Заключительный этап научно–образовательного соревнования олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Инженерное дело» специализации «Техника и технологии» (общеобразовательный предмет «физика»)

Типовой вариант задания для 9 класса

1. Тело, подброшенное вверх с некоторой начальной скоростью, упало на землю в точке бросания. Непосредственно после броска тело, двигаясь вверх, в течение времени τ прошло путь h. Какой путь пройдет тело за все время движения[1]?

2. С какой минимальной высоты нужно уронить свинцовый шарик, чтобы после удара о землю треть шарика расплавилась. Считать, что $\eta = 60\%$ первоначальной механической энергии шарика превращается во внутреннюю энергию, а из них, в свою очередь, столько же переходит во внутреннюю энергию свинца. Начальная температура шарика $t_0 = 7$ °C. Удельная теплоемкость свинца $c = 130\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$. Удельная теплота плавления свинца $\lambda = 23\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Температура плавления свинца $t_{\text{пл}} = 327$ °C.

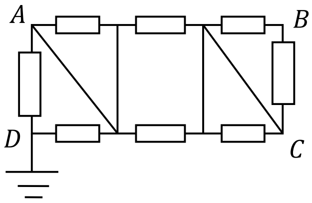

Рис. 1

3. Сопротивление каждого резистора цепи, изображенной на рис. 1, равно $r = 2$ кОм. Какой ток потечет в цепи, если подключить к точке Bотрицательный полюс источника, выдающего напряжение $U = 60$ В, а положительный полюс заземлить?

4. Велотрек имеет закругление радиусом $R = 50$ м. В этом месте он наклонен на угол $\alpha = 40°$ к горизонту. Каким должен быть минимальный коэффициент трения покоя колес велосипеда о дорожное покрытие велотрека μ, чтобы велосипедист мог разогнаться до скорости $v = 100$ км/ч, и его при этом не занесло? Сопротивлением воздуха и трением качения пренебречь. При каком минимальном коэффициенте трения μ' ограничений сверху по скорости не будет?

---

[1] Во всех задачах ускорение свободного падения принять равным $10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Критерии оценивания задач.

За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X. Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна — две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1 — 2 балла. Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов. За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин, но при правильном решении задачи, можно снять 1— 2 балла. В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

Верные решения задач могут отличаться от авторских. Также никакие критерии не могут быть всеобъемлющими. Во всех случаях, не предусмотренных критериями, просьба руководствоваться соображениями здравого смысла и педагогическим опытом эксперта.

Решение типового варианта

1. Тело, подброшенное вверх с некоторой начальной скоростью, упало на землю в точке бросания. Непосредственно после броска тело, двигаясь вверх, в течение времени τ прошло путь h. Какой путь пройдет тело за все время движения[2]?

Решение

Пусть за время движения вверх тело поднимается до некоторой максимальной высоты H. Перемещение тела в проекции на ось, направленную вертикально вверх:

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

где t — время подъема. Начальная скорость тела

$$v_0 = v + gt.$$

Тогда

$$H = vt + \frac{gt^2}{2}.$$

Если в качества конечной точки берем высшую точку траектории, то $v = 0$ и

$$H = \frac{gt^2}{2},$$

[2] Во всех задачах ускорение свободного падения принять равным $10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Аналогично, с момента окончания промежутка τ и до момента достижения высшей точки тело проходит путь

$$H - h = \frac{g(t-\tau)^2}{2}.$$

Вычитая последнее уравнение из предпоследнего, получим

$$h = g\tau\left(t - \frac{\tau}{2}\right).$$

Отсюда

$$t = \frac{\tau}{2} + \frac{h}{g\tau}.$$

Тогда

$$H = \frac{g}{2}\left(\frac{\tau}{2} + \frac{h}{g\tau}\right)^2.$$

Тогда путь тела за все время движения

$$S = 2H = g\left(\frac{\tau}{2} + \frac{h}{g\tau}\right)^2.$$

Ответ: $\boldsymbol{g\left(\frac{\tau}{2} + \frac{h}{g\tau}\right)^2}$**.**

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Max. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Получена формула перемещения при подъеме до высшей точки.	1 — 4
2	Полученная в п.1 формула применена дважды, для пути H и $H - h$.	1 — 4
3	Найдено время подъема.	1 — 6
4	Найдена высота подъема.	1 — 4
5	Найден полный путь.	1 — 2

