

Шифр 119002
(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника ЮРЧЕНКО АЛЕКСАНДР АЛЕКСЕЕВИЧ

Город, № школы (образовательного учреждения) лицей 1580. г. Москва

Регистрационный номер 9 класс

Вариант задания 3

Дата проведения « 10 » февраля 2019 г.

Подпись участника 

$\Sigma = 25$ Архив

113002

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

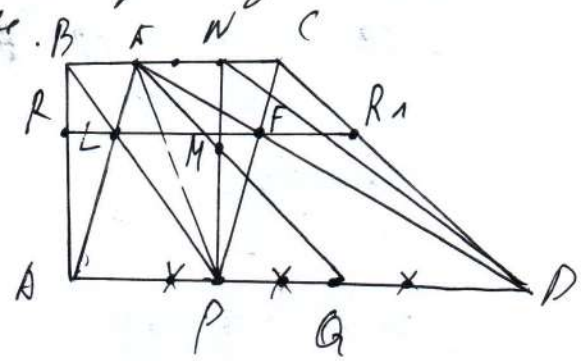
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
X	15	10	0	0	0					

Вариант № 3

(Handwritten signature)

Дано:
 $ABCD$ - трап.
 $K, N \in BC$
 $PA = KN = MC = 1$
 $Q, P \in AD$
 $BP = PQ = QA = 2$

Решение:
 Т.к. в условии не сказано, какая трапеция, возьмем с произвольными углами. Введем сист-гу коорд, тогда
 $A(0;0), P(2;0), Q(4;0), D(6;0)$
 и пусть.



$B(0;y); K(1;y), N(2;y), C(3;y)$

1) Уравн. прямой BP $y = kx + b$

$$\begin{cases} y = b \\ 0 = 2k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = y \\ k = -\frac{y}{2} \end{cases}$$

$$y_1 = -\frac{xy}{2} + y$$

2) Ур. прямой AL.

$$\begin{cases} b = 0 \\ y = k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ k = y \end{cases}$$

$$y_2 = xy$$

Точка пересечения пр. y_2 и y_1 .

$$-\frac{xy}{2} + y = xy$$

$$-xy + 2y = 2xy$$

$$3xy = 2y$$

$$x = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}y$$

$$\Rightarrow L\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}y\right)$$

3) Ур. прямой PN

$$\begin{cases} 0 = 2k + b \\ y = 2k + b \end{cases}$$

$$x = 2$$

4) Ур. прямой KA

$$\begin{cases} 0 = 4k + b \\ y = k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y = 3k \\ y = k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{y}{3} \\ b = \frac{4}{3}y \end{cases}$$

$$y_3 = -\frac{xy}{3} + \frac{4}{3}y$$

$$y_3 = -\frac{xy}{3} + \frac{4}{3}y$$

Точка пересеч. пр. $x=2$ и

$$x=2, y = -\frac{2}{3}y + \frac{4}{3}y = \frac{2}{3}y$$

$$M\left(2; \frac{2}{3}y\right)$$

5) Ур. прямой KD

$$\begin{cases} y = kx + b \\ 0 = -6k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -5x \\ b = -6k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{y}{5} \\ b = 1,2y \end{cases}$$

$$y_4 = -\frac{x_4}{5} + \frac{6y}{5}$$

6) Ур. прямой PC

$$\begin{cases} 0 = 2k + b \\ y = 3k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = k \\ b = -2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = y \\ b = -2y \end{cases}$$

$$y_5 = x_5 - 2y$$

7) Точка пересеч. y_4 и y_5

$$-\frac{x_4}{5} + \frac{6y}{5} = x_5 - 2y$$

$$-x + 6 = 5x - 10$$

$$6x = 16$$

$$\boxed{x = 2\frac{2}{3}} \Rightarrow y = \frac{16y}{6} - \frac{12y}{6} = \frac{4}{6}y = \frac{2}{3}y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F(2\frac{2}{3}; \frac{2}{3}y)$$

Точки L, M и F имеют одинак коорд. по $y \Rightarrow$
 \Rightarrow они лежат на одной прямой.

