

Вариант № 1

1. Студент написал программу перекрашивания пикселя в один из 128 различных цветов. Эти цвета он занумеровал натуральными числами от 1 до 128, причем основные цвета получили следующие номера: белый цвет - номер 1, красный - 5, оранжевый - 13, желтый - 19, зеленый - 23, голубой - 53, синий - 55, фиолетовый - 83, черный - 128. Если исходный цвет пикселя имеет номер $n \leq 17$, то программа студента перекрашивает его в цвет с номером $3n - 2$, а если исходный цвет пикселя имеет номер $n \geq 18$, то пиксель перекрашивается в цвет с номером $|129 - 2n|$. Изначально пиксель имел красный цвет. К нему студент последовательно применил свою программу 2019 раз. В какой цвет в результате окрасился пиксель? (12 баллов)

2. Решите неравенство $\sqrt{3} \operatorname{tg} x - \sqrt[4]{\sin y} - \sqrt{\frac{3}{\cos^2 x} + \sin y} - 6 \geq \sqrt{3}$. (12 баллов)

3. Найдите все пары натуральных чисел a и b , для которых из четырех утверждений

- 1) $a^2 + 4a + 3$ делится на b ; 2) $a^2 + ab - 6b^2 - 2a - 16b - 8 = 0$;
3) $a + 2b + 1$ делится на 4; 4) $a + 6b + 1$ - простое число

три истинны, а одно ложно. (16 баллов)

4. В треугольнике ABC с углом A , равным 60° , проведена биссектриса AD . Радиус описанной около треугольника ADC окружности с центром в точке O равен $2\sqrt{3}/3$. Найдите длину отрезка BM , где M - точка пересечения отрезков AD и BO , если $AB = 1$. (20 баллов)

5. Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$\log_2 \frac{3\sqrt{3} + (\sin x + 4)\cos a}{3\sin a \cos x} = |3\sin a \cos x| - |(\sin x + 4)\cos a + 3\sqrt{3}|.$$

(20 баллов)

6. Основанием пирамиды $TABC$ служит треугольник ABC , все стороны которого равны $\sqrt{3}$, а высота пирамиды совпадает с боковым ребром TA . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через центр сферы, описанной около пирамиды, образующей с плоскостью основания угол 60° , пересекающей ребро AB в точке M , так что $MB = 2AM$, и пересекающей ребро BC . Известно, что расстояние от точки A до плоскости сечения равно $0,25$. (20 баллов)

Вариант № 2

1. Студент написал программу перекрашивания пикселя в один из 128 различных цветов. Эти цвета он занумеровал натуральными числами от 1 до 128, причем основные цвета получили следующие номера: белый цвет - номер 3, красный - 7, оранжевый - 19, желтый - 23, зеленый - 37, голубой - 55, синий - 83, фиолетовый - 91, черный - 128. Если исходный цвет пикселя имеет номер $n \leq 17$, то программа студента перекрашивает его в цвет с номером $3n - 2$, а если исходный цвет пикселя имеет номер $n \geq 18$, то пиксель перекрашивается в цвет с номером $|129 - 2n|$. Изначально пиксель имел белый цвет. К нему студент последовательно применил свою программу 2019 раз. В какой цвет в результате окрасился пиксель? (12 баллов)

2. Решите неравенство $3 \operatorname{tg} x - \sqrt[4]{\cos y} - \sqrt{\frac{9}{\cos^2 x} + \cos y} - 12 \geq \sqrt{3}$. (12 баллов)

3. Найдите все пары натуральных чисел a и b , для которых из четырех утверждений

- 1) $a^2 + 2a$ делится на b ; 2) $a^2 + ab - 6b^2 - 4a - 17b - 5 = 0$;
3) $a + 2b$ делится на 4; 4) $a + 6b$ - простое число

три истинны, а одно ложно. (16 баллов)

4. В треугольнике ABC с углом A , равным 60° , проведена биссектриса AD . Радиус описанной около треугольника ADC окружности с центром в точке O равен $4\sqrt{3}/3$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABD , если $AB = 2$. (20 баллов)

5. Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$\log_3 \frac{3\sqrt{3} + (4 - \sin x)\cos 2a}{3\sin 2a \cos x} = |3\sin 2a \cos x| - |(4 - \sin x)\cos 2a + 3\sqrt{3}|$$

(20 баллов)

6. Основанием пирамиды $TABC$ служит треугольник ABC , все стороны которого равны $3\sqrt{3}$, а высота пирамиды совпадает с боковым ребром TA . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через центр сферы, описанной около пирамиды, образующей с плоскостью основания угол 30° , пересекающей ребро AB в точке M , так что $MB = 2AM$, и пересекающей ребро BC . Известно, что расстояние от точки A до плоскости сечения равно $\sqrt{3}/4$. (20 баллов)