2. С какой минимальной высоты нужно уронить свинцовый шарик, чтобы после удара о землю треть шарика расплавилась. Считать, что $\eta = 60\%$ первоначальной механической энергии шарика превращается во внутреннюю энергию, а из них, в свою очередь, столько же переходит во внутреннюю энергию свинца. Начальная температура шарика $t_0 = 7$ °C. Удельная теплоемкость свинца $c = 130\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$. Удельная теплота плавления свинца $\lambda = 23\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Температура плавления свинца $t_{\text{пл}} = 327$ °C.

РЕШЕНИЕ

Закон сохранения энергии при падении и ударе:

$$\eta mgH = \Delta U.$$

Здесь m — масса шарика, ΔU — изменение внутренней энергии системы шарик—земля—воздух, H — высота, с которой уронили шарик.

Доля внутренней энергии, пришедшаяся на нагрев и плавление шарика:

$$\eta \Delta U = cm(t_{\text{пл}} - t_0) + \frac{\lambda m}{4}.$$

Объединяя уравнения , имеем:

$$\eta^2 gH = c(t_{\text{пл}} - t_0) + \frac{\lambda}{3}.$$

Отсюда

$$H = \frac{c(t_{\text{пл}} - t_0) + \frac{\lambda}{3}}{\eta^2 g} = \frac{130\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}} \cdot (327\ {}^\circ\text{C} - 7\ {}^\circ\text{C}) + \frac{23000\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}{4}}{0{,}6^2 \cdot 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}} \approx 13\ \text{км}.$$

Ответ: $\boldsymbol{H = \frac{c(t_{\text{пл}} - t_0) + \frac{\lambda}{4}}{\eta^2 g} \approx 13}$ км.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Мах. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Записан закон сохранения энергии при падении и ударе.	1 — 5
2	Учтено, что шарик перед плавлением должен нагреться.	1 — 5
3	Определена доля внутренней энергии, пришедшаяся на нагрев и плавление шарика.	1 — 5
4	Выполнены последующие преобразования и получен верный ответ.	1 — 5

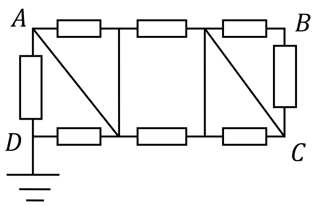

Рис. 1

3. Сопротивление каждого резистора цепи, изображенной на рис. 1, равно $r = 2$ кОм. Какой ток потечет в цепи, если подключить к точке B отрицательный полюс источника, выдающего напряжение $U = 60$ В, а положительный полюс заземлить?

РЕШЕНИЕ

Вычеркнем из схемы резисторы, напряжение на которых равно нулю (рис. 2). Получим схему, изображенную на рис. 3. Из нее видно, что получаем три пары параллельно соединенных резисторов, пары, в свою очередь, соединены друг с другом последовательно. Путем несложных расчетов получаем

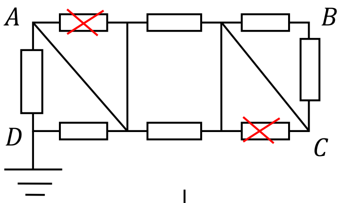

Рис. 2

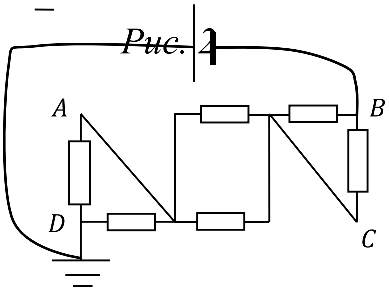

Рис. 3

$$R_э = \frac{3}{2}r.$$

Тогда, искомый ток

$$I = \frac{U}{R_э} = \frac{2U}{3r} = 20 \text{ мА}.$$

Ответ: $I = \frac{2U}{3r} = 20$ мА.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Max. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Определено, какие резисторы можно убрать из схемы.	1 — 4
2	Определено, какие из оставшихся резисторов соединены параллельно и посчитаны сопротивления этих соединений.	1 — 4
3	Определено полное сопротивление схемы.	1 — 4
4	Верно изображено подключение источника.	1 — 4
5	Применен закон Ома и получен ответ.	1 — 4

