Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 119060

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О: участника Гонобоблев Даниил Михайлович

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Иваново, „Лицей №33"

Регистрационный номер 9 класс

Вариант задания 4

Дата проведения «10» февраля 2019 г.

Подпись участника

Евстропове

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
15	15	5	13	нет	нет	X	X	X	X	48

баллов

Шифр 119060

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 4

N.1.

$$\left(\frac{1}{x^2+2x+2}+\frac{1}{|x+2|}\right)\left(x^2+2x+2+|x+2|\right)\le\sqrt{15-2x-x^2}$$

$$1+\frac{x^2+2x+2}{|x+2|}+1+\frac{|x+2|}{x^2+2x+2}\le\sqrt{15-2x-x^2}$$

$$2+\frac{x^2+2x+2}{|x+2|}+\frac{1}{\frac{x^2+2x+2}{|x+2|}}\le\sqrt{15-2x-x^2}$$

$y+\frac{1}{y}\ge 2$ по неравенству Коши. (что!?)

Тогда $\frac{x^2+2x+2}{|x+2|}+\frac{1}{\frac{x^2+2x+2}{|x+2|}}\ge 2$

$$2+\frac{x^2+2x+2}{|x+2|}+\frac{1}{\frac{x^2+2x+2}{|x+2|}}\ge 4$$

$$\sqrt{15-2x-x^2}=\sqrt{-(x^2+2x-15)}=\sqrt{-(x^2+2x+1-16)}=$$

$$=\sqrt{-(x+1)^2+16}$$

$(x+1)^2\ge 0$

$-(x+1)^2\le 0$

$-(x+1)^2+16\le 16$

$\sqrt{-(x+1)^2+16}\le 4$

Тогда $\sqrt{15-2x-x^2}=\left(\frac{1}{x^2+2x+2}+\frac{1}{|x+2|}\right)(x^2+2x+2+|x+2|)=4.$?

Тогда $x=-1$.

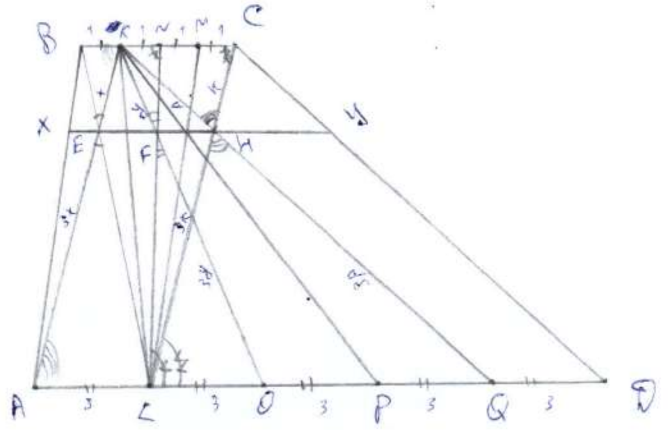
Ответ: $x=-1$.

где решение иррац. ур-я, из которого это следует?

12б.

n.2.

030611



Дано:
ABCD - трапеция
$BC \parallel AD$
$K \in BC$, $N \in BC$, $M \in BC$
$BK = KN = NM = MC = 1$
$L \in AD$, $O \in AD$, $P \in AD$, $Q \in AD$
$AL = LO = PO = QP = QD = 3$
$BL \cap AK = E$
$KO \cap LN = F$
$KQ \cap LC = H$
$EH \cap AB = X$
$EH \cap CD = Y$
Доказать:
$F \in EH$
Найти:
XY.

Решение:

1) $\triangle AEL$ и $\triangle KEB$

$\angle AEL = \angle KEB$, как вертикальные.

$\angle EAL = \angle EKB$, как накрест лежащие при $BC \parallel AD$.

Значит, $\triangle AEL \sim \triangle KEB$, по двум углам. Значит, $\frac{AE}{EK} = \frac{AL}{BK} = 3$.

2) $\triangle LFO$ и $\triangle NFK$

$\angle LFO = \angle NFK$, как вертикальные.

$\angle FLO = \angle FNK$, как накрест лежащие при $BC \parallel AD$.

Значит, $\triangle LFO \sim \triangle NFK$, по двум углам, значит $\frac{OF}{FK} = \frac{LO}{KN} = 3$

3) $\triangle LHQ$ и $\triangle CHK$

$\angle LHQ = \angle CHK$, как вертикальные

$\angle HLQ = \angle HCK$ как накрест лежащие при $BC \parallel AD$.

