Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

229207

Шифр ______________________

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Хлыбова Екатерина Сергеевна

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва, школа № 1580

Регистрационный номер 1315

Вариант задания 1-КМ

Дата проведения "29" февраля 2020 г.

Подпись участника ______________

(сорок один)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
12	9	ф	—	20						41

Шифр 229207

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

229207

07

Вариант № 1 - КМ

№1.

Т.к. требуется 500л, а 500л ⋮ 10 и 10л и 50л ⋮ 10 => ёмкостей по 1л должно быть n ⋮ 10 штук. Пусть n = 50. ~~Кол-во k по 50л~~ Чтобы приблизиться к 100, нужно взять минимальное количество ёмк. по 50л k = 1 шт. Тогда останется 300л - это m = 30 шт по 10л. Итого m+n+k = 81. < 100 => => следует брать больше n.

] n = 60, k = 1. Ост. 500 - 110 = 390л. m = 39 n+m+k = 100 - удовл. условию.

Ответ: по 1л - 60 ёмк., по 10л - 39 ёмк., по 50л - 1 ёмк. V 12

№2.

$$\frac{x^2}{3} + \frac{40}{x} + \frac{48}{x^2} \geq \frac{10|x|}{3} \quad \Big| \cdot 3 \quad \Rightarrow x \neq 0$$

$$x^2 - 10|x| + \frac{120}{x} + \frac{144}{x^2} \geq 0, \quad x \neq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 10x + \frac{120}{x} + \frac{144}{x^2} \geq 0 \quad (1) \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x^2 + 10x + \frac{120}{x} + \frac{144}{x^2} \geq 0 \quad (2) \end{cases} \end{array}\right.$$

(1):] $a = x + \frac{12}{x}$, $x^2 + \frac{144}{x^2} = a^2 + 24$

$a^2 + 24 - 10a \geq 0$ $\quad D = 25 - 24 = 1^2$ $\quad \left[\begin{array}{l} a = 4 \\ a = 6 \end{array}\right.$ $\quad (a-4)(a-6) \geq 0$

$$\begin{cases} \left(x - \frac{12}{x} - 4\right)\left(x - \frac{12}{x} - 6\right) \geq 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

(2):] $b = x + \frac{12}{x}$, $x^2 + \frac{144}{x^2} = b^2 - 24$

$b^2 - 24 + 10b \geq 0$ $\quad D = 25 + 24 = 7^2$ $\quad \left[\begin{array}{l} b = -12 \\ b = 2 \end{array}\right.$ $\quad (b+12)(b-2) \geq 0$

$$\begin{cases} \left(x + \frac{12}{x} + 12\right)\left(x + \frac{12}{x} - 2\right) \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$(1) \cup (2): \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left(x-\frac{12}{x}-4\right)\left(x-\frac{12}{x}-6\right) \geq 0 \\ x>0 \end{cases} \\ \begin{cases} \left(x+\frac{12}{x}+12\right)\left(x+\frac{12}{x}-2\right) \geq 0 \\ x<0 \end{cases} \end{array}\right.$

Т.к. $x \neq 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x^2-4x-12)(x^2-6x-12) \geq 0 \quad (1) \\ x>0 \end{cases} \\ \begin{cases} (x^2+12x+12)(x^2-2x+12) \geq 0 \quad (2) \\ x<0 \end{cases} \end{array}\right.$

(1): $D_1 = 4+12 = 4^2 \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=\cancel{2}\ 6 \end{array}\right.$

$D_2 = 9+12 = 21 \left[\begin{array}{l} x = 3-\sqrt{21} \\ x = 3+\sqrt{21} \end{array}\right.$

$-2 \quad 3-\sqrt{21} \quad 0 \quad \cancel{2} \quad 3+\sqrt{21}$

6 ?

$\begin{cases} (x+2)(x-2)(x-3-\sqrt{21})(x-3+\sqrt{21}) \geq 0 \\ x>0 \end{cases}$

(2): $D_1 = 36-12 = 24 = (2\sqrt{6})^2 \left[\begin{array}{l} x=-6-2\sqrt{6} \\ x=-6+2\sqrt{6} \end{array}\right.$

$D_2 = 1-12 < 0 \quad \varnothing$

$\begin{cases} (x+6+2\sqrt{6})(x+6-2\sqrt{6})\underbrace{(x^2-2x+12)}_{>0} \geq 0 \\ x<0 \end{cases}$

$-6-2\sqrt{6} \quad -6+2\sqrt{6} \quad 0$

(1) ∪ (2):

