Московский государственный технический университет
имени Н.Э.Баумана
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»

Инженерное дело «Профессор Жуковский» ФИЗИКА 2 тур

2018-2019 учебный год

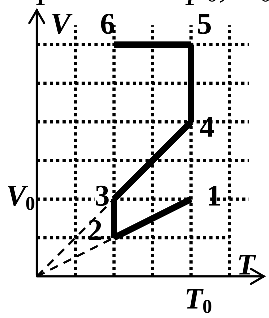
10 класс

Вариант 4

1. Поплавок находится на границе двух жидкостей. Плотность тяжелой жидкости на 10% больше плотности поплавка, а плотность легкой – на 10% меньше плотности поплавка. Какая часть объема поплавка погружена в тяжелую жидкость?

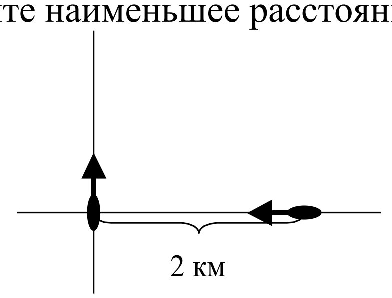
(10 баллов)

2. На листе в клеточку ученик 10-го класса нарисовал график изменения объема V идеального газа от его абсолютной температуры T в процессе 1–2–3–4–5–6, похожим на двойку (см. рисунок). Считая массу газа постоянной, изобразите, соблюдая правильный масштаб, как будет выглядеть зависимость давления P от абсолютной температуры T для этого процесса. Значения давления, объема и температуры газа в состоянии 1 считайте известными и равными p_0, V_0 и T_0 соответственно.



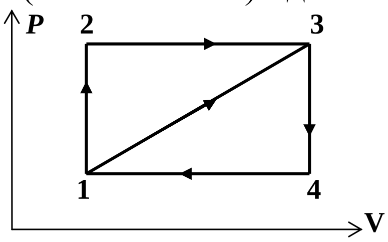
(10 баллов)

3. По двум взаимно перпендикулярным дорогам движутся два автомобиля (см. рис.). В некоторый момент времени один автомобиль находится на перекрестке, а другой – на расстоянии 2 км от него. Скорости автомобилей одинаковы и не изменяются в процессе движения. Определите наименьшее расстояние между автомобилями.



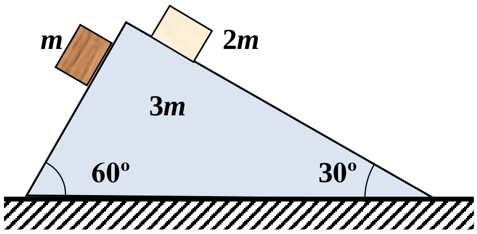
(15 баллов)

4. Коэффициент полезного действия цикла 1–2–3–1, представленного на рисунке, равен $\eta = \dfrac{2}{11}$. Определите КПД цикла 1–3–4–1. Оба цикла совершаются с одним и тем же количеством некоторого (неизвестного) идеального газа.



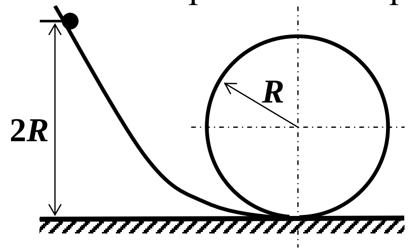
(15 баллов)

5. На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой $3m$, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с углами 60º и 30º. На клин осторожно поставили два гладких тела, массами m и $2m$, как показано на рисунке. Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?



(25 баллов)

6. Шарик скользит без трения по наклонному желобу, а затем движется по «мертвой петле» радиуса R (см. рисунок). Высота, с которой отпускают шарик, равна $2R$. На какой максимальной высоте окажется шарик после отрыва от петли?



(25 баллов)

Критерии оценивания задач.

За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до максимального балла (MAX). Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.

Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна — две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1 — 2 балла.

Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX.

За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин, но при правильном решении задачи, можно снять 1— 2 балла.