Значит, $\triangle LHQ \sim \triangle CHK$, по двум углам. Значит $\frac{QH}{HK} = \frac{LQ}{KC} = 3$ $= \frac{LH}{HC}$

4.) $\triangle EKH$ и $\triangle AKQ$

$\frac{EK}{AK} = \frac{KH}{KQ} = \frac{1}{4}$, по доказанному.

$\angle EKH = \angle AKQ$, - общий

значит, $\triangle EKH \sim \triangle AKQ$ по двум пропорциональным сторонам и углу между ними. Значит, $\angle KEH = \angle KAQ$, тогда $EH \parallel AQ$. Также $\frac{EH}{AQ} = \frac{EK}{AK} = \frac{1}{4}$

$EH = 3$

5.) $\triangle EKF$ и $\triangle AKO$

$\frac{EK}{AK} = \frac{KF}{KO} = \frac{1}{4}$ по доказанному

$\angle EKF = \angle AKC$ – общий.
Значит $\triangle EKF \sim \triangle AKC$, по двум пропорциональным сторонам и углу между ними. Значит $\angle KEF = \angle KAC$, тогда $EF \parallel AC$.
~~Также~~ Через точку не лежащую на данной прямой можно провести лишь одну прямую, параллельную данной, значит $F \in EH$, ч.т.д.

6.) $\triangle HCY$ и $\triangle LCD$
$\angle HCY = \angle LCD$ – общий ~~соответственные~~
$\angle CHY = \angle CLD$, как ~~накрест лежащие~~ при $XY \parallel AD$
Значит $\triangle HCY \sim \triangle LCD$, по двум углам, значит
$$\frac{HY}{LD} = \frac{CH}{CL} = \frac{1}{4}$$
$HY = 3$

7.) $\triangle AXE$ и $\triangle ABK$
$\angle AXE = \angle ABK$, как ~~накрест~~ соответственные при $XY \parallel AD$.
~~Значит~~ $\angle XAE = \angle BAK$ – общий
Значит $\triangle AXE \sim \triangle ABK$, по двум углам, значит
$$\frac{XE}{BK} = \frac{AE}{AK} = \frac{3}{4}$$
$XE = \frac{3}{4}$

8.) $XY = XE + EH + HY = \frac{3}{4} + 3 + 3 = 6\frac{3}{4}$
Ответ. $XY = 6\frac{3}{4}$. 15б.

№ 3.

Пусть x компл. – количество комплектов, которое нужно приобрести. Тогда $(13700 - x)$ руб. – стоимость одного комплекта. Тогда $x(13700 - x)$ руб. – стоимость всех комплектов. $(100000 - x(13700 - x))$ руб. – остаток от общей суммы выделенных денег, что должно быть наименьшим.
Тогда остаток будет наименьшим при $x = 7$??

Не обосновано. Решения нет, перебор.

~~13700 × 4~~ ~~13700 × 6~~ ~~13700~~

$13694 \times 6 = 82164 < 13693 \times 7 = 95851$; $13692 \times 8 = 119536 > 100000$

Ответ: 7 - количество комплектов, 13~~7~~693 руб. - цена каждого комплекта. 5б. шт.

№ 4

$$\begin{cases} (x+2)^2 + (a-3)^2 \le 9 \\ 6 - a \ge (x+2)^2 \\ a + x \le 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} (x+2)^2 + (a-3)^2 \le 9 \\ a \le 6 - (x+2)^2 \\ a \le 2 - x \end{cases}$$

$(x+2)^2 + (a-3)^2 \le 9$

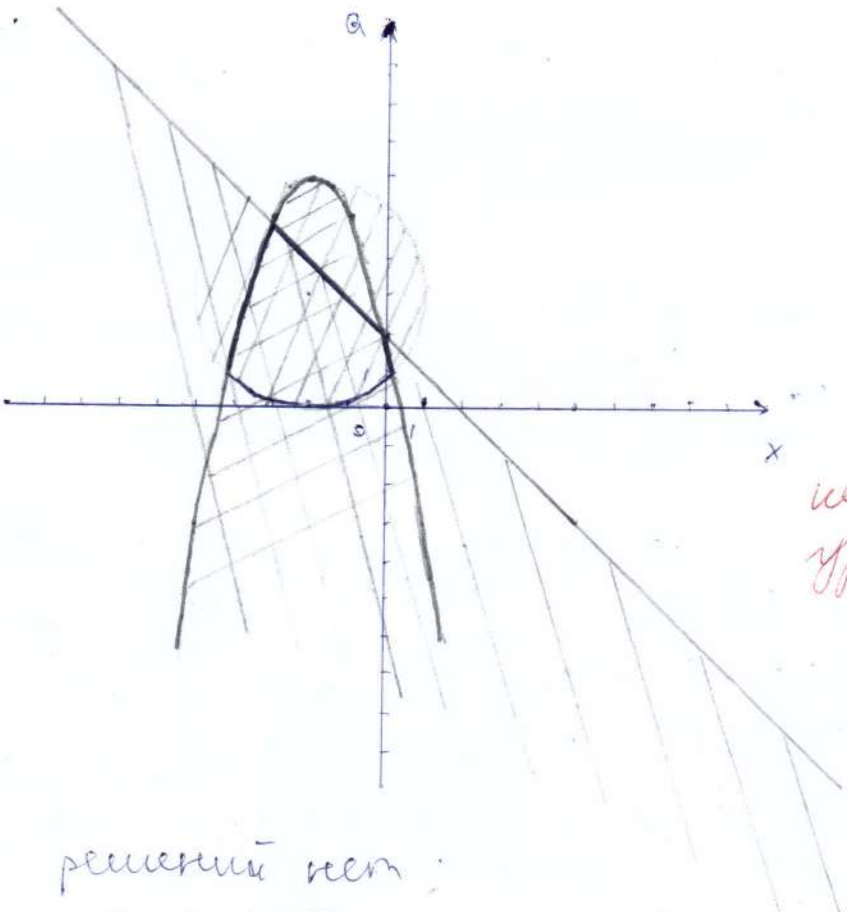
Окр$(O;R)$ $O(-2;3)$ $R=3$

$a \le 6-(x+2)^2$

$\Gamma a=-x^2 \xrightarrow[\text{на } 2]{\text{влево}} \Gamma a=-(x+2)^2 \xrightarrow[\text{на } 6]{\text{вверх}} \Gamma a = 6-(x+2)^2$

$a \le 2-x$

x	0	5
a	2	-3



не подписаны уравнения

При $a<0$ решений нет;

При $a=0$ одно решение; $x=-2$;

При ~~a~~ $0<a\le1$ ~~$x\in[-2-\sqrt{5};2-\sqrt{5}]$; (1)~~ $x\in[-2-\sqrt{9-(a-3)^2}; -2+\sqrt{9-(a-3)^2}]$; (1)

При $1<a\le2$ ~~$x\in[\quad;\quad]$; (2)~~ $x\in[-\sqrt{6-a}-2; \sqrt{6-a}-2]$; (2)

~~При $2<a\le5$~~

При $a=5$ одно решение, $x=-3$; При $2<a<5$, $x\in[-\sqrt{6-a}-2; 2-a]$; (3)

При $a>5$ решений нет.

(1) $\begin{cases}(x+2)^2+(a-3)^2=9\\ 6-a=(x+2)^2\end{cases}$ $\begin{cases}6-a+a^2-6a+9-9=0\\ 6-a=(x+2)^2\end{cases}$

$\begin{cases}a^2-7a+6=0\\ 6-a=(x+2)^2\end{cases}$ $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a=6\\ a=1\end{array}\right.\\ 6-a=(x+2)^2\end{cases}$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=6\\ 0=(x+2)^2\end{cases}\\ \begin{cases}a=1\\ 5=(x+2)^2\end{cases}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=6\\ x=-2\end{cases}\\ \begin{cases}a=1\\ \left[\begin{array}{l}x=-\sqrt{5}-2\\ x=\sqrt{5}+2\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.$

(2)

(1) $(x+2)^2+(a-3)^2=9$

$(x+2)^2=9-(a-3)^2$

$\left[\begin{array}{l}x+2=\sqrt{9-(a-3)^2}\\ x+2=-\sqrt{9-(a-3)^2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=-2+\sqrt{9-(a-3)^2}\\ x=-2-\sqrt{9-(a-3)^2}\end{array}\right.$

(2) $(x+2)^2=6-a$

$\left[\begin{array}{l}x+2=\sqrt{6-a}\\ x+2=-\sqrt{6-a}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{6-a}-2\\ x=-\sqrt{6-a}-2\end{array}\right.$

(3) $\begin{cases}(x+2)^2=6-a\\ x=2-a\end{cases}$ $\left[\begin{array}{l}x=-\sqrt{6-a}-2\\ x=2-a\end{array}\right.$

Ответ: при $a=0$ $x=-2$;

при $0<a\le 1$, $x\in[-2-\sqrt{9-(a-3)^2};-2+\sqrt{9-(a-3)^2}]$;

при $1<a\le 2$, $x\in[-\sqrt{6-a}-2;\sqrt{6-a}-2]$;

при $2<a<5$, $x\in[-\sqrt{6-a}-2;2-a]$;

при $a=5$, $x=-3$.

$a\in[0;5]$ – сист. имеет хотя бы одно решение – чётко не указано! 13б.