Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

319001

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Туровская Елена Александровна

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Тамбов, МАОУ „Лицей № 14", 9 класс

Регистрационный номер 7752

Вариант задания 5

Дата проведения «16» февраля 2019 г.

Подпись участника ____________

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
15	0	нет	5	7	0					27

Шифр 319001

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Михайлов

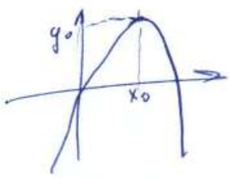
Вариант № 5

1. Пусть Петя продал x раков

Тогда ему заплатили

$x((32-x)-4,5) = x(27,5-x) = 27,5x - x^2$

это парабола, у которой ветви напр. вниз



поэтому мы можем найти ее наибольшее значение (в вершине)

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-27,5}{-2} = 13,75$$

$$y_0 = 13,75 \cdot 27,5 - 13,75^2 = \frac{55}{4}\cdot\frac{55}{2} - \frac{55\cdot 55}{4\cdot 4} =$$

$$= \frac{55\cdot 55}{16} = 189\frac{1}{16}$$ ~~рублей и заработал Петя~~

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 55 \\ \hline 275 \\ +275\;\; \\ \hline 3025 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3025\,|\,16 \\ -16 \quad 189 \\ \;142 \\ -128 \\ \;\;145 \\ \;-144 \\ \quad\;\; 1 \end{array}$$

но $x \in \mathbb{Z}$, т.к. это кол-во раков =>

=> ближайшее к 13,75 ~~как~~ целое число, при котором парабола принимает max значение − 14

(т.к. $13,75-13 > 14-13,75$, а парабола симметрична => при $x=13$ значение строго меньше чем при $x=14$)

Тогда $x=14$, а $S = 14(32-14-4,5) =$

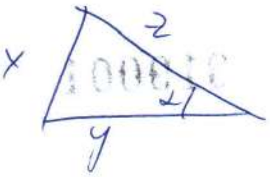
$= 14(27,5-14) = 14\cdot 13,5 = 189$

15б

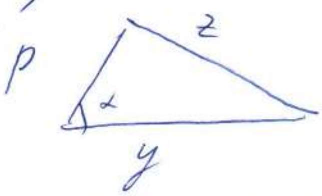
$$\begin{array}{r} 13,5 \\ \times 14 \\ \hline 540 \\ +135\;\; \\ \hline 189,0 \end{array}$$

Ответ: Петя продал 14 раков и заработал 189 рублей.

№2.

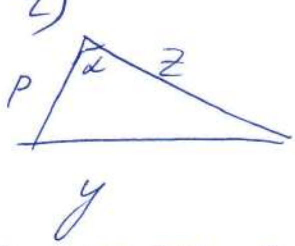


1)



или

2)



(если $\angle\alpha$ между z и y, то треугольники равны, ~~а не подобны~~ $\Rightarrow k = 1$).

Пусть $x \geq y \geq z$ без нарушения общности.

Тогда из подобия в 1ом случае

$$\frac{z}{y} = \frac{p}{y} \quad \text{или} \quad \frac{z}{y} = \frac{y}{p}$$

$k = 1$

$z \leq y \Rightarrow 0 < \frac{z}{y} \leq 1$

$p \leq y$

Аналогично для 2 случая

$$\frac{z}{p} = \frac{p}{z} = \frac{y}{x}, \; y \leq x \Rightarrow \frac{y}{x} \leq 1$$

то есть $0 < k \leq 1$

Ответ: $(0; 1]$.

№4.

$$(x^2 - (2a-1)x - 4a - 2) \cdot (x^2 + x + a) = 0.$$

Оба этих ур-ния квадратные $\Rightarrow$ имеют 0, 1, или 2 корн

Рассмотрим два случая

1) первое имеет 2 корня, второе – 1 корень.

$D_1 > 0 \Rightarrow (2a-1)^2 + 4(4a+2) = 4a^2 - 4a + 1 + 16a + 8 = 4a^2 + 12a + 9 = (2a+3)^2$

$(2a+3)^2 > 0$ при $a \in (-1{,}5; +\infty)$.

