

Шифр _____

(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Баринков Александр

Дмитриевич

Город, № школы (образовательного учреждения) город Иваново

МБОУ лицей № 33

Регистрационный номер 9 класс

Вариант задания 3

Дата проведения «10» февраля 2019 г.

Подпись участника 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
15	15	10	5	7	0					
15	15	10	5	7	0					

Шифр _____

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Всего 52 балла

Вариант № 3

Беняшвили З.И.
Всего баллов 52

N1

$$\left(\frac{1}{x^2-2x+2} + \frac{1}{|x-2|} \right) (x^2-2x+2 + |x-2|) \leq \sqrt{15+2x-x^2}$$

$$1) \quad 1 + 1 + \frac{x^2-2x+2}{|x-2|} + \frac{|x-2|}{x^2-2x+2} \leq \sqrt{-x^2+2x+15}$$

Заметим, что $\frac{x^2-2x+2}{|x-2|} \geq 1$ и $\frac{|x-2|}{x^2-2x+2} \leq 1$ взаимно обратные.
Значит, по неравенству Коши:

$$\frac{x^2-2x+2}{|x-2|} + \frac{|x-2|}{x^2-2x+2} \geq 2$$

Значит, левая часть неравенства больше или равна 4

2) Теперь рассмотрим правую часть неравенства.

$$f(x) = \sqrt{15+2x-x^2}$$

$0 = 15+2x-x^2$ - график параболы, ветви вниз, максимум в вершине

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2} = 1$$

$$y_B = 15+2-1 = 16$$

$$\text{Значит, } f(x) = \sqrt{15+2x-x^2} \leq 4$$



3) Значит, правая часть больше или равна 4, а левая меньше или равна 4, тогда неравенство будет верным, только если обе части будут равны 4

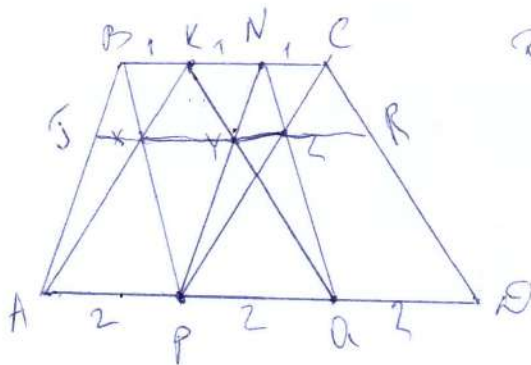
$$\begin{cases} \sqrt{15+2x-x^2}=4 \\ 2 + \frac{|x-2|}{x^2-2x+2} + \frac{x^2-2x+2}{|x-2|} = 4 \end{cases} \begin{cases} x^2-2x+1=0 \\ \frac{|x-2|}{x^2-2x+2} + \frac{x^2-2x+2}{|x-2|} = 2 \end{cases}$$

~~По неравенству~~ ~~тогда равенство~~
 равенство в неравенстве Коши достигается \Leftrightarrow
 когда оба взаимно обратных числа равны 1

$$\begin{cases} x=1 \\ |x-2| = x^2-2x+2 \end{cases} \quad (x=1)$$

Ответ: $x=1$

N2



Доказательство:

Дано: $ABCD$ - трапеция

$$BK=KN=NC=1$$

$$AP=PQ=QD=2$$

$$BP \cap AK = X \quad PN \cap KQ = Y \quad PC \cap NQ = Z$$

Доказать: X, Y, Z принадлежат одной прямой.

① Сначала рассмотрим отрезок XY

$$\triangle B K X \sim \triangle P A X \quad (\text{т.к. } \angle K X B = \angle A X P \text{ как вертикальные})$$

$$\angle B K X = \angle X A P \text{ как накрест лежащие})$$

$$\text{Значит, } \frac{KX}{AX} = \frac{BX}{XP} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Значит, } \begin{cases} KX = \frac{1}{3} AK \\ BX = \frac{1}{3} BP \end{cases}$$

$$\triangle K N Y \sim \triangle Q P Y \quad (\text{т.к. } \angle K Y N = \angle P Y Q \text{ как вертикальные})$$

$$\angle K N Y = \angle Y P Q \text{ как накрест лежащие})$$

$$\text{Значит: } \frac{KY}{QY} = \frac{NY}{PY} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Значит, } \begin{cases} KY = \frac{1}{3} KQ \\ NY = \frac{1}{3} NP \end{cases}$$