В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

Верные решения задач могут отличаться от авторских. Также никакие критерии не могут быть всеобъемлющими. Во всех случаях, не предусмотренных критериями, просьба руководствоваться соображениями здравого смысла и педагогическим опытом эксперта.

Решение варианта 4

1. Поплавок находится на границе двух жидкостей. Плотность тяжелой жидкости на 10% больше плотности поплавка, а плотность легкой – на 10% меньше плотности поплавка. Какая часть объема поплавка погружена в тяжелую жидкость?

(MAX = 10 баллов)

Возможное решение

Обозначим $V_1 = xV$ - объем погруженной части поплавка в тяжелую жидкость, $V_2 = (1-x)V$ - объем погруженной части поплавка в легкую жидкость. Условие плавания: $mg = F_A = \rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2$,

где $m = \rho V$ - масса поплавка, ρ - его плотность, V – объем поплавка.

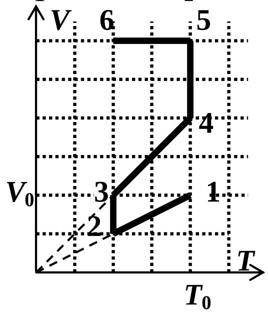
Используя, исходные данные задачи: $\rho_1 = 1{,}1\rho$, $\rho_2 = 0{,}9\rho$, получим

$$x = \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = \frac{\rho - 0{,}9\rho}{1{,}1\rho - 0{,}9\rho} = 0{,}5.$$

Критерии оценивания задачи 1.

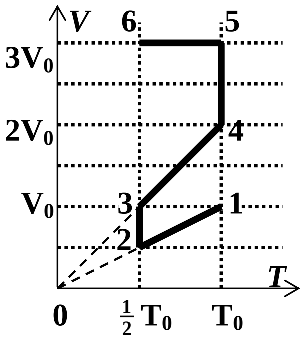
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записана формула для силы Архимеда	от 1 до 2 баллов
2	Записана связь массы и объема поплавка	1 балл
3	Записано условие плавания	от 1 до 2 баллов
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 3 баллов
5	Сделаны подстановки значений плотности и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

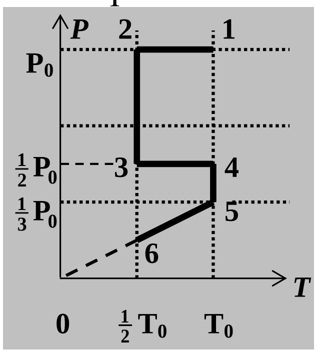
2. На листе в клеточку ученик 10-го класса нарисовал график изменения объема V идеального газа от его абсолютной температуры T в процессе 1–2–3–4–5–6, похожим на двойку (см. рисунок). Считая массу газа постоянной, изобразите, соблюдая правильный масштаб, как будет выглядеть зависимость давления P от абсолютной температуры T для этого процесса. Значения давления, объема и температуры газа в состоянии 1 считайте известными и равными p_0, V_0 и T_0 соответственно.



(MAX = 10 баллов)

Возможное решение





Состояние	Параметры	Вычисления
1	P_0, V_0, T_0	
2	$P_0, \frac{V_0}{2}, \frac{T_0}{2}$	
3	$P_3, V_0, \frac{T_0}{2}$	$P_3 \cdot V_0 = P_0 \cdot \frac{V_0}{2} \Rightarrow P_3 = \frac{P_0}{2}$
4	$P_4, 2V_0, T_0$	$P_4 = P_3 = \frac{P_0}{2}$
5	$P_5, 3V_0, T_0$	$P_4 \cdot 2V_0 = P_5 \cdot 3V_0 \Rightarrow P_5 = \frac{P_0}{3}$
6	$P_6, 3V_0, \frac{T_0}{2}$	$\frac{P_6}{T_0/2} = \frac{P_5}{T_0} \Rightarrow P_6 = \frac{P_5}{2} = \frac{P_0}{6}$

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Рассчитаны параметры состояний 2-6	По 1 баллу за правильный расчет каждого состояния – всего 5 баллов
2	Построены графики для каждого из процессов	По 1 баллу за правильное изображение каждого процесса – всего 5 баллов

3. По двум взаимно перпендикулярным дорогам движутся два автомобиля (см. рис. 1). В некоторый момент времени один автомобиль находится на перекрестке, а другой – на расстоянии 2 км от него. Скорости автомобилей одинаковы и не изменяются в процессе движения. Определите наименьшее расстояние между автомобилями.

