Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

+1 черновик

Шифр 118062

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Севидов Артем Алексеевич

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Реутов, МАОУ „Лицей"

Регистрационный номер 8 класс

Вариант задания 4

Дата проведения «10» февраля 2019 г.

Подпись участника

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
+	7	-	0	+	-					
15	8	0	0	20	0					

15 5 5 0 20 5

Шифр 118062

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

$\Sigma = 50$

~~43б~~

Вариант № 4

№ 1

Если решение будет в два противоположных числа, то тогда $x+y=0$, т. е. $x=-y$. Подставим в первое уравнение:

$8x+y=14m$

$-8y+y=14m$

$-7y=14m \;|:7$

$-y=2m \Rightarrow y=-2m.$

Подставим во второе уравнение:

$\frac{1}{m}x+2y=6$

$\frac{-y}{m}+2y=6$

$\frac{2\cancel{m}}{\cancel{m}}-4m=6 \quad (m\neq 0)$

$-4m=4$

$m=-1$

Теперь найдём корни уравнения:

$$\begin{cases} 8x+y=-14 \\ \frac{x}{-1}+2y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-14-8x \\ -x+2(-14-8x)=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-14-8x \\ -x-28-16x=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-14-8x \\ -17x=34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-14+16 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=-2 \end{cases}$$ Как видим, у нас два противоположных числа при $m=-1$

Ответ: при $m=-1$, решение $(-2;2)$. 4

№2

$$\begin{cases} y^2+x^2+2x=2xy+2y+3 \\ \dfrac{y-x+1}{x}=x-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y^2-2xy+x^2)\cancel{+2x-2}y-(2y-2x)=3 \\ y-x=x(x-3)-1 \quad (x\neq 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-x)^2-2(y-x)=3 \\ y-x=x(x-3)-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-x)(y-x-2)=3 \\ y-x=x(x-3)-1 \end{cases}$$

Подставим вместо $y-x$ в первое уравнение

$x(x-3)-1$

$$\begin{cases} (x(x-3)-1)(x(x-3)-3)=3 \\ y-x=x(x-3)+1. \end{cases}$$

$$\begin{cases}(x(x-3))^2-3x(x-3)-x(x-3)+3=3\\ y-x=x(x-3)\cancel{+1}\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x(x-3))^2-4x(x-3)=0\\ \cancel{y=x(x} \quad y-x=x(x-3)-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cancel{(x-3)(x^2} \; x^2(x-3)^2=4x\cancel{(x-3)} \quad \Big|:x(x-3) \quad (x\neq 3)\ (x\neq 0)\\ y-x=x(x-3)-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x(x-3)=4\\ \cancel{y=x(x} \quad y-x=x(x-3)-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=4\\ y-4=4(4-3)-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=4\\ y=7\end{cases}$$

Ответ: $(4;7)$

№6

Пусть изначальное число – x.
Тогда первое число равняется:

$\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}=\frac{4}{3}(x+1)$. (второе число)

Т/и ~~второе~~ третье число

$\frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}(x+1)\right)+\frac{4}{3}\cdot 1=\frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}(x+1)+1\right)$. (третье число)

~~$\frac{4}{3}(x+1)$ – целое число~~

Предположим, что первое, второе и третье число – целые.

Тогда $\frac{4}{3}(n+1)$ – целое. Тогда $(n+1) \vdots 3$, иначе это число не было целым.

И тогда $\left(\frac{4}{3}(n+1)+1\right) \vdots 3$ иначе третье число не целое. Значит, $\frac{4}{3}(n+1) \equiv 2 \pmod 3$, т.е. дает остаток ~~от~~ 2 при делении на 3.

~~Пусть $n+1 = 3z$ (исходя из написанного выше)~~

~~Тогда $\frac{4}{3}(n+1) = \frac{4 \cdot 3z}{3} = 4z$~~

~~$4z \equiv 2 \pmod 3$~~

~~Т.к. $4 \equiv 1 \pmod 3$, то $z \equiv 2 \pmod 3$~~

~~И четвертое число. Оно тоже целое оправляется!~~

$$\cancel{\frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}(n+1)+1\right)\right)+\frac{4}{3} = \frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}(n+1)+1\right)+1\right)}$$

Пусть $n+1=3z$ (исходя из написанного выше)

Тогда $\frac{4}{3}(n+1) = 4z$.

Но $(4z+1) \vdots 3 \Rightarrow 4z \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow z \equiv 2 \pmod 3$

И следующее число. $\frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}(4z+1)+1\right)$. Тогда $\left(\frac{4}{3}(4z+1)+1\right) \vdots 3$. Тогда снова $\frac{4}{3}(4z+1) \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow 4z+1 \equiv 2 \pmod 3$

$4z \equiv 1 \pmod 3$

Но у нас $4z \equiv 2 \pmod 4$. Получили противоречие $\Rightarrow$ невозможно. (число 4 не меняет кратность).

