Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 319003

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Бобылева Елена Юрьевна

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Тамбов, МАОУ „Лицей № 14", 9

Регистрационный номер 288

Вариант задания Б

Дата проведения «16» февраля 2019 г.

Подпись участника Боб

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
15	нет	нет	5	нет	20					40

Шифр 319003

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Михайлов

Вариант № 5

№1

Пусть x раков - купили у Павла, тогда 32 - x раков - остались на прилавке. Значит за каждого рака по условию Павел заплатили $32 - x - 4{,}5 = 27{,}5 - x$ рублей. По условию Павел заработал максимальную сумму денег, то есть $(27{,}5 - x)x$ - максимальна. Представим $(27{,}5 - x)x$ как график функции. $(27{,}5 - x)x = -x^2 + 27{,}5$ - парабола, направленная ветвями вниз. Т.к. мальчик заработал максимальную сумму денег, x, при котором достигается это значение, достигается в вершине параболы, то есть в точке $-\frac{b}{2a} = \frac{-27{,}5}{-2} = 13{,}75$.

По смыслу задачи покупатель купил целое число раков. Значение суммы при $x = 14$ больше, чем при $x = 13$, т.к. расстояние до точки 14 от вершины меньше.

Таким образом, покупатель купил 14 раков и заплатил за них $(27{,}5 - 14) 14 = 189$ рублей

Ответ: Павел заработал 189 рублей, продав 14 раков.

15б

№4 $(x^2+(2a-1)x-4a-2)(x^2+x+a)=0$ имеет 3 различных корня, если

а) $x^2+x+a=0$ имеет 1 корень и $(x^2+(2a-1)x-4a-2)=0$ имеет 2 корня. И корни не совпадают между собой

б) $x^2+(2a-1)x-4a-2$ имеет 1 корень и $(x^2+x+a)=0$ имеет 2 корня и они не совпадают между собой.

а) $x^2+x+a=0$. имеет 1 корень

$D=b^2-4ac=1-4a=0$

$1=4a$

$a=\frac{1}{4}=0{,}25$

~~Подста~~ При $a=0{,}25$ корень равен $x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$

Подставим найденное а в 1е уравнение:

$x^2\cancel{+}-0{,}5x-3=0$

$D=b^2-4ac=0{,}25+12=12\frac{1}{4}=\frac{49}{4}=\left(\frac{7}{2}\right)^2$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{0{,}5\pm\frac{7}{2}}{2}=\frac{1\pm7}{4}$ $x_1=2$ $x_2=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$.

При $a=\frac{1}{4}$ уравнение имеет 3 корня

б) $x^2+(2a-1)x-4a-2=0$ имеет 1 корень

$D=b^2-4ac=(2a-1)^2+16a+8=4a^2+1-4a+16a+8=4a^2+12a+9=0$

$4a^2+12a+9=0$

$D^1=k^2-ac=36-36=0$

$a=\frac{-k\pm\sqrt{D^1}}{a}=\frac{-6}{4}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-2a+1\pm\sqrt{4a^2+12a+9}}{2}=\frac{3+1\pm\cancel{0}}{2}=2$

Подставим а во 2е уравнение!

$x^2+x-1{,}5=0$

$D=b^2-4ac=1+6=7$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{2}$ $x_1=\frac{-1+\sqrt{7}}{2}$

$x_2=\frac{-1-\sqrt{7}}{2}$

При $a=-1{,}5$ уравнение имеет 3 корня

~~В обоих~~ При $a=-1{,}5$ уравнение имеет 3 различных корня.

Ответ: При $a=\frac{1}{4}$ и $a=-1{,}5$ уравнение имеет 3 различных корня.

5б

не учитывается возможность совпадения корней

№6

Пусть b – число шаров в первой корзине, а d – во второй, a – число белых шаров в 1й, а c – во 2й.
Вероятность вытащить белый шар из 1й корзины $\frac{a}{b}$, а из второй $\frac{c}{d}$. Так как должны произойти оба события, вероятность вытащить 2 белых шара из 2х корзин равна $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}$.
По условию $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{54}{100} = \frac{27}{50} = \frac{54}{100}$. Отсюда следует, что $bd=100$ или $bd=50$ (т.к. $a,b,c,d \in Z$). bd не может быть больше 100, т.к. по условию $b+d=25$ ~~и $bd=100$~~ $\Rightarrow$ максимальное значение bd равно $13\cdot12=156$.
Итак, пусть $bd=50$. Из условия, что $b+d=25 \Rightarrow d=25-b$.

$(25-b)b=50$

$b^2-25b+50=0$

$D=b^2-4ac=25^2-200=425=(\sqrt{425})^2=(5\sqrt{17})^2$. Т.к. корень из дискриминанта не целый $\Rightarrow$ значения b и d не будут целыми, что не соответствует смыслу задачи.

Значит, $bd=100$.

Аналогично, получаем:

$b^2-25b+100=0$

$D=b^2-4ac=625-400=225=15^2$

$b=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{25\pm15}{2}$ $\quad b_1=20 \Rightarrow d_1=5$, $\quad b_2=5 \Rightarrow d_2=20$.

Т.к. $b_1=d_2$ и $d_1=b_2$ неважно, в какой корзине будет большее число шаров. Пусть в 1й корзине будет 5 шаров, во 2й – 20, т.е. $b=5$, $d=20$.
Так как $bd=100 \Rightarrow ac=54$ $\quad a,c\in N$.
Переберем все возможные варианты:
$a=1$ $c=54$ – не подходит, т.к. во 2й корзине всего 20 шаров.
$a=2$ $c=27$ – не подходит, т.к. во 2й корзине всего 20 шаров.
$a=3$ $c=18$
$a=6$ $c=9$ – не подходит, т.к. в 1й корзине всего 5 шаров. $\Rightarrow a<5 \Rightarrow$ большие a не подходят, не будем их рассматривать.
Таким образом, в первой корзине 5 шаров, 3 из которых белые, а во 2й – 20 шаров, 18 из которых белые. Значит, в 1й корзине и во 2й корзине по 2 черных шара. Как и в начале задачи получаем, что искомая вероятность равна $p=\frac{(b-a)(d-c)}{bd}=\frac{2\cdot2}{100}=\frac{1}{25}=0{,}04$

20

Ответ: 0,04 – вероятность вытащить 2 черных шара.