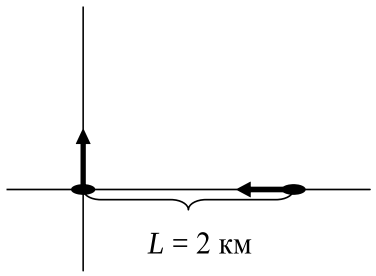


Рис.1

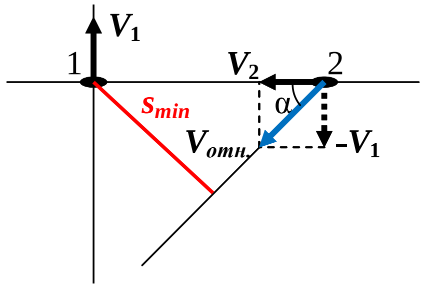


Рис.2

(MAX = 15 баллов)

Возможное решение

Обозначим скорости автомобилей $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ соответственно (см. рис. 2). В системе отсчета, движущейся со скоростью $\vec{V}_1$ автомобиль 1 неподвижен, а скорость второго равна $\vec{V}_{отн} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$. Т.к. $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2| = V$, то α = 45°. Из построений на рис. 2, получим; $s_{\min} = L\sin 45^\circ = 1{,}41$ км.

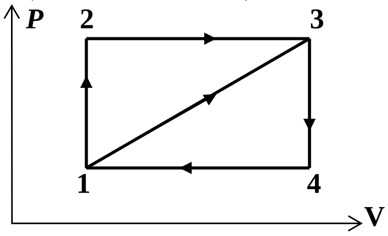
Возможно также аналитическое решение. Для этого следует записать расстояние s(t) между автомобилями и исследовать полученную квадратичную функцию на экстремум.

Критерии оценивания задачи 3 (в скобках критерии оценивания аналитического решения).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записан закон сложения скоростей (Записана формула для расстояния между автомобилями $s^2 = x_2^2 + y_1^2$)	от 1 до 2 баллов

2	Сделаны необходимые геометрические построения (записаны аналитические формулы для $x_2(t)$ и $y_1(t)$, получено выражение для $s^2(t)$)	от 1 до 6 баллов
	Получено выражение для минимального расстояния	от 1 до 5 баллов
	Получен числовой ответ	от 1 до 2 баллов

4. Коэффициент полезного действия цикла 1–2–3–1, представленного на рисунке, равен $\eta = \frac{2}{11}$. Определите КПД цикла 1–3–4–1. Оба цикла совершаются с одним и тем же количеством некоторого (неизвестного) идеального газа.

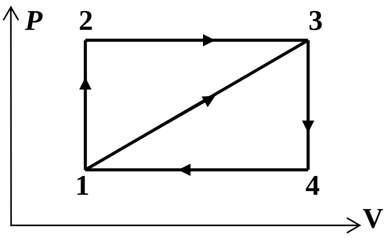


Возможное решение

Обозначим работу за цикл 1-2-3-4-1 A_0. Тогда в цикле 1-2-3-4-1 полученное тепло $Q_{пол} = Q_{12} + Q_{23}$, а отданное $Q_{отд} = |Q_{34}| + |Q_{41}|$. Тогда $A_0 = Q_{пол} - Q_{отд}$.

В цикле 1-3-4-1 работа за цикл равна $A_0/2$, $Q'_{пол} = Q_{13}$, $Q'_{отд} = |Q_{34}| + |Q_{41}| = Q_{отд}$, $A_0/2 = Q'_{пол} - Q'_{отд} = Q'_{пол} - Q_{отд}$.

Кпд циклов 1-2-3-4-1 η и 1-3-4-1 η' вычисляются по формулам:



$$\begin{cases} \eta = \dfrac{A_0}{Q_{пол}} = \dfrac{A_0}{A_0 + Q_{отд}}, \qquad \Rightarrow \dfrac{1}{\eta} = 1 + \dfrac{Q_{отд}}{A_0} \Rightarrow \\ \eta' = \dfrac{A_0/2}{Q_{пол}} = \dfrac{A_0/2}{A_0/2 + Q_{отд}}, \quad \Rightarrow \dfrac{Q_{отд}}{A_0} = \dfrac{1}{\eta} - 1. \end{cases}$$

Тогда кпд цикла 1-3-4-1 выражается через кпд цикла 1-2-3-4-1.

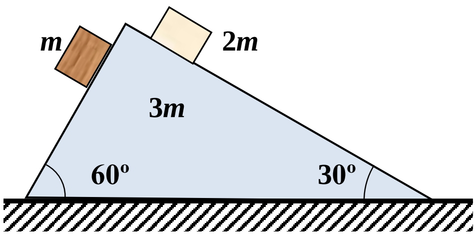
$$\eta' = \frac{A_0/2}{A_0/2 + Q_{отд}} = \frac{1}{1 + \dfrac{2Q_{отд}}{A_0}} = \frac{1}{1 + 2\left(\dfrac{1}{\eta} - 1\right)} = \frac{\eta}{2 - \eta} = \frac{1}{10}.$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**

1	Записаны формулы для $Q_{пол}$ и $Q_{отд}$ для обоих циклов	по 1 баллу за каждую формулу – всего 4 балла
2	Записана формулы для КПД обоих циклов	по 2 балла за каждую формулу – всего 4 балла
3	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получена правильная формула для искомой величины	от 1 до 5 баллов
4	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

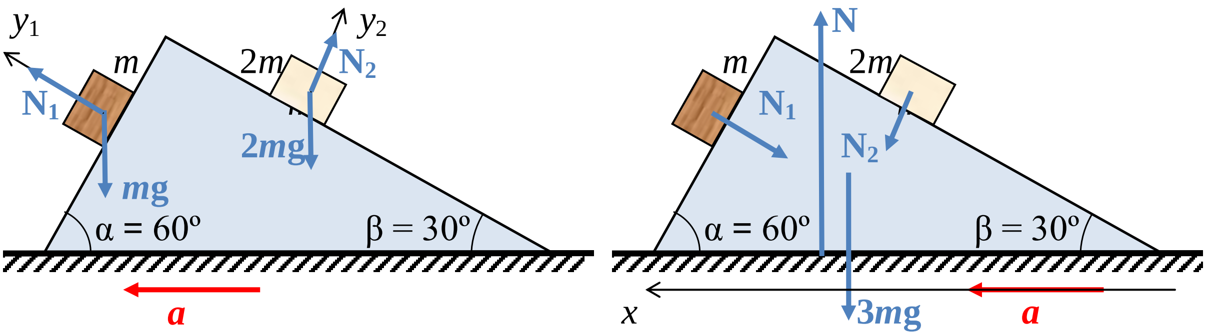
5. На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой 3*m*, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с углами 60º и 30º. На клин осторожно поставили два гладких тела, массами *m* и 2*m*, как показано на рисунке. Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?



(MAX = 25 баллов)

Возможное решение

Предположим, что клин движется влево. Пусть ускорение клина равно *a*. Запишем уравнения динамики для обоих тел (см. рисунок)



$y_1: N_1 - mg\cos\alpha = ma\sin\alpha$, **(2-1)**

$y_2: N_2 - 2mg\cos\beta = -2ma\sin\beta$. **(2-2)**

Этих двух уравнений достаточно для нахождения сил давления на клин, которые равны N_1 и N_2.

Тогда $N_1 = m(g\cos\alpha + a\sin\alpha)$, **(2-3)**

$N_2 = 2m(g\cos\beta - a\sin\beta)$. **(2-4)**

Уравнение движения клина в проекции на ось *x*:

$x: -N_1\sin\alpha + N_2\sin\beta = 3ma$. **(2-5)**

Подставим в (2-5) формулы для N_1 и N_2 из (2-3) и (2-4) и найдем ускорение клина $a = \dfrac{g\left(\sin 2\beta - \dfrac{1}{2}\sin 2\alpha\right)}{3+\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta} = \dfrac{\sqrt{3}}{17}g = 0{,}1$ м/с^2.

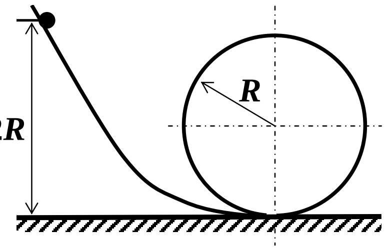
Т.к. $a > 0$, значит предположение, что клин движется влево верно.

Ответ. Клин движется влево с ускорением $a = \dfrac{\sqrt{3}}{17}g = 0{,}1$ м/с^2.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на оба тела и на клин	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Установлено, что клин движется вправо	от 1 до 2 баллов в зависимости от полноты объяснений
3	Записаны уравнения динамики для каждого тела (2-1) и (2-2) или аналогичные при выборе других осей	по 2 балла для каждого тела (всего 4 балла)
4	Получены выражения сил давления каждого тела, в зависимости от ускорения клина (2-3), (2-4)	по 2 балла за каждую формулу (всего 4 балла)
5	Записаны уравнения динамики для клина (2-5) или аналогичные при выборе других осей	от 1 до 2 баллов
6	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для ускорения a клина	от 1 до 8 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
7	Проведен правильный численный расчет и записан числовой ответ	от 1 до 2 баллов

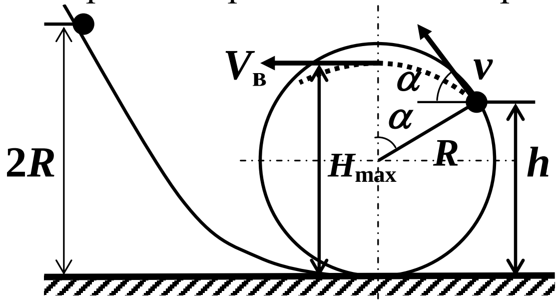
6. Шарик скользит без трения по наклонному желобу, а затем движется по «мертвой петле» радиуса R (см. рисунок). Высота, с которой отпускают шарик, равна $2R$. На какой максимальной высоте окажется шарик после отрыва от петли?



(MAX = 25 баллов)

Возможное решение

Найдем высоту h, на которой шарик отрывается от петли; α – угол отрыва, v – скорость шарика в момент отрыва (см. рисунок).



$$mg \cdot 2R = mgh + \frac{mv^2}{2}, \qquad \mathbf{(1)}$$

$$N + mg\cos\alpha = \frac{mv^2}{R}, \qquad \mathbf{(2)}$$

$N = 0$, (*условие отрыва*) **(3)**

$h = R + R\cos\alpha$. **(4)**

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{2}{3}$, $h = \frac{5}{3}R$, $v = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$. (5)

Шарик движется по мертвой петле до точки, находящейся на высоте $h = \frac{5}{3}R$**.**

В этой точке шарик отрывается от петли, и затем движется свободно по параболе, как тело, брошенное под углом α ***к горизонту.***

Максимальную высоту H_{max} можно найти с помощью формул кинематики, а можно с помощью закона сохранения энергии.

$mgh + \frac{mv^2}{2} = mgH_{max} + \frac{mV_в^2}{2}$, (6) где $V_в = v\cos\alpha$.

$\Rightarrow H_{max} = h + \frac{v^2}{2g}(1 - \cos^2\alpha) = \frac{50}{27}R$.

Критерии оценивания задачи 6.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок, на котором расставлены все силы, действующие на шарик	1 балл
2	Записано уравнение (1) закона сохранения энергии	от 1 до 4 баллов
3	Записано уравнение (2) динамики движения шарика внутри петли	от 1 до 4 баллов
4	Записано условие отрыва (3)	1 балл

5	Записано геометрическая связь высоты h и угла α (4)	2 балла
6	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получены формулы (5) для h, α или v	от 1 до 5 баллов
7	Записаны уравнения для расчета максимальной высоты H_{max} (закон сохранения энергии (6) или уравнения кинематики)	от 1 до 4 баллов
8	Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для H_{max}	от 1 до 4 баллов