

119046

Шифр

(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Шестопалов Д. А.

Город, № школы (образовательного учреждения) г. ИВАНОВО

МБОУ лицей № 33

Регистрационный номер 9

Вариант задания 3

Дата проведения « 10 » февраля 2019 г.

Подпись участника

Шестоп

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	15	15	5	нет	0					
0	15	15	5	нет	0					

119046

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

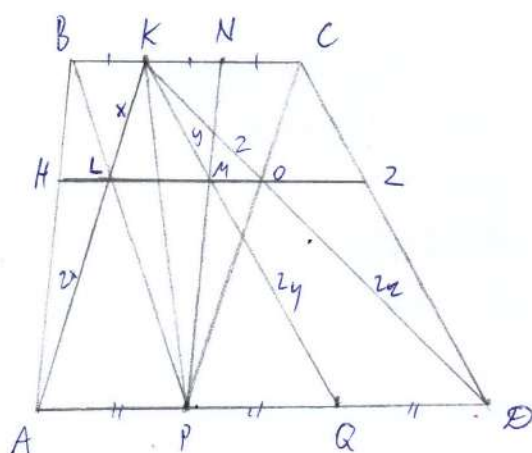
Всего: 35 баллов

Бегемотов Д.И.

Вариант № 3

~ 2

Всего баллов 35



Дано:

$ABCD$

$BC \parallel AD$

$K, N \in BC$

$BK = KN = NC = 1$

$P, Q \in AD$

$AP = PQ = QD = 2$

$BP \cap AK = L$

$KQ \cap PN = M$

$KD \cap PC = O$

Доказать $LM \cap AB = H$
 $LM \cap BC = Z$

$O \in LM$

Найти

HZ

$\triangle BLK \sim \triangle PLA$ по углам

$\angle BLK = \angle PLA$ как вертикальные

$\angle APB = \angle PBK$ как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK

$$\text{Значит, } \frac{KL}{AL} = \frac{BK}{AP} = \frac{1}{2}$$

Аналогично, $\triangle PMQ \sim \triangle NPK$ по углам

$\angle KMN = \angle PMQ$ - как вертикал.

$\angle MPQ = \angle MNK$ - как накрест лж. при параллел. пр.м. AD и BC и секущей PN

$$\text{Значит, } \frac{KM}{MQ} = \frac{KN}{PQ} = \frac{1}{2}$$

Аналогично, $\triangle KOC \sim \triangle DOP$ по углам

$\angle KOC = \angle POD$

$\angle CPD = \angle PCK$

$$\text{Значит, } \frac{KO}{OD} = \frac{KC}{PD} = \frac{1+1}{2} = 1$$

$\triangle AKD$

теореме
Талеса

В нем отрезок LO делит стороны в отношении
1 к 2. Значит, $LO \parallel AD$ по теореме обратной

$\triangle AKQ$

В нем отрезок LM делит стороны в
отношении 1 к 2. Значит, $LM \parallel AD$ по т. обратной т. Талеса

$$\begin{array}{l} LM \parallel AD \\ LO \parallel AD \\ LO \cap LM = O \end{array} \Bigg| \Rightarrow O \in LM \text{ т.к. } \text{---}$$

т.к. $\begin{array}{l} BC \subset AD \\ BC \parallel AD \end{array} \Bigg| \text{ то } AB \cap CD = X$

Тогда в $\triangle A \cancel{X} D$ $BC = \frac{1}{2} AD$
 $BC \parallel AD$

Значит, BC - средняя линия

Тогда $B \cancel{X} = AB$, $C \cancel{X} = DC$

по теореме Талеса

$BH = 2AH$ (т.к. $HL \parallel AD$ и $AL = 2KL$)

Аналогично, $DZ = 2CZ$

Тогда $BX = AX = \frac{1}{3} AB$
 $ZX = \frac{1}{3} CD$

$\triangle HZX \sim \triangle ADX$ по углам

$\angle HXZ$ - общий

$\angle XHZ = \angle XAD$ как соответственные углы
при параллельных прямых XZ и AD и секущей AB

Значит $\frac{HZ}{AD} = \frac{HX}{AX} = \frac{\frac{1}{3} AB}{\frac{2}{3} AB} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

$HZ = \frac{2}{3} AD$

$HZ = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$

Пусть Степан не продал x страфов, тогда он продал $(44-x)$ страфов, причём цена каждого стала $2,5$ причём средняя цена каждой птицы стала $(2,5+x)$ тыс. руб. Значит, всего он заработал $(2,5+x)(44-x)$ тыс. руб.

