Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 118020

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Всего 2 листа в линию

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Савцев Павел Алексеевич

Город, № школы (образовательного учреждения) МБОУ „Лицей №9 им. К. Э. Циолковского" г. Калуги

Регистрационный номер 8 класс

Вариант задания 3

Дата проведения «10» февраля 201__г.

Подпись участника

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
+	+	−	+	сб	−					
15	15	0	15	0	0					45

Шифр 118020

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

15 15 0 15 0 0 45

Вариант № 3

Лист 1

№1.

$$\begin{cases} 3x+2y=15a \\ \frac{1}{a}x+y=9 \end{cases}$$

Нам нужно найти значения a, если $x=y$, подставим

$$\begin{cases} 3x+2x=15a \\ \frac{1}{a}x+x=9 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3a \\ \frac{1}{a}x+x=9 \ \ \underline{\mathrm{I}} \end{cases}$$

$\underline{\mathrm{I}}$ $\frac{1}{a}x+x=9$

$\frac{1}{a}\cdot(3a)+3a=9$

ОДЗ: $a\neq 0$ +

$3+3a=9$

$3a=6$

$a=2$

$x=3a$

$x=6$

$y=x$

$y=6$

Ответ: при $a=2$; $(6;6)$.

+.

№6.

Пусть x — первое число записанное на доске, тогда второе число $\frac{5}{4}x+\frac{5}{4}=\frac{5}{4}(x+1)$ тоесть каждое число мы получаем следующим способом: мы ~~не~~ берем предыдущее ~~натуральное~~ целое (на доске) число (иначе сразу ответ невозможно) ~~берем и~~ находим следующее (в ~~натуральном~~ целом ряду) (+1) и умножаем на $\frac{5}{4}$.

Пусть возможно, что все числа целые, тогда второе число делится на 5 (получим его умножением на 5.) Значит числа могут оканчиваться на 0; 5 (делимость на 5).

Рассмотрим на что оканчиваются числа, делящиеся на 4. 0; 4; 8; 2; 6, поскольку получ прибавл 4, ~~так~~ а $6+4=10$, то будут далее так идти, но предыдущее число оканчивалось на 0, значит следующее число не разделится на 4, т.к будет оканчиваться на 1 или 9 (если отриц). Значит каждое число на доске должно оканчиваться на 5.

Но если все числа будут оканчиваться на 5, то хотя бы одно из них не разделится на 4 => это невозможно

Ответ: нет, невозможно.

№2.

$$\begin{cases} \dfrac{y-x+1}{x^2-3x}=1 \\ y^2+5+2xy=6y+6x-x^2 \end{cases}$$

ОДЗ: $x^2-3x\neq 0$; $x\neq 0; 3$

$$\begin{cases} y-x+1=x^2-3x \\ x^2+2xy-6y-6x+5+y^2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x^2-2x-1 \\ (x+y)^2-6(x+y)+5=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x^2-2x-1 \\ (x+y)^2-5(x+y)+5-(x+y)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x^2-2x-1 \\ (x+y)(x+y-1)-5(x+y-1)=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x^2-2x-1 \\ (x+y-1)(x+y-5)=0 \quad \mathrm{I} \end{cases}$$

I $(x+y-1)(x+y-5)=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=1 \\ x+y=5 \end{array}\right.$ Подставим y

$$\left[\begin{array}{l} x+x^2-2x-1=1 \\ x+x^2-2x-1=5 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x^2-x-2=0 \\ x^2-x-6=0 \end{array}\right. \text{ По теор обр т. Виета } \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x_1=-1 \\ x_2=2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x_1=3 \text{ – не удовл. ОДЗ} \\ x_2=-2 \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

4

$x=-1 \quad y=1+2-1=2$

$x=2 \quad y=4-4-1=-1$

$x=-2 \quad y=4+4-1=7$

Ответ: $(-1;2)$; $(2;-1)$; $(-2;7)$.

