Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 119033
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Кочеткова Полина Андреевна

Город, № школы (образовательного учреждения) школа № 1580 г. Москва

Регистрационный номер класс 9

Вариант задания № 3

Дата проведения «10» февраля 2019 г.

Подпись участника

$\Sigma = 30$

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	~~10~~	15	0	X	X					
0	15	15	0	X	X					

119033

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Власова

30

Вариант № 3

№ 3

Пусть
x - кол-во не проданных страусов
Тогда
44 - x - кол-во проданных

$(44-x)(2500+1000x)$ - полученная сумма

$(2,5+x)(44-x)$ - тыс. получено

$-x^2+41,5x+110$

Нам необходимо найти максимум выражения

$-x^2+41,5x+110$ - парабола ветвями вниз =>
=> максимальное значение в вершине

$x_в = \frac{-b}{2a}$

$x_в = \frac{-41,5}{-2} = \frac{41,5}{2} = 20,75$

~~$y_в = \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4\cdot110-(41,5)^2}{-4}$~~

кол-во не проданных страусов может быть только целое => => возьмём ~~максимально~~ близкое, т.е. $x = 21$

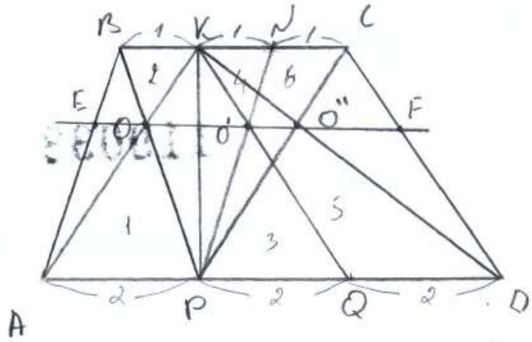
$y = (2,5+21)(44-21) =$

$= 23,5 \cdot 23 = 529 + 11,5 = 540,5$ тыс

Ответ: 540,5 тыс
23 страус

15

№2



① Док: точки O, O' и O'' лежат на одной прямой

① Решение:

$BC \parallel AD$ => некое расстояние h между прямыми постоянно $\underline{h = const}$

$\angle BOK = \angle AOP$ (верт), $\angle BKO = \angle OAP$ (н/л) => $\triangle BOK \sim \triangle AOP$ (по 2-ум углам)

$\angle KO'N = \angle PO'Q$ (верт), $\angle KNO' = \angle O'PQ$ (н/л) => $\triangle KO'N \sim \triangle PO'Q$ (по 2-ум углам)

$\angle KO''C = \angle PO''D$ (верт), $\angle KCO'' = \angle O''PD$ (н/л) => $\triangle KO''C \sim \triangle PO''D$ (по 2-ум углам)

$\triangle BOK \sim \triangle AOD \Rightarrow \frac{AP}{BK} = \frac{h_1}{h_2}$

$h_1 = 2h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{1}{3}h$

$\triangle KO'N \sim \triangle PO'Q \Rightarrow \frac{PQ}{KN} = \frac{h_3}{h_4}$

$h_3 = 2h_4 \Rightarrow h_4 = \frac{1}{3}h$

$\triangle KO''C \sim \triangle PO''D \Rightarrow \frac{PD}{KC} = \frac{h_5}{h_6}$

$h_5 = 2h_6 \Rightarrow h_6 = \frac{1}{3}h$

=>

$h_1; h_2; h_3; h_4; h_5; h_6$ } высоты

$h_1 + h_2 = h$
$h_3 + h_4 = h$
$h_5 + h_6 = h$

$\Rightarrow h_2 = h_4 = h_6 \Rightarrow$ точки O, O' и O'' равноудалены от прямой BC и находятся по одну сторону относительно неё => лежат на одной прямой

ч.т.д

15б

② проводим прямую EF через O, O' и O''

$\triangle BAK \sim \triangle AEO$, т.к. $\angle BAK$ - общ, $\angle AEO = \angle ABK$ (соот в.)

$\triangle BPC \sim \triangle OPO''$, т.к. $\angle BPC$ - общ, $\angle POO'' = \angle PBC$ (соот в.)