4. Велотрек имеет закругление радиусом $R = 50$ м. В этом месте он наклонен на угол $\alpha = 40°$ к горизонту. Каким должен быть минимальный коэффициент трения покоя колес велосипеда о дорожное покрытие велотрека μ, чтобы велосипедист мог разогнаться до скорости $v = 100$ км/ч, и его при этом не занесло? Сопротивлением воздуха и трением качения пренебречь. При каком минимальном коэффициенте трения μ' ограничений сверху по скорости не будет?

РЕШЕНИЕ

Первый способ. Изобразим все действующие на велосипедиста силы, их равнодействующую и выберем систему координат так, как показано на рис. 4. Отдельно отметим: чтобы ехать на максимальной скорости и без заноса, велосипедист должен использовать максимальную силу трения покоя колес о покрытие велотрека. Поскольку сопротивление движению велосипедиста пренебрежимо мало, вся сила трения покоя может уйти на обеспечение поворота, то есть она будет сонаправлена оси X. При этом по модулю

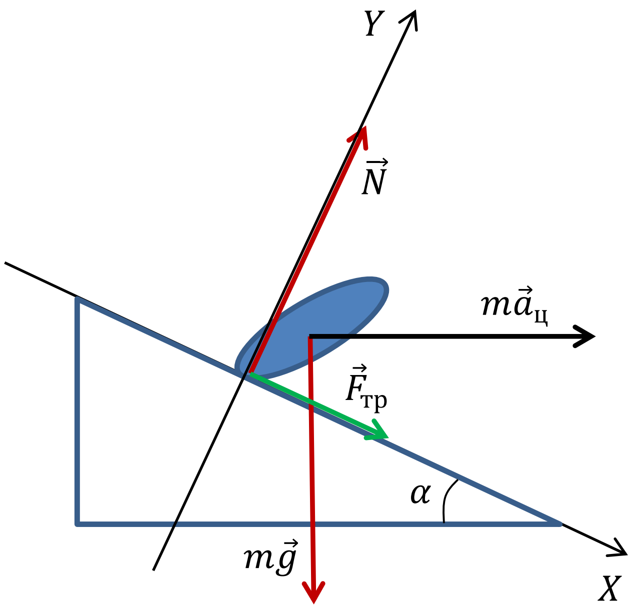

Рис. 4

$$F_{\text{тр макс}} = \mu N.$$

Запишем второй закон Ньютона для велосипедиста в проекциях на выбранные оси, учитывая, что он обладает центростремительным ускорением, направленным к центру закругления велотрека.

$$\text{Ось } X\text{:} \quad \mu N + mg\sin\alpha = ma_{\text{ц}}\cos\alpha.$$

$$\text{Ось } Y\text{:} \quad N - mg\cos\alpha = ma_{\text{ц}}\sin\alpha.$$

Здесь

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$$

— центростремительное ускорение велосипедиста. Решая систему, получим

$$\mu = \frac{\frac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha}{\frac{v^2}{R}\sin\alpha + g\cos\alpha}.$$

Можно сократить дробь под корнем на $\cos\alpha$. Тогда получим

$$\mu = \frac{\frac{v^2}{R} - g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\frac{v^2}{R}\mathrm{tg}\,\alpha + g}.$$

Подставляем численные значения:

$$\mu = \frac{\frac{25^2\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{50\ \text{м}} - 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot \mathrm{tg}\,40°}{\frac{25^2\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{50\ \text{м}}\mathrm{tg}\,40° + 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0{,}2.$$

