Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 118006
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Урнышева Арина Андреевна

Город, № школы (образовательного учреждения) МОУ „Лицей N 23", г.о. Подольск

Регистрационный номер 8048

Вариант задания 3

Дата проведения «16» 02 2012 г.

Подпись участника

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Шифр 118006

заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
10	15	15	0	0	20	0	0	0	0	60
10	15	15	0	0	20	—	—	—	—	60

Вариант № 3

N2

15

$f(x) = x^2 - 5x + 1580$

$f(2-x) = (2-x)^2 - 5(2-x) + 1580$

$f(2x-1) = (2x-1)^2 - 5(2x-1) + 1580$

$f(2-x) = f(2x-1)$

$(2-x)^2 - 5(2-x) + 1580 = (2x-1)^2 - 5(2x-1) + 1580$

$4 - 4x + x^2 - 10 + 5x = 4x^2 - 4x + 1 - 10x + 5$

$x - 6 = 3x^2 - 14x + 6$

$3x^2 - 15x + 12 = 0 \quad | \div 3$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

по т., обратной т. Виета:

$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$

Ответ: 1; 4

N 6

Так как сумма любых четырёх чисел чётна, то все числа либо чётные, либо нечётные. Предположим, что их произведение может оканчиваться на 2020. Тогда все числа чётные, т.к. их произведение чётное. Значит, это произведение будет кратно 2^{10}, т.к. в составе каждого четного числа есть хотя бы одна 2. Но по св-ву делимости на 8, число, состоящее из трёх последних цифр данного числа должно делиться на 8, но 020, т.е. 20 ⁒ 8, а значит и 2^{10} произведение, оканчивающееся на 2020 делиться не будет, значит на 2020 произведение точно не оканчивается.

Ответ: нет

20

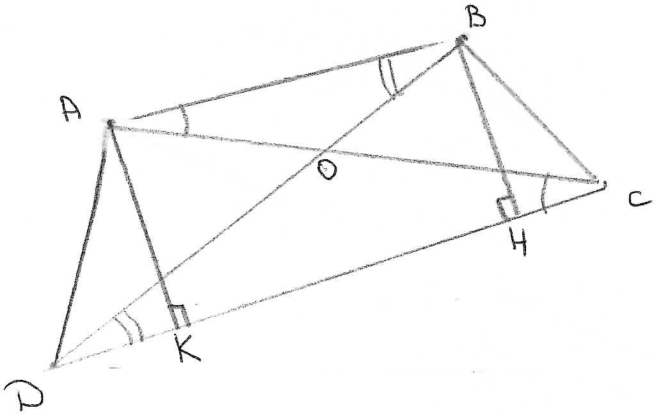
N 1

Т.к. во всех испытаниях участвовали все участники, то и третье, и четвёртое испытания прошло как минимум 70 человек. Но тогда максимум 50 человек из них провалили первое испытание, а оставшиеся 20 прошли и 1, и ~~2~~, 3, и 4. Но тогда по условию они не добились успеха во 2-м. Противоречий нет.

Ответ: 70

10

N3



Дано: ABCD – вып. 4х-уг-ник

$AB = 12$, $CD = 15$,

$AC \cap BD = O$, $AC = 18$

$S_{AOD} = S_{BOC}$

Найти: AO

Решение:

$S_{ABD} = S_{BAC}$, т.к. $S_{ABD} = S_{AOD} + S_{AOB}$, $S_{BAC} = S_{BOC} + S_{AOB}$,

$S_{AOD} = S_{BOC}$ по усл.

Аналогично $S_{ADC} = S_{BCD}$

Проведем высоты AK и BH. Т.к. у $\triangle ADC$ и $\triangle BDC$ общее основание CD, то их площади относятся как высоты, площади равны, т.е. и высоты равны, сл-но $AB \parallel CD$

$\triangle AOB \sim \triangle COD$ по ~~трем~~ двум углам: $\angle AOB = \angle COD$ как вертик. углы, $\angle BAO = \angle DCO$ как накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и AC – секущ.

$\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{DO} = \frac{AB}{CD} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$, значит

$5AO = 4OC$, $AO = \frac{4}{5}OC$, $AO + OC = 18$ по усл., т.е.

$\frac{9}{5}OC = 18 \quad | \div 9$

15

$\frac{1}{5}OC = 2$

$OC = 10$, т.е. $AO = 18 - 10 = 8$ см

Ответ: 8 см.