$D_2 = 0 \Rightarrow b^2 - 4a = 0.$

$1 - 4a = 0$

$a = \frac{1}{4}$. ~~Это и~~

$$\begin{cases} a \in (-1{,}5; +\infty) \\ a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Ответ: $a = \frac{1}{4}$

2). $D_1 = 0 \Rightarrow 2a+3=0$

$a = -1,5$

$D_2 > 0 \Rightarrow 1-4a>0$

$4a<1$

$a<\frac{1}{4}$

не учитывается возможность совпадения корней

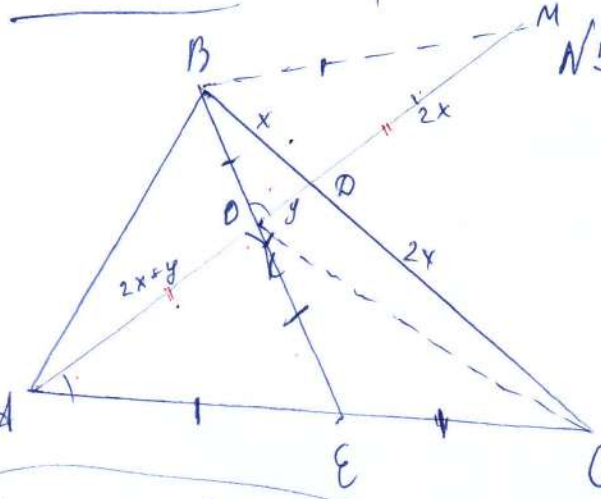
$\begin{cases} a<\frac{1}{4} \\ a=-1,5 \end{cases}$ Решение с-мы: $a=-1,5$

Ответ: $a=-1,5$

5б

Ответ: $a=\frac{1}{4}$ ~~или~~ $a=-1,5$.

№5.



Продлим AD до M так, что $DM = DC = 2x$.

Тогда $\triangle BOM = \triangle AOE$ не доказано

т.к. $\angle A = \angle AOE$ по св-ву равнобедр $\triangle \Rightarrow \angle BOM = \angle AOE = \angle A$

какой признак?

$AO = OM$ по построению $\Rightarrow EO = OB = BM = AE$; $ABME$ – параллелограмм.

$\Rightarrow BM \parallel AC$.

Значит $\triangle BOM \sim \triangle ADC$ по 3 углам $\Rightarrow \frac{2x}{2x+2y} = \frac{x}{2x}$

$x^2+xy=2x^2$

$x=y$. Из подобия $BM=\frac{1}{2}AC \Rightarrow EC = AC-AE = 2BM-BM = BM = AE$

Тогда в $\triangle AOC$ медиана $KE=\frac{1}{2}AC \Rightarrow \angle AOC = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle COD = 180-90=90°$. Но в $\triangle ODC$ катет $OD=\frac{1}{2}DC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ лежит против угла $DCO = 30° \Rightarrow \angle CDO = 60°$

Ответ: $60°$.

7б

№6.

Пусть x белых шаров в $1^{\text{ой}}$ к., $б-x$ – во $2^{\text{ой}}$

y – чёрных в $1^{\text{ой}}$, $\overset{25}{\cancel{32}}-б-y$ во $2^{\text{ой}}$

$$\begin{cases} \dfrac{x(б-x)}{(x+y)(25-x-y)} = \dfrac{54}{100} & (1) \\ \dfrac{y(\overset{25}{\cancel{32}}-б-y)}{(x+y)(25-x-y)} = ? \end{cases}$$

вероятность $1^{\text{го}}$ чёрного и $1^{\text{го}}$ белого вместе

$$\frac{y(\overset{25}{\cancel{32}}-б-y)}{(x+y)(25-x-y)} = 0{,}46 - \frac{x(\overset{25}{\cancel{32}}-б-y)}{(x+y)(25-x-y)}$$, т. к. (2) сумма вероятностей равна 1

$$y(\overset{25}{\cancel{32}}-б-y) = 0{,}46(x+y)(25-x-y) - x(\overset{25}{\cancel{32}}-б-y)$$

$$(y+x)(\overset{25}{\cancel{32}}-б-y) = 0{,}46(x+y)(25-x-y)$$

$$25-б-y = 0{,}46\cdot 25 - 0{,}46x - 0{,}46y.$$

$$25-б-y+0{,}46y+0{,}46x-0{,}46\cdot 25 = 0.$$

$$0{,}54\cdot 25 - б + 0{,}46x - 0{,}54y = 0. \quad (2)$$

при этом $\dfrac{x(25-б-y)}{(x+y)(25-x-y)} = \dfrac{y(б-x)}{(x+y)(25-x-y)}$ (3)

т. к. обе эти вероятности показ. вероятность выпадения $1^{\text{го}}$ чёрн и $1^{\text{го}}$ белого

$$x(25-б-y) = y(б-x).$$

$$25x - бx - \cancel{xy} = yб - \cancel{xy}$$

$$25 = yб + бx = б(x+y). \quad (3)$$

Есть с.ма с $3^{\text{мя}}$ ур-ниями и $3^{\text{мя}}$ неизвестными => её можно решить. ?

Об