−

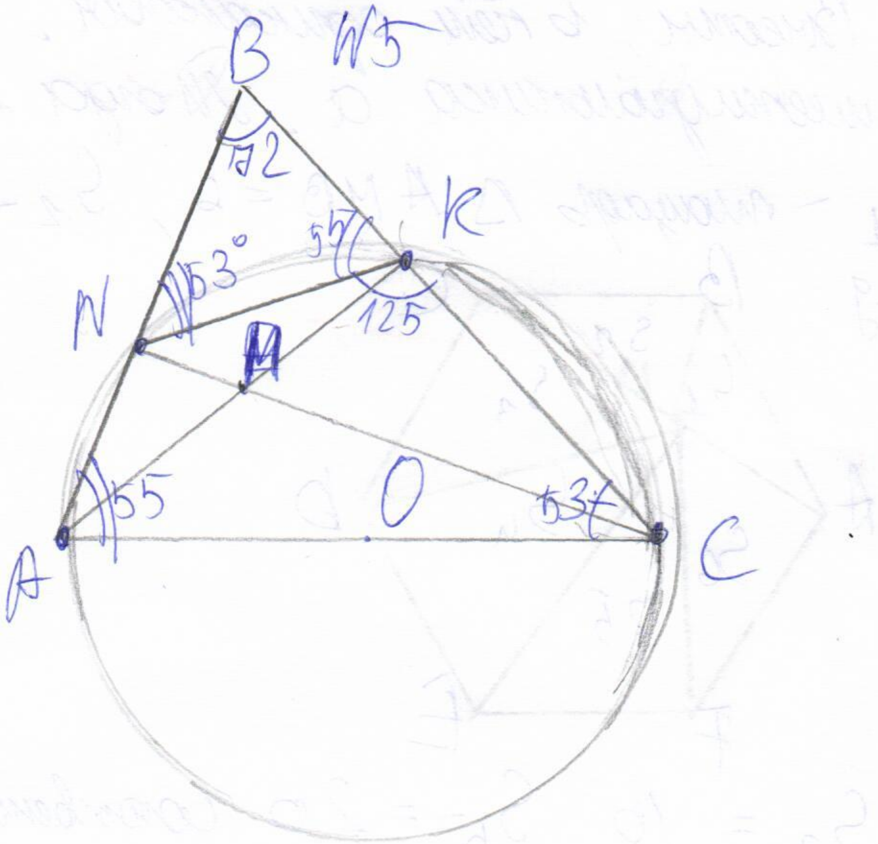
Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр 118062

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 4



Заметим, что $AM^2 = AM \cdot MK$, поскольку M – середина AK, т.е $AM = MK$.

По св-ву хорд окружности $AM \cdot MK = CM \cdot MN \Rightarrow$ четырехугольник $ANKC$ вписан в окружность ⊙.

(т.к. AK и CN – его диагонали)

Но если так, то противолежащие $\angle$ дают в сумме $180°$ (по св-ву четырех. вписан. в окр.)

$\Rightarrow \angle NAC + \angle NKC = 180° \Rightarrow \angle NKC = 125°$.

$\angle NKC + \angle BKN = 180°$ (смежные $\angle$) $\Rightarrow \angle BKN = 55°$

Э(м ΔBKN:

$\angle NBK + \angle BKN + \angle KNB = 180^\circ$ (сумма $\angle$ треуг.).

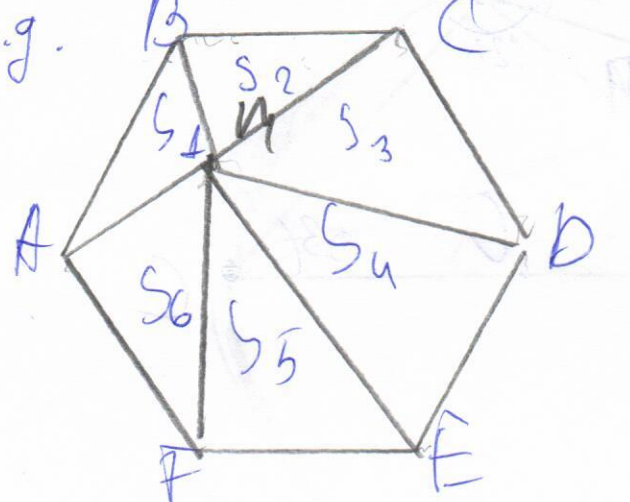
$\angle KNB = 180 - 72 - 55 = 53^\circ$

Ответ: $\angle BKN = 53^\circ$. (+)

№3

Заметим, что шестиугольник правильный. Тогда высоты в нём одинаковы. Пусть сторона шестиугольника a. Тогда ~~высота~~

Пусть S_1 – площадь $\triangle AMB = 6$, S_2 – площадь второго $\triangle$ и т.д.



$S_1 = 6$, $S_3 = 10$, $S_5 = 20$ соответственно.

Тогда пусть $h_1, h_2 \dots h_x$ – высоты $\triangle$.

Тогда $S_1 = \frac{1}{2} a h_1$; $S_2 = \frac{1}{2} a h_2 \dots$ $S_6 = \frac{1}{2} a h_6$

Тогда $h_1 + h_4 = h_2 + h_5 = h_3 + h_6$.

$$\frac{S_1}{S_4} = \frac{6}{S_4} = \frac{\frac{1}{2} a h_1}{\frac{1}{2} a h_4} = \frac{h_1}{h_4}$$

$\frac{6 h_4}{\frac{1}{2} a h_4} = h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{12}{a}$ Аналогично получ

$h_3 = \frac{20}{a}$; $h_5 = \frac{40}{a}$

~~$\frac{h_1}{h_4}$~~ ~~$= \frac{12}{h_4}$~~ $= \frac{6}{S_4}$

~~Пусть~~ Поскольку $\frac{S_3}{S_5} = \frac{1}{2}$, т.с ~~$S_3$~~ $S_5 = 2S_3$, то напротив S_5 лежит вдвое меньшая высота, чем напротив S_3., т.с $S_8 = 10$

$S_4 = 20$.

$S_2 = 6$

$-$

ш, то