Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

229204

Шифр ______________________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Огурева Ольга Игоревна

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва, школа N 1580

Регистрационный номер 4205

Вариант задания 1-КМ

Дата проведения "29" 02 2020 г.

Подпись участника Огур

(тридцать четыре)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
3	12	4	∅	∅	15					34

Шифр 229204

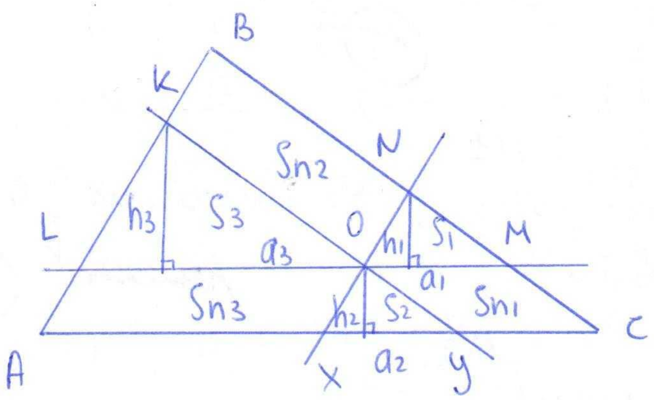
(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

229204

204

Вариант № 1-КМ

№6.



Дано:

$S_1 = 6\text{ см}^2 = S_{ONM}$

$S_2 = 24\text{ см}^2 = S_{XOY}$

$S_3 = 54\text{ см}^2 = S_{LKO}$

S_{ABC} - ?

$S_{LBM} = S_0$

$\Delta LBM \sim \Delta LKO \sim \Delta ONM \sim \Delta XOY$

$S_1 = \frac{1}{2}h_1 a_1$; $S_2 = \frac{1}{2}h_2 a_2$; $S_3 = \frac{1}{2}h_3 a_3$

$$S_{n1} = a_1 h_2 = \frac{2S_1}{h_1} h_2$$

$$S_{n3} = h_2 a_3 = \frac{2S_3}{h_3} h_2$$

$$\frac{S_{LBM}}{S_{XOY}} = (k_0)^2 = \left(\frac{h_0}{h_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1+a_3}{a_2}\right)^2$$

$$\frac{h_0}{h_2} = \frac{\frac{\cancel{2}S_1}{h_1} + \frac{\cancel{2}S_3}{h_3}}{\frac{\cancel{2}S_2}{h_2}}$$

$$S_0 = h_0(a_1+a_3) = \frac{\left(\frac{\cancel{2}S_1}{h_1} + \frac{\cancel{2}S_3}{h_3}\right)^2 h_2^2}{\cancel{2}S_2}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} \quad , \quad \frac{h_2}{h_3} = \sqrt{\frac{S_2}{S_3}}$$

$$S_{n1} = 2S_1\sqrt{\frac{S_2}{S_1}} = 2\sqrt{S_1 S_2}$$

$$S_{n3} = 2S_3\sqrt{\frac{S_2}{S_3}} = 2\sqrt{S_2 S_3}$$

$$S_0 = \frac{\left(\frac{2\cancel{2}S_1}{\frac{h_2\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}} + \frac{2\sqrt{S_3}}{\frac{h_2\sqrt{S_3}}{\sqrt{S_2}}}\right)^2 h_2^2}{2S_2} = \frac{4\cancel{S_2^2}\left(\frac{\sqrt{S_1}+\sqrt{S_3}}{\cancel{h_2}}\right)^2 \cdot \cancel{h_2^2}}{\cancel{2}\cancel{S_2}} =$$

$$= 2(S_1 + 2\sqrt{S_1S_3} + S_3)$$

$$S_{ABC} = S_0 + S_{n1} + S_{n3} + S_2 = \cancel{2}(S_1 + 2\sqrt{S_1S_3} + S_3) + 2\sqrt{S_1S_2} +$$

$$+ 2\sqrt{S_2S_3} + S_2 = 2(6 + 2\sqrt{6\cdot 54} + 54) + 2\sqrt{6\cdot 24} +$$

$$+ 2\sqrt{24\cdot 54} + 24 = 120 + 4\cdot 6\cdot 3 + 2\cdot 6\cdot 2 +$$

$$+ 2\cdot 6\cdot 2\cdot 3 + 24 = 120 + 72 + 24 + 72 + 24 =$$

$$= 312 \text{ см}^2$$

Ответ: $S_{ABC} = \cancel{312}$ 216. см^2. 15

N1.

