Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Работа на 2х листах
Ткач А.И.

139005

Шифр ____________________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Компьютерному моделированию (Математика)
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Цыщенков Михаил Константинович

Город, № школы (образовательного учреждения) Москва, лицей №1580

Регистрационный номер 611 класс 9

Вариант задания №7

Дата проведения «29» февраля 2020 г.

Подпись участника ____________

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Шифр 139005

заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
—	+	±	н	—	—					
0	15	5	0	0	0					20

Масалов

— 15 5 н — —

Вариант № 7 (20)

ЛИСТ № 1

№ 1

$$2\sqrt{(4x-9)^2}+\sqrt{3\sqrt{x}-5+2|x-2|}\leq 18-8x$$

$$2|4x-9|+\sqrt{3\sqrt{x}-5+2|x-2|}\leq 18-8x$$

I) $x\geq 2{,}25$

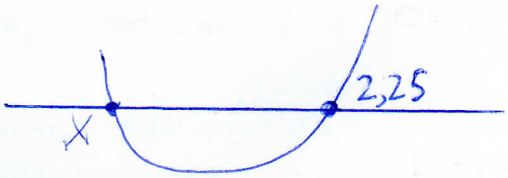
$$8x-18+\sqrt{3\sqrt{x}-5+2|x-2|}\leq 18-8x$$

$$16x-36+\sqrt{3\sqrt{x}-5+2|x-2|}\leq 0$$

$$16x-36+\sqrt{\underbrace{3\sqrt{x}-5+2x-4}_{\geq 0}}\leq 0$$

$$3\sqrt{x}-5+2x-4\geq 0$$

$$3\sqrt{x}+2x-9\geq 0$$



$x\geq 2{,}25$ ✓

$$16x-36<0$$

$x<\frac{36}{16}$, $x<\frac{9}{4}$, $x<2{,}25$ ✗ корней в области $x\in[2{,}25;+\infty)$ нет

II $x \leq 2{,}25$

$$\cancel{18-8x} + \sqrt{3\sqrt{x}-5+2|x-2|} \leq \cancel{18-8x}$$

$\sqrt{3\sqrt{x}-5+2|x-2|} \leq 0$, только один случай (т.к. $\sqrt{\ldots} \geq 0$)

$$\sqrt{3\sqrt{x}-5+2|x-2|} = 0$$

$$3\sqrt{x}-5+2|x-2| = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in [2;2{,}25) \\ 3\sqrt{x}-5+2x-4=0 \quad \text{I} \end{cases} \\ \begin{cases} x \in [0;2) \\ 3\sqrt{x}-5-2x+4=0 \quad \text{II} \end{cases} \end{array}\right.$$

I $\quad 3\sqrt{x}-9+2x=0$

$\sqrt{x}=t,\ t \geq 0$

$3t-9+2t^2=0$

$2t^2+3t-9=0$

$D=b^2-4ac=9+72=81$, два корня

$t_1=\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{-3-9}{4}=-3 \quad \varnothing$

потеря корня!

$t_2=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}=1{,}5 \Rightarrow x=t_2^2=2{,}25$, (не подходит) $\varnothing$

ошибка!

II $\quad 3\sqrt{x}-2x-1=0$

$t=\sqrt{x}$

$3t-2t^2-1=0$

$2t^2-3t+1=0$

$D=b^2-4ac=1$, два корня

$t_1=\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{3-1}{4}=0{,}5 \quad t_2=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{3+1}{4}=1. \quad x_1=0{,}25 \quad x_2=1$ Ответ $x=$

