Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

+1 мет
Олр

Шифр 418027
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математике
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Анисимов Александр Артёмович

Город, № школы (образовательного учреждения) МОУ СШ №30
г. Волжский 7 класс

Регистрационный номер 1479

Вариант задания 7

Дата проведения «29» февраля 2020 г.

Подпись участника [signature]

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
10	10	12	X	0	20				$\Sigma=52$	
✓	0	✓		✓	✓					

2ая проверка

отмена

Шифр 418027

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Σ42 Бурьев 2ая проверка

Вариант № 7

№1

Пусть однокомнатных – x шт, тогда двухкомнатных – 2x.

А трёхкомнатных $k\cdot x$, где $k \in \mathbb{N}$. (т.к кол-во трёхкомнатных кратно кол-ву ~~двух~~ однокомнатных)

Запишем условие на языке формул.

$\Sigma = 42$

Щукин

$$3kx = 25 + 2x$$

$$3kx - 2x = 25$$

$$x(3k-2) = 25$$

По условию задачи: $x + 2x + kx \geq 70$

$$x(1+2+k) \geq 70$$

I) $x(k+3) \geq 70$

Заметим, что $25 = 5\cdot5 = 1\cdot25$

Т.к. x – положительное и 25 – положительное, то $3k-2$ – тоже положительное. Проверим 3 случая:

1) $x = 5$; $3k-2 = 5$
2) $x = 1$; $3k-2 = 25$
3) $x = 25$; $3k-2 = 1$

1 случай невозможен, т.к $3k-2=5$, то $3k = 7$, но $7 \not\vdots 3$.

Проверим 2 случай. $3k-2=25 \Leftrightarrow 3k = 27 \Leftrightarrow k = 9$

Подставим полученные значения в I выражение:

$1\cdot(9+3) = 12 < 70$ противоречие, т.к $x(k+3) \geq 70$. Значит 2 вариант невозможен

Проверим 3 случай. $3k-2=1 \Leftrightarrow 3k=3 \Leftrightarrow k=1$
Подставим в I выражение x и k:
$25(1+3)=25\cdot 4=100>70$
Значит есть только 1 ответ — 100.
Ответ: 100.

№2

Запишем условие.

$x^2+ax+2a=0$

$x_1^2+x_2^2=21$

По теореме Виета $x_1+x_2=-a$, а $x_1x_2=2a$

Заметим, что $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$ (Д/м это:
$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=x_1^2+2x_1x_2^2+x_2^2-2x_1x_2=x_1^2+x_2^2$)

Значит $(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=21$

$(-a)^2-2\cdot 2a=21$

$a^2-4a=21$

$a(a-4)=21$

Заметим, что $a>a-4$. и $21=21\cdot 1=3\cdot 7=(-1)\cdot(-21)=(-3)\cdot(-7)$
Р/м 4 случая (нет требования, что a - целое)

1) $a=21$, $a-4=1$
2) $a=7$, $a-4=3$
3) $a=-3$, $a-4=-7$
4) $a=-1$, $a-4=-21$

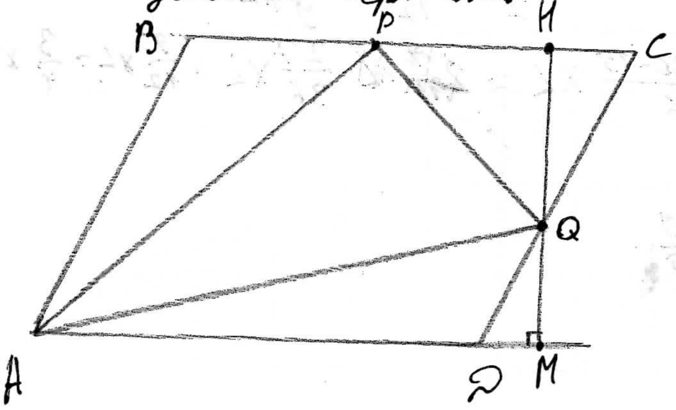
1) невозможно, т.к $a-4=1 \Leftrightarrow a=5$, но $a=21$ одновременно
4) невозможно, т.к $a-4=-21 \Leftrightarrow a=-17$, но $a=-1$ одновременно
2) возможен, т.к $a-4=3 \Leftrightarrow a=7$ и $a=7$ $7=7$
3) возможен, т.к $a-4=-7 \Leftrightarrow a=-3$ и $a=-3$ $-3=-3$

Значит a может быть равен, только 7 и -3.
Ответ: ~~7~~; -3.

$D\geq 0$ 10б

№3

Сделаем чертёж.



Дано:
$3BP = 2PC$ параллелограмм $ABCД$
$4CQ = 5QД$

Найти:
$\frac{S_{APQ}}{S_{PQC}}$

Ошибка!

Т.к. $3BP = 2BC$, то $BP = \frac{2}{3}BC$, а $BC = \frac{3}{2}BP$

Пусть $BP = x$, тогда $BC = \frac{3}{2}x$ $\frac{5}{2}x$

125

Т.к $4CQ = 5QД$, то $CQ = \frac{5}{4}QД$, пусть $QД = y$, тогда $CQ = \frac{5}{4}y$.