Ответ: 1 емкость вмест. 50 л; 39 емкостей вмест. 10 л; 60 емкостей вмест. 1 л. решение? 3

N2.

$$\frac{x^{2}}{3} + \frac{40}{x} + \frac{48}{x^2} \geq \frac{10|x|}{3}$$

$x \neq 0$.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ x^4 - 10x^3 + 0x^2 + 120x + 144 \geq 0 \quad (1) \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x^4 + 10x^3 + 0x^2 + 120x + 144 \geq 0 \quad (2) \end{cases} \end{array}\right.$$

(1) По схеме Горнера:

	1	−10	0	120	144
−2	1	−12	24	72	0
6	1	−6	−12	0	

$D = 36 + 48 = 84$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{21}}{2} = 3 \pm \sqrt{21}$$

$$(x+2)(x-6)(x-(3+\sqrt{21}))(x-(3-\sqrt{21})) \geq 0$$

+ − + − +

-2; $3-\sqrt{21}$; 6; $3+\sqrt{21}$

$x \in (-\infty; -2] \cup [3-\sqrt{21}; 6] \cup [3+\sqrt{21}; +\infty)$

(2) $: x^2 (x \neq 0)$.

$$x^2 + 10x + 0 + \frac{120}{x} + \frac{144}{x^2} \geq 0.$$

$$x^2 + 10x + 0 + 10 \cdot \frac{12}{x} + \left(\frac{12}{x}\right)^2 \geq 0.$$

$$\left(x + \frac{12}{x}\right)^2 - 24 + 10\left(x + \frac{12}{x}\right) \geq 0.$$

$$D = 100 + 96 = 196 = 14^2$$

$$x + \frac{12}{x} = \frac{-10+14}{2} = 2$$

$$x + \frac{12}{x} = \frac{-24}{2} = -12.$$

$$x + \frac{12}{x} \in (-\infty; -12] \cup [2; +\infty).$$

$$\left[\begin{array}{l} x + \frac{12}{x} \leq -12 \\ x + \frac{12}{x} \geq 2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x^2 + 12 \geq -12x \\ x^2 + 12 \leq 2x \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x^2 + 12x + 12 \geq 0 \ (3) \\ x^2 - 2x + 12 \leq 0 \ (4) \end{array}\right.$$

(3) $D = 144 - 48 = 96$

$$x = \frac{-12 \pm 4\sqrt{6}}{2} = -6 \pm 2\sqrt{6}$$

(4) $D = 4 - 48 < 0$

$$x \in (-\infty; -6-2\sqrt{6}] \cup [-6+2\sqrt{6}; +\infty)$$

$$\left[\begin{array}{l} x \in (0; 6] \cup [3+\sqrt{21}; +\infty) \\ x \in (-\infty; -6-2\sqrt{6}] \cup [-6+2\sqrt{6}; 0) \end{array}\right.$$

Ответ: $x \in (-\infty; -6-2\sqrt{6}] \cup [-6+2\sqrt{6}; 0) \cup$
$\cup (0; 6] \cup [3+\sqrt{21}; +\infty)$. V 12

N4.

$$4x_n + 2y_n = 4\,\frac{2+(n-1)n}{2}(n-1) + 2\,\frac{1+(n-1)^2}{2}(n-1) =$$
$$= (4 + (n-1)n + 1 + (n-1)^2)(n-1) = (5 + n^2 - n +$$
$$+ n^2 - 2n + 1)(n-1) = (2n^2 - 3n + 6)(n-1) =$$
$$= 2n^3 - 3n^2 + 6n - 2n^2 + 3n - 6 = 2n^3 - 5n^2 + 9n -$$
$$- 6 = 55n^2 + 61n - 116.$$

$$2n^3 - 60n^2 - 52n + 110 = 0$$

	2	−60	−52	110
1	2	−58	−110	0

$2n^2 - 58n - 110 = 0$.

$D = 3844$

$n = \frac{58+62}{4} = \frac{120}{4} = 30$

$n = \frac{-4}{4} = -1 < 0$.

$n = 1 < 2$?

$\varnothing$

Ответ: $n = 30$.

N3.

$a = dn$

$b = dm$

$x = 5a + 3b = 5dn + 3dm = d(5n+3m)$

$y = 13a + 8b = 13dn + 8dm = d(13n+8m)$

$x + y = d(18n + 11m)$

$-x + y = d(8n + 5m)$

4

Ответ: d. — каким образом получено.

N5.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 1 \\ \left(\frac{2y}{3} - 2\right)(y-1) = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 1 \\ \frac{2y}{3}(y-1) = 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$y = \{1; 3\}$.

$y = \{1; 0\}$.

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} 1 = a + \frac{1}{(x-1)^2} \\ 3 = a + \frac{1}{(x-3)^2} \end{array}\right. \end{cases}$$

$a_1 = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$

$a_2 = \frac{3(x-3)^2 - 1}{(x-3)^2}$

$$\begin{cases} x < 1 \\ \left[\begin{array}{l} 1 = a - \frac{1}{(x-1)^2} \\ 0 = a - \frac{1}{x^2} \end{array}\right. \end{cases}$$

$a_3 = \frac{(x-1)^2 + 1}{(x-1)^2}$

$a_4 = \frac{1}{x^2}$

$a_3 = a_4 \rightarrow \varnothing$

$a_1 = a_2$

$x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 26x + 13 = 0$.

? $\varnothing$