$\ominus$

№2

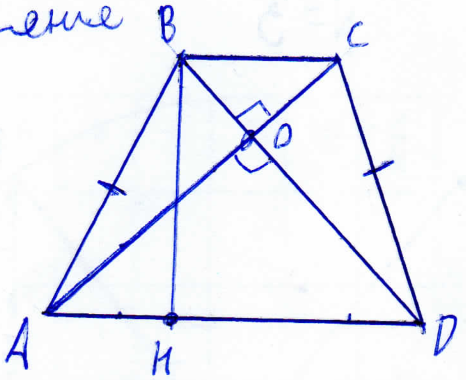
Дано

$S_{ABCD}=100$

$AC\perp BD$

$BH=?$

Решение



$S_{ABCD}=\cancel{\frac{BC+AD}{2}}\ S_{\triangle AOD}+S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOC}+S_{\triangle OCD}=\frac{AO\cdot OD}{2}+\frac{AO\cdot OB}{2}+\frac{OB\cdot OC}{2}+$

$+\frac{OC\cdot OD}{2}=\frac{AO\cdot OD+AO\cdot OB+OB\cdot OC+OC\cdot OD}{2}=\frac{AO(OD+OB)+OC(OB+OD)}{2}=$

$=\frac{(AO+OC)(OB+OD)}{2}=\frac{AC\cdot BD}{2}$, $AC=BD$ т.к. трапеция равнобедренная,

следовательно $\frac{BD^2}{2}=100$, $BD=\sqrt{200}$

Р/м $\triangle AOD$.

а) $AO=OD$, $\Rightarrow$ $\triangle AOD$ р/б и прямоугольный одновременно, $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle \cancel{AOI}\ ADO=45^\circ$.

$BH=\sin 45^\circ\cdot BD=\frac{\sqrt2}{2}\cdot\sqrt{200}=\frac{\sqrt{400}}{2}=\frac{20}{2}=10$

Ответ: $BH=10$ +

№3

чтобы было наиб. сумма, ~~все шляпки на~~ одной из полок должны находиться все шляпки, тогда появляются 2 случая:

1/ на 1ой полке 20 шляпок, на 2ой 1

$\left(\frac{20}{20}+\frac{1}{19}\right)\cdot100\%\approx(1+0{,}05)\cdot100\%=105\%$

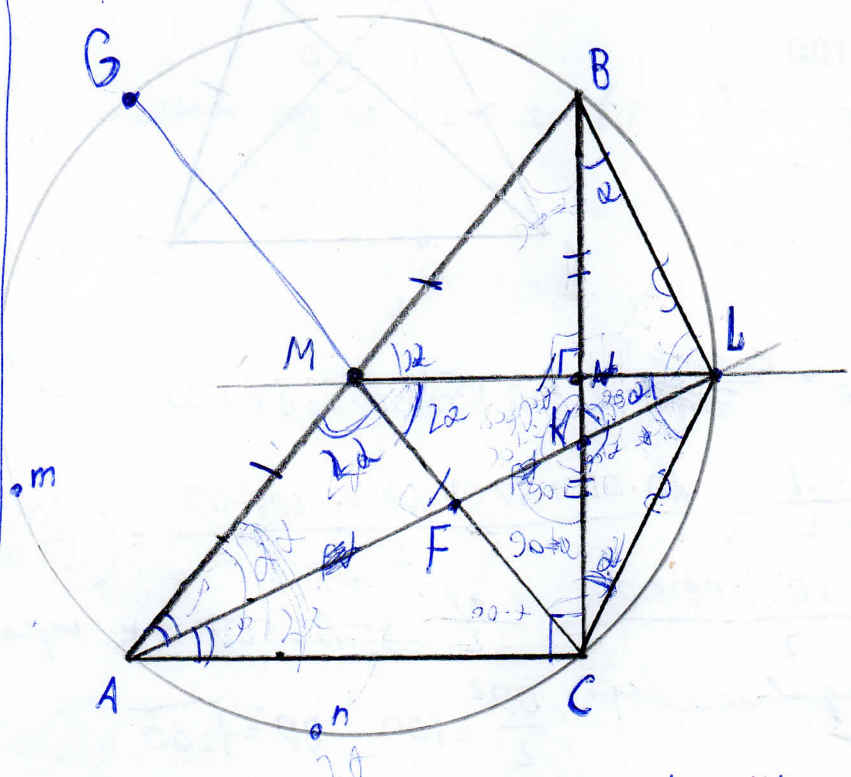
неверно рассмотрено!