2) Тогда $\triangle KXY \sim \triangle KAQ$ (т.к. $\frac{KX}{KA} = \frac{KY}{KQ} = \frac{1}{3}$
 $\angle AKQ$ - общий)

Значит, $\angle KXY = \angle KAQ$

Значит, $XY \parallel AQ \parallel AD$

3) Теперь рассмотрим на отрезке YZ

$\triangle NCZ \sim \triangle QPZ$ (т.к. $\angle NZC = \angle PZQ$ как вертикальные
 $\angle NCZ = \angle ZPQ$ как накрест лежащие)

Значит, $\frac{CZ}{PZ} = \frac{NZ}{ZQ} = \frac{1}{2}$

Значит, $\frac{CZ}{PC} = \frac{1}{3}$

Тогда $\triangle NYZ \sim \triangle NPQ$ (т.к. $\angle YNZ$ - общий
 $\frac{NY}{NP} = \frac{NZ}{NQ} = \frac{1}{3}$)

Значит, $\angle NYZ = \angle NPQ$

Значит, $YZ \parallel PQ \parallel AD$

Итак, $\begin{cases} YZ \parallel AD \\ YX \parallel AD \end{cases}$ Значит, $X; Y; Z$ - лежат на одной прямой, т.к. в противном случае параллельные прямые имеют

две точки пересечения

4) Пусть $XY \cap AB = S$
 $XY \cap CD = R$



Тогда: $ABNP$ и $KCDQ$ - параллелограммы, т.к.
 $BN = AP$ и соответственно $CK = QD$.

Значит, $BA \parallel NP$ и $KQ \parallel CD$

Тогда $SYPA$ и $YRQD$ - параллелограммы (по определению)

Значит, $SY = AP$ и $YR = QD$

Значит, $SR = SY + YR = AP + QD = 4$

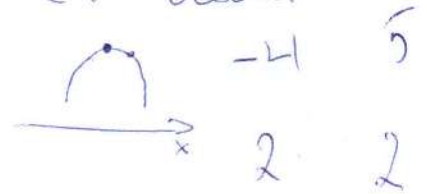
Ответ: $SR = 4$

N3

Пусть x — количество единиц, которое он не продает,
тогда выручка Степана составит:

$f(x) = (2500 + 1000x)(44 - x)$ график - параболы с вершиной
внизу

Значит, максимум в вершине



$$f(x) = 110000 - 2500x + 44000x - 1000x^2$$

$$x_B = \frac{-b}{2a} = \frac{-41500}{-2000} = 20,75$$

$$\frac{13-2a}{3} - \frac{4a-6}{3} =$$

$$= \frac{13-2a-4a+6}{3} = \frac{19-6a}{3} = 7-2a$$

Странно, к сожалению, деньги нельзя, поэтому $x \in [0; 9]$
только натуральные их количество (или 0), то у нас $x \in [0; 9]$
Рассчитаем прибыль, при $x=20$ и $x=21$. П.к. окупимся - возмещается на промежутке
от $(-\infty; 20,75]$ и убыток на
промежутке от $[20,75; +\infty)$

$$f(20) = -400000 + 830000 + 110000 = 540000$$

$$f(21) = -441000 + 110000 + 21 \cdot 41500 = -331000 + 871500 = 540500$$

Значит, что $f(21) > f(20)$

Значит, он ~~не~~ продает 21 штуку.

Отв: он может заработать до 540500р продав 21 штуку.

$$44-21=23$$

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9 \\ 4a - 3x \leq 8 \\ a \leq 13 - 3x \end{cases}$$

N4

① Начиная рассуждать на первое уравнение в системе;

$$(x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9$$

Заметим, что это уравнение описывает круг в точке $(3; 2)$ и $R=3$

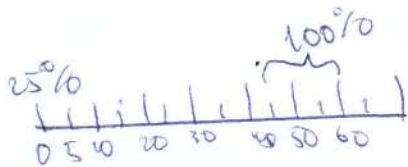
№ 6 Качадо

Во-первых, если на основную первую приходит Келона, то вторым редесом в кино уже точно не сходит

1) Рассмотрим, что произойдет, если первым придет Вано (первым - значит, прийти не могут остальные)

Потому если в течение 15 минут Келона не придет Вано, то они точно не пойдут в кино все вместе. Значит, в таком случае если не Вано когда придет Келона, то забвено от нас.
 Рассмотрим на этот раз то, что Вано придет в среднем 15 мин после Вани.

