Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 118034

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету

(наименование дисциплины)

МАТЕМАТИКА

Фамилия И.О. участника КАРПОВ СТЕПАН КОНСТАНТИНОВИЧ

Город, № школы (образовательного учреждения)

Школа 1580

Регистрационный номер класс 8

Вариант задания 4

Дата проведения «10» февраля 2019 г.

Подпись участника

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
+	±	нет	∓	—	—					
15	12	0	10	0	0					

Шифр 118034

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

$\Sigma б = 37б.$

Масаев

$\Sigma б = 37б$ Ворошилова

Вариант № 4

№1

$$\begin{cases} 8x+y=14m, \\ \frac{1}{m}x+2y=6; \end{cases}$$ $m\neq 0$ - ОДЗ(m); x - любое ч. - ОДЗ(x); y - любое число - ОДЗ(y)

Для того, чтобы решением системы являлась пара противоположных чисел, нужно выполнить условие $x=-y$

Заменим x на −y. Получим систему, которую можно решить.

$$\begin{cases} -8y+y=14m, \\ -\frac{y}{m}+2y=6; m\neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -y=2m, \\ \frac{-y}{m}+2y=6; \end{cases} \quad \frac{2m}{m}-4m=6; \quad 2-4m=6; \ -4(1+m)=0, \ m=-1;$$

$y=2$; $x=-2$

Решив систему, получим, что $m=-1$; $y=2$; т.к. $-y=x \Rightarrow x=-2$; +

№2

$$\begin{cases} y^2+x^2+2x=2xy+2y+3, \ (1) \\ \frac{y-x+1}{x}=x-3 \ (2); \end{cases}$$ ОДЗ: $x\neq 0$;

Преобразуем каждое равенство:

(1) $y^2+x^2+2x=2xy+2y+3$

$x^2+y^2+2x-2xy-2y+3=0$

$(x-y)^2+2(x-y)=3$

$(x-y)(x-y+2)=3$;

(2) $y-x+1=x^2-3x$

$x^2-2x-y+1=0$

$x^2-2x-y=1$

Пусть $t=x-y \Rightarrow x-y+2=t+2$

$t(t+2)=3$

$t^2+2t-3=0$

$t=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{-2\pm 4}{2}=-3;1$

Следовательно,

$$\left[\begin{array}{l} x-y=1, \\ x-y=-3; \end{array}\right.$$

Получим следующее:

$$\begin{cases} x^2-2x-y=1, \\ \left[\begin{array}{l} x-y=1 \\ x-y=-3 \end{array}\right. \end{cases}$$

118031

Рассмотрим каждый случай:

$$\begin{cases} x^2-2x-y=1, \quad \mathrm{I} \\ x-y=1 ; \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2-2x-y=1, \quad \mathrm{II} \\ x^2-y=-3 ; \end{cases}$$

Решим обе системы:

I $\begin{cases} x^2-2x-y=1 \\ x-y=1 \end{cases}$

$x^2-2x-y=x-y$

$x^2-2x=x$

$x^2-3x=0$

$x(x-3)=0$ т.к. произв. $=0 \Rightarrow$ один из множ. $=0$

$x=0;3$

$y=-1;2$

I : $(0;-1);(3;2)$

II $\begin{cases} x^2-2x-y=1, \\ x^2-y=-3 ; \end{cases}$

$x^2-2x-y=4-3$

$x^2-2x-y=4+x-y$

$x^2-3x-4=0$

$x^2+x-4x-4=0$

$x(x+1)-4(x+1)=0$

$(x-4)(x+1)=0$ т.к. произв. $=0 \Rightarrow$ один из множ. $=0$

$x=4;-1$; $y=7;2$

II : $(4;7)(-1;2)$

Ответы на эти системы и будут являться ответами к данной системе.

не входит в ОДЗ

Ответ: $\cancel{(0;-1)}(3;2)(4;7)(-1;2)$ ± С2

№4

$$f(x)=\left|\frac{x^3+4x^2-x-4}{(x-3)(x+2)+2(2x+1)}\right|$$

$$p(x)=\sqrt{x^2-4x+4}+a$$

Преобразуем обе дроби:

$$\left|\frac{x^3+4x^2-x-4}{(x-3)(x+2)+2(2x+1)}\right|=\left|\frac{x(x^2-1)+4(x^2-1)}{x^2-x+4x+2-6}\right|=\left|\frac{(x+4)(x-1)(x+1)}{x(x-1)+4(x-1)}\right|=\left|\frac{(x+4)(x-1)(x+1)}{(x+4)(x-1)}\right|=|x+1|$$

