

Шифр 118045
(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Зяков Артём Анатольевич

Город, № школы (образовательного учреждения) лицей № 1580, Москва

Регистрационный номер класс 8

Вариант задания 1/4

Дата проведения « 10 » февраля 2019 г.

Подпись участника Арт

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
+	+	-	±	0	7					
15	15	0	12	0	5					40

118045

Шифр

(заполняется ответственным секретарём приёмной комиссии)

Вариант № 4

① $m = ?$

$$\text{или} \begin{cases} 8x + y = 14m \\ \frac{1}{m}x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\text{учет. } \begin{cases} x = -y \\ y = -x \end{cases}$$

0.1 при $x = -y$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8y + y = 14m \\ -\frac{y}{m} + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7y = 14m \\ -\frac{y}{m} + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2m \\ -\frac{y}{m} + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2m \\ +\frac{2m}{m} + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2m \\ m \neq 0 \\ 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ m \neq 0 \\ m = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ m = -1 \end{cases} \Rightarrow x = -2$$

проверка:

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ m = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -16 + 2 = -14 \\ 2 + 4 = 6 \\ -14 = -14 \\ 6 = 6 \end{cases}$$

0.2 при $y = -x$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8x - x = 14m \\ \frac{x}{m} - 2x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = 14m \\ \frac{2m}{m} - 2x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2 - 1 \\ m \neq 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 2$$

Ответ: при $m \in \{-1\} \Rightarrow (-2; 2)$

+

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{2} \begin{cases} y^2 + x^2 + 2x \neq 2xy + 2y + 3 \\ \frac{y-x+1}{x} = x-3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y^2 - 2xy + x^2 + 2x + 2y - 3 = 0 \\ \frac{y-x+1}{x} = x-3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} (y-x)^2 - 2(y-x+1) - 1 = 0 \\ \frac{y-x+1}{x} = x-3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} (y-x+1)(y-x-1) - 2(y-x+1) = 0 \\ \frac{y-x+1}{x} = \frac{x-3}{x} \end{cases} \\
 & \begin{cases} (y-x+1)(y-x-3) = 0 \\ \frac{y-x+1}{x} = x-3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y-x+1=0 \\ \frac{y-x+1}{x} = x-3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y-x-3=0 \\ \frac{y-x+1}{x} = x-3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y-x+1=0 \\ x=+3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=x+3 \\ \frac{x+3-x+1}{x} = x-3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=x+3 \\ \frac{4}{x} = x-3 \end{cases} \quad \text{Lx} \\
 & \begin{cases} y=2 \\ x=3 \\ \frac{4-x^2+3x}{x} = 0 \\ y=x+3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=+3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=x+3 \\ \frac{-x^2+3x+4}{x} = 0 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=x+3 \\ x \neq 0 \\ -x^2+3x+4=0(*) \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=x+3 \\ x=4 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=x+3 \\ x=-1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=4 \\ x=4 \end{cases} \\
 & \begin{cases} y=2 \\ x=-1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (*) -x^2+3x+4=0 \\
 & -x^2+4x-x+4=0 \\
 & -x(x+4) - (x+4)=0 \\
 & (x-4)(-x-1)=0 \\
 & \begin{cases} x=4 \\ x=-1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ombtem: (3;2); (-1;2); (4;4)

(4)

④ $a = ?$

$f(x) = p(x) \Rightarrow 1 \text{ пем}$

нпу
 $f(x) = \left| \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{(x-3)(x+2) + 2(2x+1)} \right|$

$p(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + a$

$\Rightarrow \left| \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{(x-3)(x+2) + 2(2x+1)} \right| = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + a$

$\left| \frac{x(x^2-1) + 4(x^2-1)}{x^2 + 2x - 3x - 6 + 4x + 2} \right| = \sqrt{(x-2)^2} + a$

$\left| \frac{(x-1)(x+1)(x+4)}{(x-1)(x+4)} \right| = |x-2| + a \quad 4$

$\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -4 \\ |x+1| = |x-2| + a \end{cases}$

$\Rightarrow \text{нпу } a = 0$

$\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -4 \\ x+1 = x-2 \Rightarrow 1=0 \\ x+1 = -x+2 \end{cases}$

$\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -4 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Омбери: нпу $a = 0 \Rightarrow 1 \text{ пем}$



⑥ x - целое число, K - целое число

$$\square \frac{4x}{3} + \frac{4}{3} = K$$

так как 6 раз с разными целыми числами

$$\Rightarrow \frac{4x+4}{3} = K$$

$$1 + \frac{x+1}{3} = K$$

$$\frac{x+1}{3} = K - 1 \cdot 3$$

$$x+1 = 3K-3$$

$$x+1 = 3(K-1) \in \mathbb{Z}$$

\Rightarrow не 6 чисел могут $\in \mathbb{Z}$

Ответ: да, могут

③ Дано

ABCEFD-

-правильный шестиугольник

$M \in ABCEFD$

$$S_{AMB} = 6$$

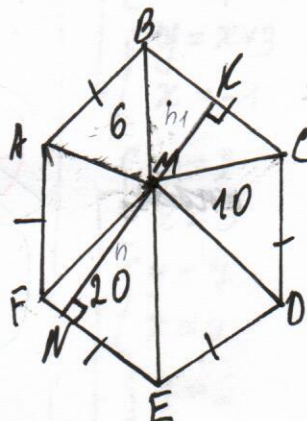
$$S_{CMD} = 10$$

$$S_{MFE} = 20$$

$$S_{AMF} = ?$$

$$S_{BMC} = ?$$

$$S_{DME} = ?$$



проведем высоту MN в $\triangle FME$
и высоту MK в $\triangle BMC$

$a = BC = FE$ (м.к. ABCDEF - правиль. шестигр.)

$$\Rightarrow \frac{S_{BMC}}{S_{MFE}} = \frac{MK}{MN}$$

$$S_{MFE} = \frac{a \cdot MN}{2} = 20 \Rightarrow MN = \frac{40}{a}$$

$$S_{BMC} = \frac{a \cdot MK}{2}$$

$$\frac{S_{BMC}}{S_{MFE}} = \frac{\frac{a \cdot MK}{2}}{20} = \frac{a \cdot MK}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot MK}{40} = \frac{MK}{MN}$$