• Т.к. коорд. точек по y равны $\frac{1}{3}y \Rightarrow$

$$\Rightarrow AP = 2BR$$

$$\overrightarrow{RR_1} = \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CR_1} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{BC} =$$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow RR_1 = \frac{1}{3}AD + \frac{2}{3}BC = \frac{1}{3} \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot 3 = 2 + 2 = 4$$

Ответ: $RR_1 = 4$

N 3

Всего - 44 стр.

1 стр = 2,5 т.р.

Установим зависимость цены продажи всех страниц
 с учетом возраста цены.

$$y = (44 - n)(2,5 + n) = 110 + 44n - 2,5n - n^2 = -n^2 + 41,5n + 110$$

на y - кв. ф, график - параб, ветви $\downarrow \Rightarrow$

$$\Rightarrow n_0 - \text{макс. знач.} \Rightarrow n_0 = -\frac{b}{2a} = 20,95 \approx 21, \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}$$

тогда $y = 540,5$
 тогда y - макс. сумма 540,5 тыс. руб.

105

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (a-2)^2 \leq 9 \\ 4a - 3x \leq 8 \\ 2a \leq 13 - 3x \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq \frac{3x+8}{4} \\ a \leq \frac{13-3x}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + a^2 - 4a + 4 \leq 0$$

$$D = 36 - 4a^2 + 16a - 16$$

$$-4a^2 + 16a - 20 \geq 0$$

$$a^2 - 4a + 5 \leq 0$$

$$D = 20 + 20 = 40$$

$$a = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{2} = 2 \pm \sqrt{10}$$

$$a \in [2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10}]$$

$$a \in [2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10}]$$

$$a \leq \frac{3x+8}{4}$$

$$a \leq \frac{13-3x}{2}$$

$$a \in [2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10}]$$

$$x \in [0; 6]$$

$$x \geq \frac{4a-8}{3}$$

$$x \leq \frac{13-2a}{3}$$

$$a \in [2 - \sqrt{10}; 3,5]$$

$$a \in [2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10}]$$

$$x \in [0; 6]$$

$$\frac{4a-8}{3} \leq \frac{13-2a}{3}$$

$$a \in [2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10}]$$

$$a \leq 3,5$$

$$x^2 - 6x + a^2 - 4a + 4 \leq 0$$

$$D = 36 - 4a^2 + 16a - 16$$

$$-4a^2 + 16a - 20 \geq 0$$

$$D = 16 - 4(x^2 - 6x + 4)$$

$$-4x^2 + 24x \geq 0$$

$$x^2 - 6x \leq 0$$

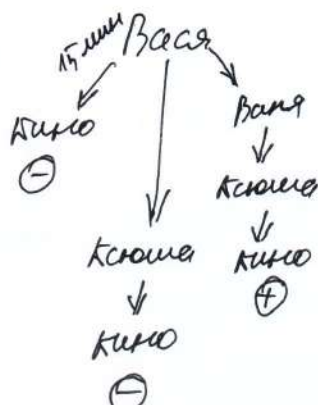
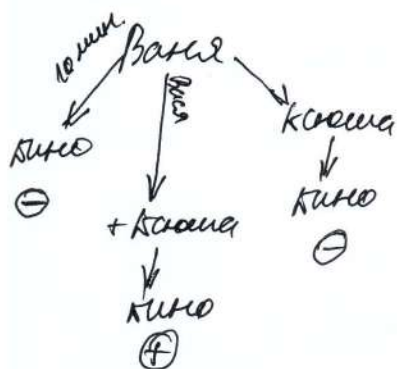
$$x(x-6) \leq 0$$

$$x \in [0; 6]$$

Ответ: $a \in [2 - \sqrt{10}; 3,5]$ при $a = 3,5$, система имеет решение.

Все возможные сценарии:

Если Ваня, Вера или Катя прыгнет раньше, то



Вероятность = $\frac{\text{правильн. сценарии}}{\text{все возможные сц.}}$

$$\text{Вер} = \frac{2}{7} \approx 0,285714 \approx 28,6\%$$

Ответ: 28,6%

Дано:

$ABCD$ - трап.

$AD \parallel BC$

$\angle A = 60^\circ$

$BA = 2BC$

$AD = CD$

$N \in BC$

$AK \cap DN = P$

$\angle DPB = ?$

№5

Решение:

