

119007

Шифр

(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Печёнкин Иван Андреевич

Город, № школы (образовательного учреждения) школа №1580 г. Москва

Регистрационный номер класс 9

Вариант задания 3

Дата проведения «10» февраля 2019 г.

Подпись участника Печёнкин

$\Sigma = 25$

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

Абрамцев

119007

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
X	15	10	0	X	0					

Вариант № 3

OK

Пусть x - количество птиц, проданных Спаничем
 $(2,5 + (44 - x))x$ - сумма заработанных денег.

$(2,5 + 44 - x)x$ - макс?

$46,5x - x^2$ - парабола

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-46,5}{-2}$$

$= 23,25 \downarrow = 23$ птиц он продал
 $(46,5 - 23 - 23^2) = 540,5$ тыс.

Ответ: 23 птицы и 540,5 тыс. рублей

н 4.

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9 \\ 4a - 3x \leq 8 \\ 2a \leq 13 - 2x \end{cases}$$

$$(x-3)^2 + (a-2)^2 - 9 \leq 0$$

$$x^2 - 6x + 9 + a^2 - 4a + 4 - 9 \leq 0$$

$$x^2 - 6x + a^2 - 4a + 4$$

$$D = 36 - 4(a^2 - 4a + 4) \geq 0, \quad \Delta = 0.$$

$$a^2 - 4a - 5 \leq 0$$

$$a \in (-1; 5)$$

$$a^2 - 4a - 5 = 0$$

$$a = -1; 5.$$

$$1) a = -1; 5.$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x = 3.$$

$$2) a \in (-1; 5).$$

$$3x \geq 4a - 8$$

$$x \geq \frac{4a - 8}{3}$$

$$x \in [-4; 4]$$

$$3x \leq 13 - 2a$$

$$x \leq \frac{13 - 2a}{3}$$

$$x \in [1; 3]$$

$$(x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9$$

$$|x-3| \leq \sqrt{9 - (a-2)^2}$$

$$x \in [-\sqrt{9 - (a-2)^2} + 3; \sqrt{9 - (a-2)^2} + 3]$$

$$a = -1 \quad a = 5 \quad \min \quad x \in [0; 6] \setminus \{3\}$$

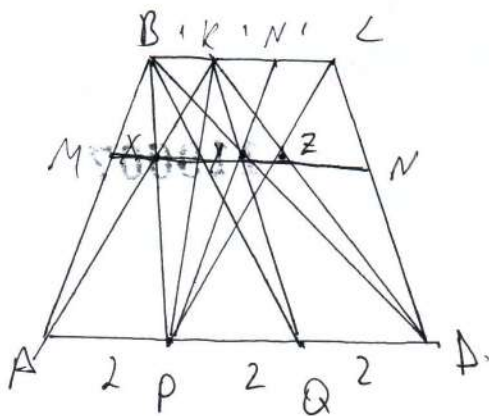
$$x \in [-\sqrt{9 - (a-2)^2} + 3; \frac{13 - 2a}{3}]$$

$$1) a = -1; 5 \quad x = 3.$$

$$\text{Ответ: } a \in (-1; 5) \quad x \in [1; 3] \cup \{3\}$$

0

2



Доказ.

- 1) X, Y, Z - лежат на одной прямой
- 2) MN = ?

①. $\triangle KYN \sim \triangle QYP$ - (по двум углам при $BC \parallel AD$)

$\triangle KZC \sim \triangle DZP$ - (по двум углам при $BC \parallel AD$)

$$\left(\frac{KN}{PQ}\right)^2 = \frac{S_{KYN}}{S_{QYP}} = \frac{h_1 \cdot KN}{h_2 \cdot PQ}$$

$h_1 + h_2 = h$ - высота трапеции

h_1 - высота KYN

h_2 - высота QYP

$h_3 + h_4 = h$

h_3 - высота KZC

h_4 - высота PZD .

$$\frac{KN^2}{PQ^2} = \frac{h_1 \cdot KN}{h_2 \cdot PQ} \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{KN}{PQ}$$

аналогично:

$$\frac{KN + NC}{PQ + QD} = \frac{h_3}{h_4}$$

$$KN = NC \quad PQ = QD$$

$$\frac{2KN}{2PQ} = \frac{h_3}{h_4} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{h_3}{h_4}, \text{ а так } h_1 + h_2 = h, \text{ то.}$$

$$h_1 = h_3, \text{ а } h_2 = h_4. \Rightarrow Y \text{ и } Z \text{ лежат на } MN$$



$\triangle BXK \sim \triangle AXP$ - по двум углам при $BC \parallel AD$.

$$\frac{BK}{AP} = \frac{h_5}{h_6}$$

h_5 - высота BXK

h_6 - высота AXP .

$$h_5 + h_6 = h$$

$$\frac{BK = KN}{AP = PQ} \Rightarrow \frac{h_5}{h_6} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{h_3}{h_4} \Rightarrow h_5 = h_6 = h_3$$

$$h_6 = h_2 = h_4.$$

$\Rightarrow X, Y, Z$ - лежат на одной прямой. \checkmark

②. Y лежит на PN; $AP \parallel BN$; $AP = BN = 2 = MY$.

$$KC \parallel PD; KC = PD; KC \parallel XN; KC = YN = 2.$$

$$MN = MY + YN = 2 + 2 = 4.$$

Ответ: 4.

№6.

Студенты или все вместе пошли в кино. Вася и Ваня должны прийти вместе. Вася и Ваня могут прийти в любую минуту $\in [0; 60]$. Всего 3600 комбинаций.

1) Если Вася пришел позже Васи, то Ваня придет 50 минут, в каждом Вася может прийти в 1 из 10 минут $(50 \cdot 10)$ и 10 минут, где Вася может прийти в оставшиеся 10 минут. $(\sum_{i=1}^{10} a_i)$
 $S = \frac{1 \cdot 10}{2} \cdot 10 = 50$. $50 \cdot 10 = 500$ $S = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$.

2) Аналогично Ваня придет после Васи, но 45 минут и 15 минут $(15 \cdot 45)$ и 15 не прарешив $(\sum_{i=1}^n a_i)$

$$S = \frac{1 \cdot 15}{2} \cdot 45 = \frac{225}{2} \quad 15 \cdot 45 = 675$$



$$S = \frac{500 + 50 + 675 + \frac{225}{2}}{2} = \frac{1325}{2} = 662.5$$

$$\frac{500 + 45 + 675 + 105}{3600} = \frac{1325}{3600} = \frac{265}{720} = \frac{53}{144}$$

Ответ: $\frac{53}{144}$.