Проведём прямую НМ, проходящую через т. Q так, что НМ ⊥ BC; т.к BC ∥ AД (т.к ABCД - параллелограмм), то НМ ⊥ AД

Заметим, что $\frac{CQ}{QД} = \frac{HQ}{QM} = \frac{\frac{5}{4}y}{y} = \frac{5}{4}$ Значит $HQ = \frac{5}{4}QM$

Пусть $HM = L$, тогда $HQ + QM = L$

$$\frac{5}{4}QM + QM = L$$

$$\frac{9QM}{4} = L$$

$$QM = \frac{4}{9}L, \text{ а } HQ = \frac{5}{9}L$$

Зная формулу площади треугольника $\left(\frac{ah}{2}\right)$ найдём:

S_{ABP}; S_{PCQ}; $S_{HQД}$

$$S_{ABP} = \frac{x \cdot L}{2} = \frac{BP \cdot HM}{2}$$

$$S_{PCQ} = \frac{\frac{3}{2}x \cdot \frac{5}{9}L}{2} = \frac{\frac{5}{6}xL}{2} = \frac{5}{12}xL = \frac{PC \cdot HQ}{2}$$

$$S_{AQД} = \frac{AД \cdot QM}{2} = \frac{(x + \frac{3}{2}x) \cdot \frac{4}{9}L}{2} = \frac{\frac{5}{2}x \cdot \frac{4}{9}L}{2} = \frac{5}{9}xL$$

Зная формулу площади параллелограмма (основание · высота), найдём площадь △ APQ

$S_{APQ} = S_{ABCD} - S_{ABP} - S_{PCQ} - S_{AQD} = AD \cdot HM - \frac{XL}{2} - \frac{5}{12}XL - \frac{5}{9}XL =$

$= \frac{5}{2}X \cdot L - \frac{XL}{2} - \frac{5}{12}XL - \frac{5}{9}XL = \frac{90-18-20-15}{36}XL = \frac{27}{36}XL = \frac{9}{12}XL = \frac{3}{4}XL$

$\frac{S_{APQ}}{S_{PQC}} = \frac{\frac{3}{4}XL}{\frac{5}{12}XL} = \frac{3 \cdot 12^{3}}{4 \cdot 5} = \frac{9}{5}$

Ответ: 9 : 5.

№6

Заметим, что сумма чисел, которых „не трогали" не изменилась. А т.к общая сумма не изменилась, то не изменилась сумма 2 чисел, которыми Серёжа работал. Пусть самое большое число было (до изменений Серёжей) x, а ещё какое-то число, которое он уменьшил на $20 - y$.

Тогда $x + y = 3x + y - 20$

$y = 2x + y - 20$

$0 = 2x - 20$

$x = 10$ +

Заметим, что среднее арифметическое этих чисел $= 10$ $\left(\frac{1580}{158} = 10\right)$ А.т.к. x — наибольшее число, то все числа равны 10. Докажем это: Заметим, что числа, большего x нет. Но заметим, что нет числа, меньшего 10, т.к если оно есть, то есть число большее 10, чтобы сред арифметич. было $= 10$. Но числа большего 10 нет, значит все 158 чисел равны 10. А наименьшее равно 10

Ответ: 10.

+

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

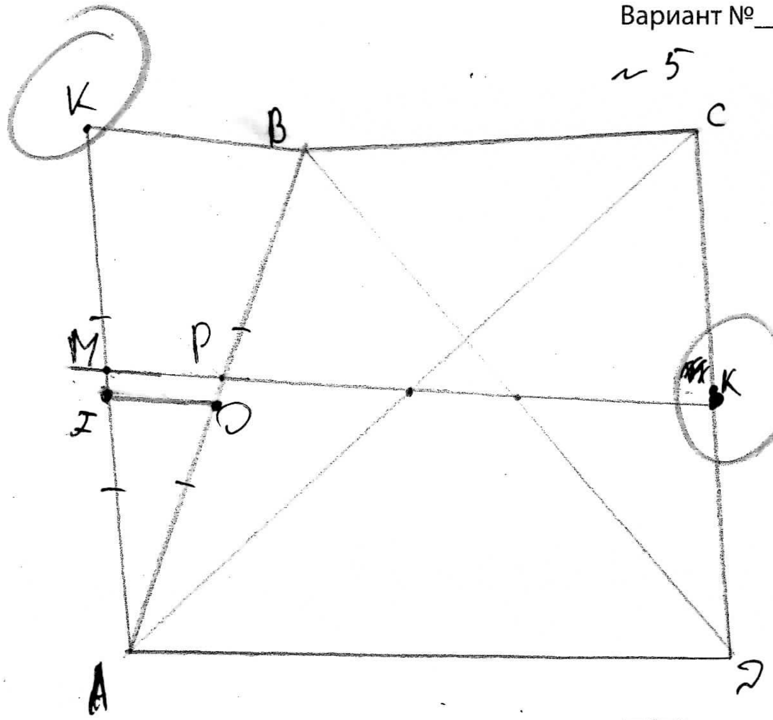
418027

Шифр ______________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 7

№ 5



Проведём $AK = CД$, так, чтобы $AK \parallel CД$.

Там, где BK пересек AK т M

Пусть середина AB – т. O, а сер AK – т. F

~~Заметим, что $FO \parallel MP$~~ Ложно!

Заметим что FO – средняя линия $\triangle AKB$ и $\parallel KB$.

Т.к $\angle ДKP = 105^\circ$, то $\angle AMP = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

$\angle FMP = \angle OPM = 75^\circ$ (т.к $\triangle AFO$ – равноб. $AF = AO$.)

$\angle BPK = \angle MPO$ как вертик $= 75^\circ$

Ответ: 75°

Об