

Шифр 119032
(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника ГОНЧАРЕНКО РОМАН ДМИТРИЕВИЧ

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва школа № 1580
при МГТУ им. Баумана

Регистрационный номер 9 класс

Вариант задания 3

Дата проведения « 10 » февраля 201 9 г.

Подпись участника 

$\Sigma = 10$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
100		X	0	X	X					
10	0	15	0	X	X					

Димитров

119032

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Власов

(25)

N 1.
$$\left(\frac{1}{x^2 - 2x + 2} + \frac{1}{|x-2|} \right) (x^2 - 2x + 2 + |x-2|) \leq \sqrt{15 + 2x - x^2}$$
 Вариант № 3

$15 + 2x - x^2 \geq 0$ - кв. функция, ветви вниз \Rightarrow макс. значение при $x = -\frac{b}{2a} = 1$.

макс. значение = 16

$-(x-5)(x+3) \geq 0 \Rightarrow x \in [-3; 5], x \neq 2$

$$\frac{(1-x+2) + x^2 - 2x + 2}{(x^2 - 2x + 2) |x-2|} \leq 4 \Rightarrow \frac{(|x-2| + x^2 - 2x + 2)^2 - 4(x^2 - 2x + 2)|x-2|}{(x^2 - 2x + 2)^2 |x-2|} \leq 0$$

$$\frac{-4(x^2 - 2x + 2)|x-2| + (x-2)^2 + (x^2 - 2x + 2)^2 + 4|x-2|(x^2 - 2x + 2)}{(x^2 - 2x + 2)^2 |x-2|} \leq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{(|x-2| - (x^2 - 2x + 2))^2}{|x-2|} \leq 0, \text{ что выполняется при } |x-2| = x^2 - 2x + 2.$$

при $x \geq 2$: $x-2 = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0$. $D < 0 \Rightarrow$ нет корней (действительных)

при $x < 2$: $-x+2 = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 1$.

Ответ: $x=0; 1$

N 3. пусть n - кол-во народных птиц.

не арифм. прогрессия (100)

$S(\text{арифм.}) = (2,5 + n)(44 - n) = 44 \cdot 2,5 + 44n - 2,5n - n^2 = -n^2 + 41,5n + 110$ - кв. функция, ветви вниз

$\Rightarrow S_{\text{макс.}} = S(\text{вершины}) = S\left(-\frac{41,5}{-2}\right) = 20,75 \approx 21$

$S = 540,5$ при продажах $44 - 21 = 23$ прод.

N 4.

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9 \\ 4a - 3x \leq 8 \\ 2a \leq 13 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + (a-2)^2 \leq 0 \\ x \geq \frac{4a-8}{3} \\ x \leq \frac{13-2a}{3} \end{cases}$$

$\Delta_1 = 9 - (a-2)^2 \geq 0 \Rightarrow (3-a+2)(3+a-2) \geq 0 \Rightarrow -(a-5)(a-1) \geq 0 \Rightarrow (a-5)(a-1) \leq 0$
 $a \in [-1; 5]$

$x \in \left[-\sqrt{(5-a)(a+1)} + 3; \sqrt{(5-a)(a+1)} + 3 \right]$

при $a = -1$ $\begin{cases} x > -6 \\ x \leq 5 \\ x > 3 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow x = 3.$

при $a = 5$ $x = 3$

при $a \in (1; 5)$

ж: $a = 0$

$\begin{cases} x > -\frac{5}{3} \\ x \leq \frac{13}{3} \\ x > -\sqrt{5}+3 \\ x \leq \sqrt{5}+3 \end{cases}$

$a = 4$ $\begin{cases} x > \frac{8}{3} \\ x \leq \frac{2}{3} \\ x > -\sqrt{5}+3 \\ x \leq \sqrt{5}+3 \end{cases}$

$a = 2$ $\begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x \leq 3 \\ x > 0 \\ x \leq 6 \end{cases}$

$\Rightarrow x \in \left[\frac{4a-8}{3}; \frac{13-2a}{3} \right].$

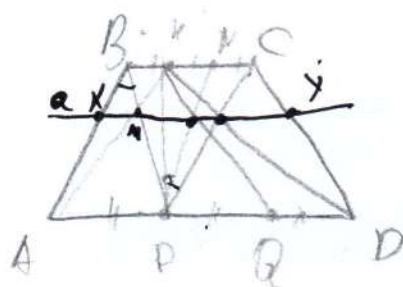
Ответ: при $a = -1; 5$ $x = 3$; при $a \in (1; 5)$ $x \in \left[\frac{4a-8}{3}; \frac{13-2a}{3} \right].$

N 2.

Дано: ABCD - параллелограмм; BK = KN = NC = 1; AP = PQ = QD = 2.

Найти: ~~XX~~: все три точки лежат на ~~XX~~
или ~~XX~~ - средняя линия трапеции \Rightarrow

$XX = \frac{BK + KN + NC + AD + QP + QD}{2} = \frac{2 \cdot 3 + 3}{2} = 4.5$



Рассмотрим ABNP: BN = AP, BN || AP \Rightarrow ABNP - параллелограмм $\Rightarrow AB = NP$; AB || NP.

Рассмотрим AKCP: KC = AP, KC || AP \Rightarrow AKCP - параллелограмм; AK = PC; AK || PC.

Рассмотрим CKQD: аналогично CKQD - паралл. $\Rightarrow KQ = CD$, KQ || CD.

Рассмотрим ~~AKP~~ $\triangle ABM$ и \triangle