№3.

Поскольку 6-уг. правильный, то из оставшихся 4 ~~тре~~ треугольников можно выделить 2 группы, в каждой из групп по 2 ~~треуг~~ равновеликих треугольника. Площадь 4треуг = 36 − 9 − 3 = 24, возьмем по треугольнику из каждой группы, их площадь 24 : 2 = 12, также их площади относятся, как $\frac{3}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_1 = 4$; $S_2 = 8$.

Ответ: 4; 4; 8; 8.

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
			+							
			15							

Шифр 118020

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3 Лист 2.

№4.

$$f(x)=\left|\frac{x^3+x^2-4x-4}{(x-1)(x-3)+3x-5}\right|=\left|\frac{x^2(x+1)-4(x+1)}{x^2-x-3x+3-5+3x}\right|=\left|\frac{(x+1)(x-2)(x+2)}{x^2-x-2}\right| \Rightarrow$$

$x^2-x-2=0$

По теор обр т. Виета

$\left[\begin{array}{l} x_1=-1 \\ x_2=2 \end{array}\right. \Rightarrow x^2-x-2=(x+1)(x-2)$

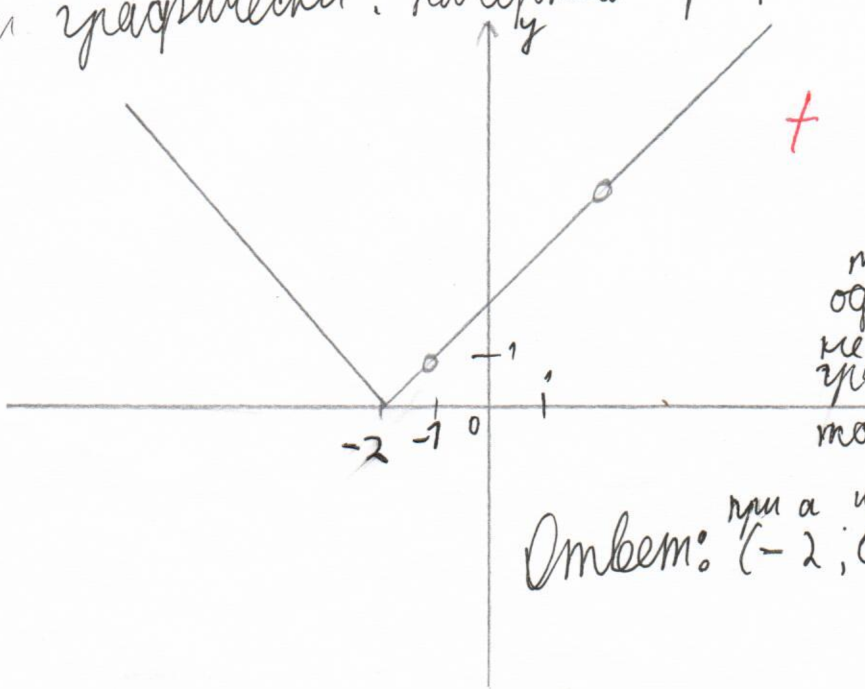
$$\Rightarrow \left|\frac{(x+1)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-2)}\right|=|x+2|$$

ОДЗ: $x\neq-1;2$

$p(x)=\sqrt{x^2}+a=|x|+a$

$$\begin{cases} f(x)=|x+2| & + \\ p(x)=|x|+a & + \end{cases}$$

Решим графически. Начертим график $f(x)$ (для этого построим $y=|x|$, сместим на 2 влево.



Нарисуем график $y=|x|$ от графика $p(x)$ отличается тем, что будет подниматься на a, поскольку части графиков параллельны, то пересечение (решение) будет одно, при $a>-2$, $a<2$, также не будет пересечения, если график $p(x)$ пройдет через точку $-1;1 \Rightarrow a\neq0$

Ответ: при a из диапазона: $(-2;0)\cup(0;2)$