Вариант № 3

1. Студент написал программу перекрашивания пикселя в один из 128 различных цветов. Эти цвета он занумеровал натуральными числами от 1 до 128, причем основные цвета получили следующие номера: белый цвет - номер 1, красный - 7, оранжевый - 19, желтый - 23, зеленый - 37, голубой - 55, синий - 83, фиолетовый - 91, черный - 128. Если исходный цвет пикселя имеет номер $n \leq 19$, то программа студента перекрашивает его в цвет с номером $n + 4$, а если исходный цвет пикселя имеет номер $n \geq 20$, то пиксель перекрашивается в цвет с номером $|129 - 2n|$. Изначально пиксель имел красный цвет. К нему студент последовательно применил свою программу 2019 раз. В какой цвет в результате окрасился пиксель? (12 баллов)

2. Решите неравенство $\operatorname{tg} x - \sqrt[4]{\cos y} - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} + \sqrt{\cos y} - 4} \geq \sqrt{3}$. (12 баллов)

3. Найдите все пары натуральных чисел a и b , для которых из четырех утверждений

- 1) $a^2 - 2a$ делится на b ; 2) $a^2 + ab - 6b^2 - 8a - 19b + 7 = 0$;
3) $a + 2b - 2$ делится на 4; 4) $a + 6b - 2$ - простое число
три истинны, а одно ложно. (16 баллов)

4. В треугольнике ABC с углом A , равным 60° , проведена биссектриса AD . Радиус описанной около треугольника ADC окружности с центром в точке O равен $\sqrt{3}/3$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABO , если $AB = 0,5$. (20 баллов)

5. Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$\log_5 \frac{(\sin x - 4) \cos 2a - 3\sqrt{3}}{3 \sin 2a \cos x} = |3 \sin 2a \cos x| - |(4 - \sin x) \cos 2a + 3\sqrt{3}|$$

(20 баллов)

6. Основанием пирамиды $TABC$ служит треугольник ABC , все стороны которого равны 3, а высота пирамиды совпадает с боковым ребром TA . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через центр сферы, описанной около пирамиды, образующей с плоскостью основания угол 30° , пересекающей ребро BC в точке P , так что $PC = 2BP$, и пересекающей ребро AB . Известно, что расстояние от точки A до плоскости сечения равно $1/4$. (20 баллов)

Вариант № 4

1. Студент написал программу перекрашивания пикселя в один из 128 различных цветов. Эти цвета он занумеровал натуральными числами от 1 до 128, причем основные цвета получили следующие номера: белый цвет - номер 1, красный - 5, оранжевый - 13, желтый - 21, зеленый - 45, голубой - 75, синий - 87, фиолетовый - 91, черный - 128. Если исходный цвет пикселя имеет номер $n \leq 19$, то программа студента перекрашивает его в цвет с номером $n + 4$, а если исходный цвет пикселя имеет номер $n \geq 20$, то пиксель перекрашивается в цвет с номером $|129 - 2n|$. Изначально пиксель имел красный цвет. К нему студент последовательно применил свою программу 2019 раз. В какой цвет в результате окрасился пиксель? (12 баллов)

2. Решите неравенство $\operatorname{tg} x - \sqrt[4]{\sin y} - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} + \sqrt{\sin y} - 2} \geq 1$. (12 баллов)

3. Найдите все пары натуральных чисел a и b , для которых из четырех утверждений

- 1) $a^2 + 6a + 8$ делится на b ; 2) $a^2 + ab - 6b^2 - 15b - 9 = 0$;
3) $a + 2b + 2$ делится на 4; 4) $a + 6b + 2$ - простое число
три истинны, а одно ложно. (16 баллов)

4. В треугольнике ABC с углом A , равным 60° , проведена биссектриса AD . Радиус описанной около треугольника ADC окружности с центром в точке O равен $\sqrt{3}$. Найдите длину отрезка OM , где M - точка пересечения отрезков AD и BO , если $AB = 1,5$. (20 баллов)

5. Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$\lg \frac{3\sqrt{3} + (\sin x + 4) \cos a}{-3 \sin a \cos x} = |3 \sin a \cos x| - |(\sin x + 4) \cos a + 3\sqrt{3}|$$

(20 баллов)

6. Основанием пирамиды $TABC$ служит треугольник ABC , все стороны которого равны 3, а высота пирамиды совпадает с боковым ребром TA . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через центр сферы, описанной около пирамиды, образующей с плоскостью основания угол 60° , пересекающей ребро BC в точке P , так что $PC = 2BP$, и пересекающей ребро AB . Известно, что расстояние от точки A до плоскости сечения равно $\sqrt{3}/4$. (20 баллов)