$\triangle KDC \sim \triangle O''DF$, т.к. $\angle KDC$ - общ, $\angle FO''D = \angle CKD$ (соот в)

$\triangle BAK \sim \triangle AEO \Rightarrow \frac{EO}{BK} = \frac{h_1}{h}$

$EO = BK \cdot \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

$\triangle BPC \sim \triangle OPO'' \Rightarrow \frac{OO''}{BC} = \frac{h_1}{h}$

$OO'' = BC \cdot \frac{2}{3} = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2$

$\triangle KDC \sim \triangle O''DF \Rightarrow \frac{O''F}{KC} = \frac{h_1}{h}$

$O''F = KC \cdot \frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$

$EF = EO + OO'' + O''F = \frac{2}{3} + 2 + 1\frac{1}{3} = 4$

Ответ: $EF = 4$ ед

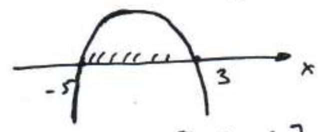
№1

$$\left(\frac{1}{x^2-2x+2}+\frac{1}{|x-2|}\right)\left(x^2-2x+2+|x-2|\right) \le \sqrt{15+2x-x^2}$$

ОДЗ: $15+2x-x^2 \geqslant 0$

$D = b^2-4ac = 4+60 = 64$ $\sqrt{D} = 8$

$x = \frac{2 \pm 8}{-2}$ $\left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=3 \end{array}\right.$



$x \in [-5;3]$

$x \ne 2$

$x \in [-5;2) \cup (2;3]$

1) $x > 2$

$$\left(\frac{x-2+x^2-2x+2}{(x-2)(x^2-2x+2)}\right)(x^2-2x+2+x-2) \le \sqrt{15+2x-x^2}$$

$$\frac{(x^2-x)^2}{(x-2)(x^2-2x+2)} \le \sqrt{(x+5)(x-3)}$$

~~Везде квадраты => / >/0~~

Возведём обе части в квадрат ~~нельзя без усл~~

$$\frac{(x^2-x)^4}{(x-2)^2(x^2-2x+2)^2} \le (x+5)(x-3)$$

$$\frac{(x^2-x)^4}{(x-2)^2(x^2-2x+2)^2(x+5)(x-3)} \le 0$$

>0 => не играет роли

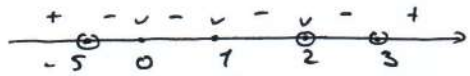
$(x^2-x)^4 = x^4(x-1)^4$

$$\frac{(x^2-x)^4}{(x-2)^2(x+5)(x-3)} \le 0$$ $x \ne -5$, $x \ne 3$, $x \ne 2$

$x=2$ $-3<1$

$x^2=4$ $9<1$

$x=\pm 2$



$x \in (2;3)$ с учётом того, что $x > 2$

$x < 2$

$$\left(\frac{2-x+x^2-2x+2}{(2-x)(x^2-2x+2)}\right)(x^2-2x+2-x+2) \le \sqrt{(x+5)(x-3)}$$

$$\frac{x^2-3x+4}{(2-x)(x^2-2x+2)}(x^2-3x+4) \le \sqrt{(x+5)(x-3)}$$

>0 => не играет роли

$D = b^2-4ac = 9-16 < 0$

$$\frac{(x^2-3x+4)^2}{(2-x)(x^2-2x+2)} \le \sqrt{(x+5)(x-3)}$$

$(2-x)(x^2-2x+2) > 0$ => не играет роли

Возведём обе части в квадрат

$$\frac{1}{(2-x)^2(x+5)(x-3)} \le 0$$

$$\frac{1}{(x-2)^2(x+5)(x-3)} \le 0$$

$x \in (-5;2)$ с учётом того, что $x<2$

Ответ: $x \in (-5;2) \cup (2;3)$

0б.

N 4

$$\begin{cases} (x-3)^2+(a-2)^2 \leq 9 & - \text{окр.} \\ 4a-3x \leq 8 \\ 2a \leq 13-3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-6x+3+(a-2)^2-9 \leq 0 \\ x \geqslant \frac{4}{3}(a-2) \\ x \leq \frac{13-2a}{3} \end{cases}$$

$D = b^2-4ac = 36-4((a-2)^2-6) = 36-4(a^2-4a+4-6) =$

$= 36-4a^2+16a-16+24 = -4a^2+16a+44$

$\frac{4a-2}{3} \geqslant \frac{13-2a}{3} \quad \Big| \times 3$

$4a-8 \geqslant 13-2a$

$4a-8 \geqslant 13-2a$

$6a \geqslant 21$

$2a \geqslant 7$

$a \geqslant 3,5$

0б