$\Rightarrow f(x)=|x+1|$

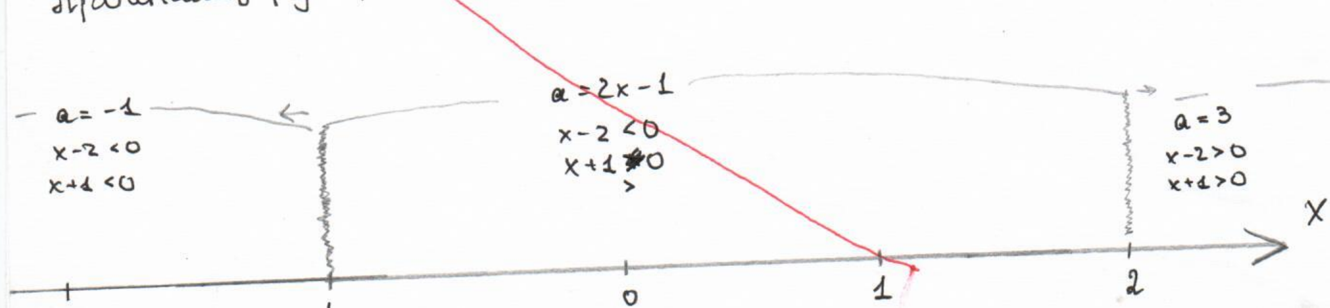
$\sqrt{x^2-4x+4}+a=|x+2|+a \Rightarrow p(x)=|x-2|+a$

По условию $p(x)-f(x)$

$|x-2|+a=|x+1|$

Уравнение решено неверно!

Проанализируем, какой знак будут иметь подмодульные выраж. при разл. значен. x



~~при $x>2$~~
~~$x+2>0$~~
~~$x+1>0$~~
~~$x^2+2+a=x+1$~~

при $x>2$

$x-2>0$

$x+1>0$

$x-2+a=x+1$

$a=3$

при $-1<x<2$

$x-2<0$

$x+1>0$

$2-x+a=x+1$

$a=2x-1$

при $x<-1$

$x-2<0$

$x+1<0$

$2-x+a=1-x$

$a=-1$

+ 10

~~В случае если $a=3$ либо $a=-1$~~

Получим уравнения

при $x>2$ $\quad x-2+a=x+1 \quad \Rightarrow x=$ любое число

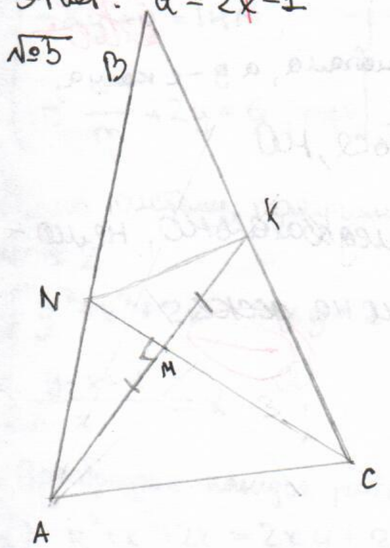
при $-1<x<2$ $\quad 2-x+a=x+1 \quad \Rightarrow x=0{,}5a+0{,}5$

при $-1>x$ $\quad 2-x+a=1-x \quad \Rightarrow x=$ любое число

Следовательно, при $a=2x-1$ уравнение $f(x)=g(x)$ будет иметь 1 решение

Ответ: $a=2x-1$

№5



Дано: $\triangle ABC$: $K\in[BC]$; $AM=MK$; $M\in AK$; $(CM)\cap AB=N$;
$AM^2=CM\cdot MN$; $\angle ABC=72^\circ$; $\angle BAC=55^\circ$

$\angle BNK$

−

Решение:

~~По свойству высоты AM — высота $\triangle\ldots$ $AM=\sqrt{MN\cdot CM}$~~

№6

~~под~~ пусть x – начальное целое число

тогда он получил I число $= \frac{4x+4}{3}$

второе $\frac{4}{3}\left(\frac{4x+4}{3}\right)+\frac{4}{3}$ и т.д. ур-ние не составлено

Для того, чтобы все числа, записываемые учеником на доске были целыми, они все должны быть кратны своему знаменателю, который будет 3^n ~~степени~~.
Тогда проследим, как меняется числитель каждой дроби

x;

$4x+4$

$4(4x+4)+4\cdot3 = 4^2x+4^2+4\cdot3$

$4(4^2x+4^2+4\cdot3)+4\cdot3^2 = 4^3x+4^3+4^2\cdot3+4\cdot3^2$ и т.д.

следовательно, числитель каждой дроби можно найти по формуле

$4^n(x+1)+3(4^{n-1}3^y+4^{n-2}3^y+\dots+4^y3^n)$, где n – номер числа с начала, а y – с конца,

причем знаменатель каждой дроби также будет изменяться, но числитель никогда не будет кратен знаменателю; следовательно, не могут быть целыми сразу все числа, записанные учеником на доске.

логики рассуждений не дает нет ответа