можем считать



Если Вано приходит в посл. 15 мин, то они точно одержат всю компанию!

Если же он придет в самом начале, то шанс дождаться всех равен $\frac{15}{60} = 25\%$.

Итак, от 0 до 45 минут шанс равномерно увеличивается от 25% до 100%

Тогда средний шанс равен $\frac{25+100}{2} = 62,5\%$

Остается прибавить 25%, т.к. в посл. 15 мин шанс почти всей компании 100%

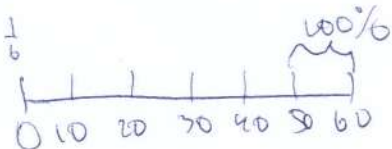
Значит, общий шанс почти в кино вместе равен

$$25 + 62,5 = \boxed{87,5\%}$$

2) Теперь рассмотрим, что произойдет, если первым придет Вана.

Если он придет в посл. 10 мин, то точно дождутся другие.

Если придет в самом начале, то шанс будет $\frac{1}{6}$.



Значит, на протяжении от 0 до 50 мин шанс будет равномерно увеличиваться от $\frac{1}{6}$ до 100%

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр _____

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

N6 Концы

Вариант № _____

А значит, средний маневр равен: $\frac{1}{6} + 1 = \frac{7}{12}$

Ответить правильно $\frac{1}{6}$, т.к. в среднем 10 минут маневр пойдти быстрее равен 100%.

Значит, обидит маневр пойдти в кино быстрее, если Ваня придет первым равен $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

③ Теперь получаем обидит маневр пойдти в кино быстрее: он равен.

$$0\% \cdot \frac{1}{3} + 875\% \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = 0 + \frac{0.875}{3} + \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{875}{3000} + \frac{2000}{3000} = \frac{2625 + 2000}{3000} = \frac{4625}{3000} = \frac{925}{600} = \frac{185}{120} = \frac{37}{24}$$

Ответ: обидит маневр пойдти в кино быстрее равен $\frac{37}{24}$.

$$= 0 + \frac{875}{3000} + \frac{1}{4} = \frac{175}{600} + \frac{1}{4} = \frac{35}{120} + \frac{1}{4} = \frac{7}{24} + \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{13}{24}$$

Ответ: обидит маневр пойдти в кино быстрее равен $\frac{13}{24}$

$$BC = 2BK. \quad CD = AD$$

DN-Технология ССДБ

капачи! 2003-?

1) $\angle CBA = 180^\circ - \angle DAB = 120^\circ$.

$$\angle CBK = 60^\circ$$

$\angle CBK = 60^\circ$
 $\angle KCB = 30^\circ$, т.к. $BC = \frac{1}{2} BK$ ✓ верно 78

2) Введем прямоугольную систему координат с началом в точке D и: AOx ; COy

Пусть $A \cap B = C \cap B = a$, тогда:

$$\begin{array}{l} D(a; 0) \\ A(a; 0) \\ C(a; a) \end{array}$$

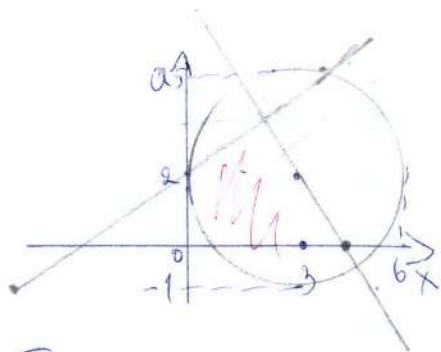
Тема: Вн-бюджетная СБД

$$B \cap C = \emptyset = A$$

Значит, $\sin 60^\circ = \frac{BH}{AH} = \sqrt{3}$; $AH = \frac{A\sqrt{3}}{3}$

$$3 \text{ нм}, \text{OH} = a - \frac{a\sqrt{3}}{3} = a \left(\frac{3-\sqrt{3}}{3} \right)$$