Пусть $a = 2,5+x$, а $b = 44-x$

Тогда $a+b = 2,5+x-x+44 = 46,5 = \text{const}$

$a \cdot b = \max$, при $a+b = \text{const}$ тогда и только тогда, когда $a=b$ по методу Нестерова

Значит, Если $(2,5+x)(44-x) = \max$, то

$$2,5+x = 44-x$$

$$2x = 41,5$$

$$x = 20,75$$

Но мы помним, что x — целое т.к. это кол-во страфов. Значит, \max значение $(2,5+x)(44-x)$ достигается при целом x которое максимально приближено к $20,75$, Значит, $x = 21$

Тогда Степан заработал

$$\overset{23,5}{(2,5+21)} / \overset{23}{(44-21)} = 540,5 \text{ тыс. руб.}$$

и продал $44-21 = 23$ страфа

Ответ: Он зарабатывает не более 540500 руб.
Он зарабатывает 540500 руб при продаже 23 страфов

Заметим, что $15 \text{ мин} = \frac{1}{4} \text{ часа}$, а $10 \text{ мин} = \frac{1}{6} \text{ часа}$.

С 15 до 16 у нас ровно 1 час.

Тогда найдём вероятность того, что Вася и Ваня встретятся.

Будем представлять время в виде отрезков. Пусть 1 час равен AB (отрезок)

тогда Вася ждёт $15 \text{ мин} = \frac{1}{4} AB$ а Ваня $-\frac{1}{6} AB$

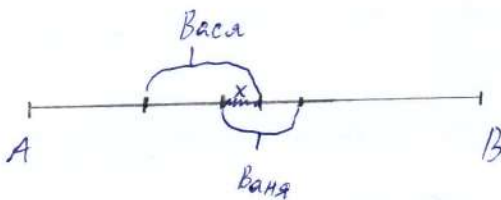
Если Вася встретится с Ваней то их отрезки пересекаются, а значит имеют общую часть

Пусть эта часть будет x . Тогда чтобы у нас был x как минимум, чтобы x начала попал в

Вашин отрезок $\frac{1}{4} AB$ - тогда он пойдёт с вероятностью $\frac{1}{4}$ т.е.

$\frac{\frac{1}{4} AB}{AB} = \frac{1}{4}$, а потом в отрезок Вани длиной $\frac{1}{6} AB$, а значит с вероятностью $\frac{\frac{1}{6} AB}{AB} = \frac{1}{6}$

Тогда x будет с вероятностью $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$



Итого Значит, Вася и Ваня встретятся с вероятностью

$\frac{1}{24}$. Теперь посмотрим на Ксюшу. П.к. Ксюша никого не ждёт то её время ожидания будет точка. Мы знаем, что Вася с Ваней если встретятся то будут ждать Ксюшу до победы. Тогда легко заметить, что ровно в половине случаев они пойдут с Ксюшей. Ведь каждому варианту, где Ксюша идёт с ними есть единственный вариант и уникальный вариант, который получается как бы зеркальным отражением отрезка AB , только при условии что A и B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

