrow \text{т.к. } \angle CAM = \angle ACM \text{ (по гон)}$$

$$\angle CAM = \angle ACM = 30^\circ / 2 = 15^\circ.$$

$$3. \angle A = 15^\circ \Rightarrow \angle B = 180^\circ - \angle ACB - \angle CAM = 90^\circ - 15^\circ =$$

$$= 75^\circ$$

Ответ:  $15^\circ$ ;  $75^\circ$



н.г.

$$1) \frac{-3x^4 + (a+1)x^3 + (3a+3)x^2 + (1-a^2)x}{(x^2-a-1)(a-3x-1)} =$$

$$= \frac{-3x^4 + x^3(a+1) + 3x^2(a+1) + (a+1)(a+1)x}{(x^2-a-1)(a-3x-1)} \quad \text{с}$$

$$\text{с} \quad -3x^2(x^2-a-1) - x(a+1)(x^2+a-1)$$



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

218009

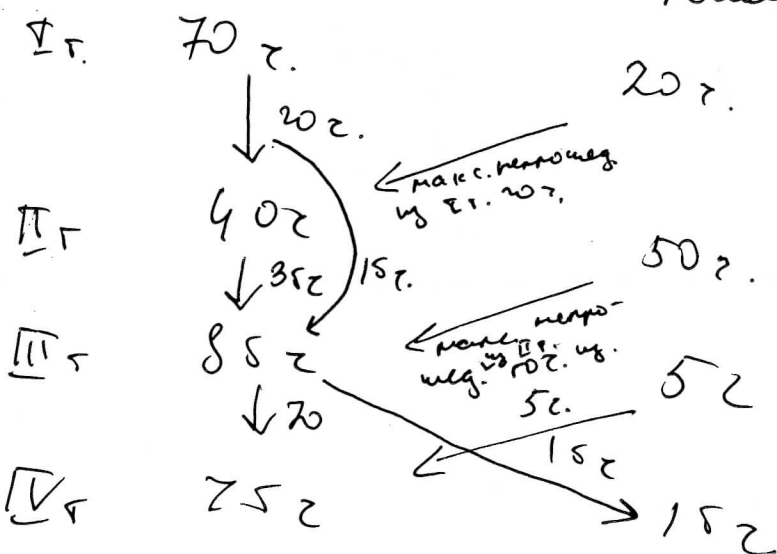
Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3.

пр.

не прошли



Значит 2 тура точно

① успешно прошли  
20 человек.

② могут точно пройти  
успешно 3 тура  
→ 15 r.

③ все люди закончив-  
шие 3 тура прова-  
ли последний (нико  
го не прошел успешно 3  
тура). → все же 15 человек  
продолжили на IV тур и  
ост 5 чел. не прошедшие 3 тур  
прошли IV тур и 70 человек  
из 3 тура (успешно прошедшие)  
прошли и 4 тур. →  
прошли в след. тур  
70 r.

10

Ответ: 70 человек

N<sup>o</sup> 4.

$$\left| \frac{-3x^4 + (a+1)x^3 + (3a+3)x^2 + (1-a^2)x}{(x^2-a-1)(a-3x-1)} \right| = \sqrt{a^2-10a+25}$$

$$\sqrt{a^2-10a+25} = \sqrt{(a-5)^2} = |a-5| \geq 0.$$

$$\left| \frac{-3x^4 + x^3(a+1) + x^2(3a+3) + x(1-a^2)}{(x^2-a-1)(a-3x-1)} \right| \quad \textcircled{=}$$

$$\textcircled{=} \left| \frac{x(-3x^3 + x^2(a+1) + x(3a+3) + (1-a^2))}{(x^2-a-1)(a-3x-1)} \right| \quad \textcircled{=}$$

$$\textcircled{=} \left| \frac{x(-3x^3 + x^2a - x^2 + 3xa + 3x + 1 - a^2)}{(x^2a - 3x^3 - x^2 - a^2 + 3ax + a - 1 + 3x + 1)} \right| = |x|$$

$$|x| = |a-5|$$

$$\begin{cases} x = a-5 \\ x = -a+5 \\ x^2-a-1 \neq 0 \\ a-3x-1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = a-5 \\ x = -a+5 \\ x = \pm\sqrt{a+1} \\ x = \frac{a-1}{3} \end{cases}$$

$$1. \quad a-5 = \sqrt{a+1}$$

$$(a-5)^2 = (\sqrt{a+1})^2$$

$$(a-5)^2 = a+1, \text{ to verify } (-a+5)^2 = (a-5)^2 \text{ is } \neq$$

$$2. \quad \frac{a-1}{3} = a-5$$

$$a-1 = 3a-15$$

$$14 = 2a$$

$$a = 7.$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x \neq \sqrt{8} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -2.$$

$$3. \quad \frac{a-1}{3} = -a+5.$$

$$a-1 = -3a+15.$$

$$4a = 16$$

$$a = \frac{16}{4}$$

$$a = \cancel{8/16} 4$$

$$a = 4.$$

$$\begin{cases} x = 2,5 \\ x = 1,5 \\ x \neq \sqrt{4,5} \\ x \neq ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x \neq \sqrt{5} \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x = -1.$$

Ответ: при  $a = 4$  уравнения имеет 1 решение  
 при  $a = 7$  уравнения имеет 1 решение.  
 $a = 5$

15