Значит, $B\left(\frac{a(3-\sqrt{3})}{3}, a\right)$

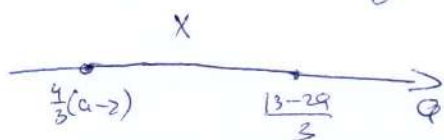


Значит неравенство будет исполнено
 \Leftrightarrow , когда $a \in [-1; 5]$
 +

2) Теперь посмотрим на 2-ое неравенство, а затем на 3-е

$$\begin{aligned} 1) 4a - 3x &\leq 8 & 2) 2a &\leq 13 - 3x \\ 3x &\geq 4(a - 2) & 3x &\leq 13 - 2a \\ x &\geq \frac{4}{3}(a - 2) & x &\leq \frac{13 - 2a}{3} \end{aligned}$$

Значит, x находится где-то на отрезке с концами $\frac{4}{3}(a - 2)$ и $\frac{13 - 2a}{3}$



Значит, $\frac{13 - 2a}{3} \geq \frac{4}{3}(a - 2)$

$$13 - 2a \geq 4a - 8$$

$$6a \leq 21$$

$$a \leq 3.5$$

Значит, $a \in [-1; 3.5]$

Не исследовано,
 будет ли
 пересечение по x !
 у системы
 при данном a

на исследован
 пересечение
 решений

Значит, при $a \in [-1; 3.5]$ у системы имеет хотя 2-ое это уравнение.

$$1) (x - 3)^2 + (a - 2)^2 \leq 5$$

$$x^2 - 6x + 9 + a^2 - 4a + 4 \leq 5$$

$$x^2 - 6x + a^2 - 4a + 4 \leq 0$$

Решим квадратное уравнение относительно x :

$$D_1 = 36 - 4(a^2 - 4a + 4) = 9 - a^2 + 4a - 4 = -a^2 + 4a + 5$$

$$\text{Значит, } x = \frac{6 \pm \sqrt{D_1}}{2} = 3 \pm \sqrt{-a^2 + 4a + 5}$$

Значит, если $a < -1$, то решений нет

Если $a > 3.5$, то решений нет +

Если $a \in [-1; 3.5]$, то:

$$x \in [3 - \sqrt{-a^2 + 4a + 5}; 3 + \sqrt{-a^2 + 4a + 5}]$$

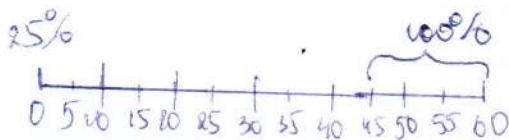
Решение
 верно
 универсально

Во-первых, если на основании первой приходит Ксюша, то второй ребята в кино уже точно не сходят.

1) Теперь посмотрим, что произойдет, если первым придет Вася (первым - значит, придет не позже всех остальных)

Тогда можно предположить в $\frac{1}{3}$ всех случаев.

Тогда если в течение 15 минут к нему не подойдет Ваня, то они точно не пойдут в кино вместе, в обратном случае, они соберут всю компанию. Значит, в таком случае, нам не важно когда придет Ксюша, все зависит от Васи. **Все сразу ухмы!** Рассмотрим, каков шанс того, что Ваня придет в следующие 15 мин после Васи:



Заметим, что если Вася приходит в промежутке от 45 до 60, то он точно дождется Ксюши и Ваню

Если не Вася придет в самом начале, то шанс того, что он дождется друзей равен $\frac{15}{60} = \frac{1}{4} = 25\%$

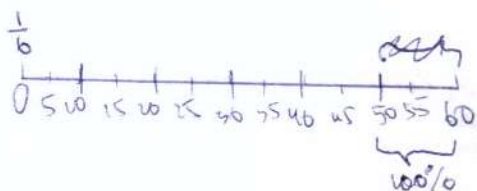
Так, от 0 до 45 минут шанс дождаться своих друзей равномерно увеличивается от 25% до 100%

Значит, средний шанс дождаться друзей, если Вася придет в период от 0 до 45 мин. равен: $\frac{25+100}{2} = 62,5\%$

Остаток прибавить 25%, т.е. в последние 15 мин. шанс пойти вместе = 100%

Значит, шанс пойти вместе в кино вместе, в случае, если Вася придет первым равен **87,5%**

2) Теперь рассмотрим, что произойдет, если первым придет Ваня:



Если он придет в посл. 10 мин, то шанс дождаться друзей равен 100%.

Если придет с самого начала, то шанс будет:

$$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

Значит на протяжении от 0 до 50 мин. шанс пойти вместе равен: от $\frac{1}{6}$ до 1