2/ на 2ой полке 19 шляпок, на 1ой 2

25;1 $\left(\frac{19}{19}+\frac{2}{20}\right)\cdot100\%=(1+0{,}1)\cdot100\%=110\%$.

Ответ: на I-ой лодке 2 шляпки, на II-ой 19. +

№ 5



Дано

ΔABC - прямоуг.
$\angle C = 90^\circ$
$BC = a$
M и N - середины AB и BC
бисс. $\angle A$ пересекает прямую MN в т. L
$\angle CBL = \alpha$
найти R опис. окр. около ΔACL

На рисунке видно, что центр окружности радиус которой мы ищем ~~является~~ находится в т. M. Так ли это?

1) ~~...~~ Мы точно знаем, что окружность проходит через точки A и C. т.к. описана около треуг. ACL. докажем, что и т. L лежит на ней.

2) сразу можно сказать, что $MB = MA$ => т. $B \in$ окружности.

3) $AM = MB = MC$.
~~...~~. $ML \parallel AC$ по теореме Фалеса. ($AM = MB$, $MN = CN$) => $MN \parallel AC$)
=> $\angle$ ~~MA~~ $LAC = \angle ALM$ => ΔAML - равнобедренный. => $AM = ML$.
значит $AM = MC = MB = ML = R$. ч.т.д. осталось найти R.

4) ~~...~~ т.к. Р/м. Δ ~~...~~ BNL и ΔBLK.
а) $\angle KBL = \angle NBL$
б) $\angle BNL = \angle KBL$ (т.к. $\angle BNL = \angle ACB = 90^\circ$ при $ML \parallel AC$ и сек. BC, А $\angle KBL = \angle ALB$ опирается на диаметр окр., => $\angle KBL = \frac{180}{2} = 90^\circ$)

5) тогда $\angle BKL = 90 - \alpha = \angle NKL$, => $\angle KLN = 90 - (90 - \alpha) = \alpha$.

6) т.к. ΔAML - Р/Б что $\angle \alpha = \angle MAL$, => $\angle MAC = 2\alpha$,

7) ~~AB~~ $AB = \frac{BC}{\sin 2\alpha}$ ~~...~~ $= \frac{a}{\sin 2\alpha}$, на листе 2 продолж.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

139005

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего

Шифр ____________
заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

Вариант № 7

ЛИСТ №2

№5 продолжение

$\angle CMB = 2\angle BAC = 2\alpha$, т.к. оба угла опираются на одну и ту же дугу, просто $\angle CMB$ - центральный, $\angle BAC$ - вписанный

тоже самое и с $\angle BMB$, $\angle BMB = 2\angle BAB = 2\alpha$

и ~~AM~~

$\angle$ ~~$AMC = 2\alpha$~~

8) ~~$AF = FB$ по т. Фалеса $(AM = MB, BC \parallel B)$~~

$\angle ACM = \frac{1}{2} \smile AmG$, $\smile AmG = 180 - \smile AnC$, $\smile AmC = 2\alpha = \angle AMC$

$\angle ACM = \frac{1}{2}(180 - 2\alpha) = 90 - \alpha$

9) $2\alpha + 2\alpha + 90 - \alpha = 180^\circ$ (сумма углов треуг)

$90 + 3\alpha = 180^\circ$

$3\alpha = 90^\circ$

$\alpha = 30^\circ$

10) вернемся к ур-нию $AB = \frac{a}{\sin 2\alpha}$, $R = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2\sin 2\alpha} = \frac{a}{2\sin 60^\circ} =$

$= \frac{a}{\frac{2\cdot\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a}{3}$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}a}{3}$

−

10

№ 6

390629

чтобы получить это число, нужно чтобы два числа увеличились

или ~~[illegible]~~ оба на 3, или один на 1 а второй на 9

т.е.

а) $(x+9)(y+1)=390629$ −

б) $(г+3)(в+3)=390629$