Чтобы ограничений по скорости сверху не было, велосипедист должен иметь возможность ехать со сколь угодно большой, формально бесконечно большой скоростью. В этом случае всеми влагаемыми в числителе и знаменателе ответа для предыдущего вопроса, кроме содержащих центростремительное ускорение, можно пренебречь. Тогда

$$\mu' = \frac{\frac{v^2}{R}}{\frac{v^2}{R}\mathrm{tg}\,\alpha} = \mathrm{ctg}\,\alpha \approx 1{,}2.$$

Ответ: $\boldsymbol{\mu = \frac{\frac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha}{\frac{v^2}{R}\sin\alpha + g\cos\alpha} = \frac{\frac{v^2}{R} - g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\frac{v^2}{R}\mathrm{tg}\,\alpha + g} = 0,2,\ \ \mu' = \mathrm{ctg}\,\alpha \approx 1,2.}$

Критерии оценивания задачи 4 (первый способ).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Max. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Сделан рисунок, на котором верно изображены все силы, действующие на велосипедиста.	1 — 4
2	Указано, что для обеспечения максимальной скорости без заноса можно и нужно целиком задействовать максимальную силу трения покоя.	1 — 2
3	Записан второй закон Ньютона в проекциях на выбранные координатные оси.	1 — 4
4	Решена система уравнений, полученных в п. 3, и получен верный предварительный ответ в общем виде.	1 — 4
5	Найден μ.	1 — 2
6	Найден μ'.	1 — 4

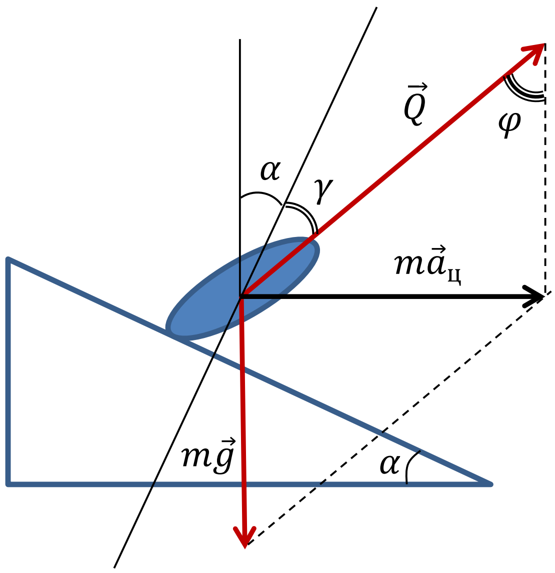

Рис. 5

Второй способ. Рассмотрим полную реакцию велотрека

$$\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$$

При условии максимальности силы трения, полная реакция образует с нормалью к покрытию угол γ, такой что

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\mu N}{N} = \mu.$$

Далее, по второму закону Ньютона (рис. 5)

$$m\vec{g} + \vec{Q} = m\vec{a}.$$

Как видно из того же рисунка,

$$\frac{ma}{mg} = \operatorname{tg}\varphi,$$

где $\varphi = \alpha + \gamma$. Выполнив необходимые преобразования, получаем ответ:

$$\mu = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{v^2}{Rg} - \alpha\right) = 0{,}2.$$

При неограниченном росте скорости $\operatorname{arctg}\frac{v^2}{Rg}$ будет стремиться к 90°. Тогда,

$$\mu' = \operatorname{tg}(90° - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha \approx 1{,}2.$$

Ответ: $\boldsymbol{\mu = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{v^2}{Rg} - \alpha\right) = 0,2,\ \ \mu' = \operatorname{ctg}\alpha \approx 1,2.}$

Критерии оценивания задачи 4 (второй способ).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Max. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Записана полная реакция $\vec{Q}$ как сумма нормальной реакции и трения.	1 — 2
2	Определен угол между полной реакцией $\vec{Q}$ и нормалью к велотреку	1 — 4
3	Построен параллелограмм на силах $m\vec{g}$ и $\vec{Q}$.	1 — 4
4	Показано, что $\varphi = \alpha + \gamma$.	1 — 4
5	Найден μ.	1 — 2
6	Найден μ'.	1 — 4