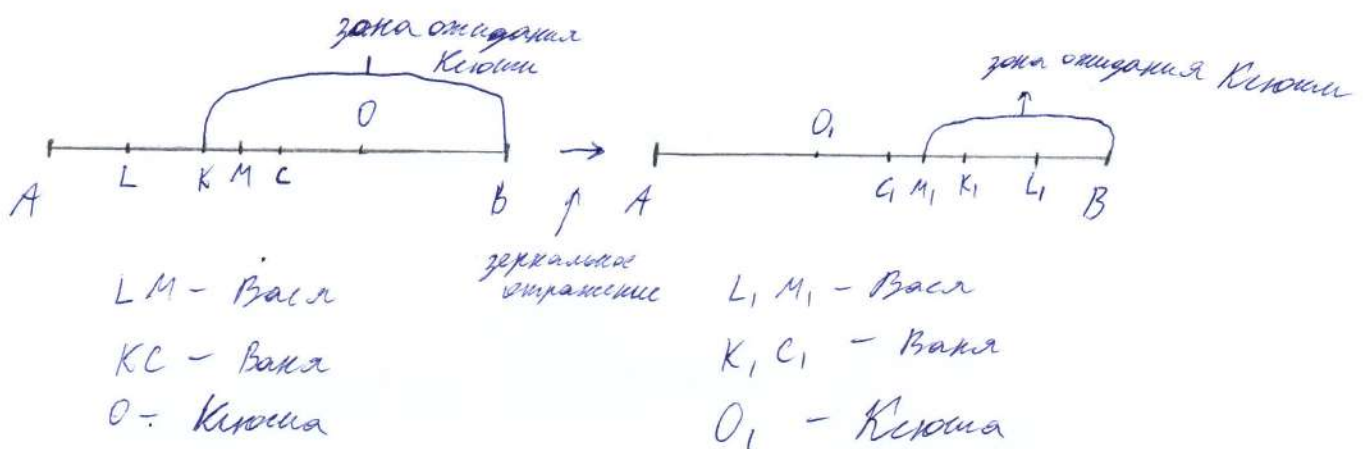
119046

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

№ 6 (продолжение)



П.к. у разных случаев разные отражения
то у каждого случая похода вместе ровно
один собственный противоположный случай не
совместного похода.

Значит, чтобы они пошли все вместе
нужно, чтобы Валя и Васа выскочились и
к ним подошла Ксюша, тогда вероятность этого
 $\frac{1}{24} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{48}$

Ответ: с вероятностью 1 к 48 они пойдут все
вместе.

~ 4

40011

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9 \\ 4a - 3x \leq 8 \\ 2a \leq 13 - 3x \end{cases}$$

Рассмотрим

$$\begin{cases} 4a - 3x \leq 8 \\ 2a \leq 13 - 3x \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \geq 4a - 8 \\ 3x \leq 13 - 2a \end{cases}$$

Тогда

$$13 - 2a \geq 4a - 8$$

$$6a \leq 21$$

$$a \leq 3,5$$

Вернемся к системе

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9 \\ 4a - 3x \leq 8 \\ 2a \leq 13 - 3x \\ a \leq 3,5 \end{cases}$$

Посмотрим на

$$(x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9$$

$(x-3)^2 \geq 0$ т.к. квадрат не отрицателен

значит

значит,

$$(a-2)^2 \leq 9$$

$$-3 \leq a-2 \leq 3$$

$$-1 \leq a \leq 5$$

Возвращаясь к системе получаем

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9 \\ 4a - 3x \leq 8 \\ 2a \leq 13 - 3x \\ -1 \leq a \leq 3,5 \end{cases}$$

Будет ли при
данных a
пересечение по x ?
не пересекается.

Значит, система имеет решение
только при $a \in [-1; 3,5]$

Ответ: $a \in [-1; 3,5]$

~ 1

$$\left(\frac{1}{x^2 - 2x + 2} + \frac{1}{|x-2|} \right) (x^2 - 2x + 2 + |x-2|) \leq \sqrt{15 + 2x - x^2}$$

$$\frac{(|x-2| + x^2 - 2x + 2)^2}{|x-2|(x^2 - 2x + 2)} \leq \sqrt{16 - (x-1)^2}$$

$$\frac{(|x-2| + x^2 - 2x + 2)^2}{|x-2|(x^2 - 2x + 2)} \leq \sqrt{(5-x)(3+x)}$$

Оценки не
выполнены $\ominus .05$