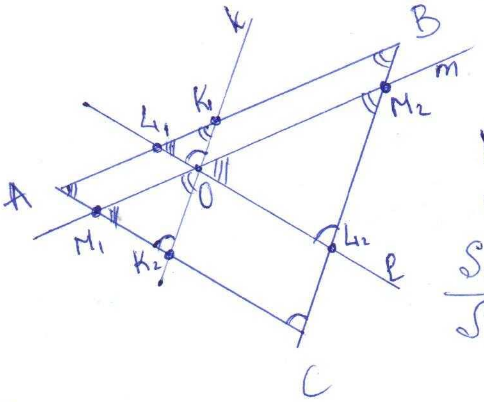
$-6-2\sqrt{6} \quad -6+2\sqrt{6} \quad 0 \quad 2 \quad 3+\sqrt{21}$

?

Ответ: $x \in (-\infty; -6-2\sqrt{6}] \cup [-6+2\sqrt{6}; 0) \cup (0; \cancel{2}\ 6] \cup [3+\sqrt{21}; +\infty)$. ?

9

(6)



Дано: $\triangle ABC$, (·)O,

$k \parallel BC$, $l \parallel AC$, $m \parallel AB$,

$k \cap l \cap m = (\cdot) O$.

$k \cap AB = (\cdot) K_1$, $k \cap AC = (\cdot) K_2$, $l \cap BC = (\cdot) L_2$, $l \cap AB = (\cdot) L_1$,

$m \cap BC = (\cdot) M_2$, $m \cap AC = (\cdot) M_1$

$S_{OL_1K_1} = 6 см^2 \quad S_{OM_1K_2} = 24 см^2 \quad S_{OM_2L_2} = 54 см^2$

S_{ABC} — ?

Решение. 1. $k \parallel BC \Rightarrow \angle AK_2K_1 = \angle ACB$, (1) (3)

$\angle AK_1K_2 = \angle ABC$,

$m \parallel AB \Rightarrow \angle M_1OK_2 = \angle AK_1K_2 = \angle ABC$ (2)

из (1) (2) $\Rightarrow \triangle M_1OK_2 \sim \triangle ABC$ по 3м углам.

2. $l \parallel AC \Rightarrow \angle BL_1L_2 = \angle BAC$ (4)

Из (3) (4) $\Rightarrow \triangle OL_1K_1 \sim \triangle CAB$ по 3м углам.

3. $m \parallel AB \Rightarrow \angle M_1M_2C = \angle ABC$ (5)

$l \parallel AC \Rightarrow \angle L_1L_2B = \angle ACB$ (6)

Из (5)(6) $\Rightarrow \triangle OM_2L_2 \sim \triangle ABC$ по 3м углам.

4. 3 образовавшихся $\triangle$-ка $\sim \triangle ABC \Rightarrow$ подобны между собой.

Отношение их площадей $6:24:54 = 1:4:9$ — отнош. $k^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ отнош. $k = 1:2:3$.

5. $\exists\ OK_1 = a$. Тогда $OK_2 = 2a$, $L_2M_2 = 3a$ по подобию $\triangle$-ков.

OK_1BM_2 - параллелограмм $\Rightarrow M_2B = OK_1 = a$

K_2OL_2C - паралл. $\Rightarrow CL_2 = K_2O = 2a$.

Тогда $BC = 2a + 3a + a = 6a$.

$\triangle OK_1L_1 \sim \triangle CBA$, $k = \frac{OK_1}{BC} = \frac{a}{6a} = \frac{1}{6}$, $k^2 = \frac{1}{36} = \frac{S_{OL_1K_1}}{S_{ABC}} \Rightarrow S_{ABC} = S_{OL_1K_1} \cdot 36 =$

$= 216$ см^2

Ответ: 216 см^2. √ 20

№ 3.

Если НОД$(a, b) = d$, $\Rightarrow \frac{a}{d}$ и $\frac{b}{d}$ - взаимно простые числа.

~~По св-ву НОД(~~ $5a + 3b + 13a + 8b = 18a + 11b$

По св-ву НОД$(5a+3b, 13a+8b) =$ НОД$(18a, 11b)$ пояснения ?

$a = 1$?
$b = 2$?

18 и 11 - вз. простые числа $\Rightarrow \frac{18a}{d}$ и $\frac{11b}{d}$ - вз. простые числа $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ НОД$(18a, 11b) =$ НОД$(d \cdot \frac{18a}{d}, d \cdot \frac{11b}{d}) = d$

Ответ: d. $\varnothing$