

Шифр 118004  
(заполняется ответственным  
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА  
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету ~~математика~~ МАТЕМАТИКА  
(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника КАЛИНОВСКИЙ ДМИТРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

Город, № школы (образовательного учреждения) ~~лицей~~ лицей № 1580, г.  
~~Москва~~ МОСКВА

Регистрационный номер класс 8, Д

Вариант задания 3

Дата проведения «10» февраля 2019 г.

Подпись участника Калиновский

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
+	+	-	-	-	-					
15	15	0	0	0	0					30

Шифр 118004

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

15 15 0 0 0 0

30

Вариант №

3

Работе на 2-ух листах



№1

При каких  $a$ ,  $x=y$

$$\begin{cases} 3x+2y=15a \\ \frac{1}{a}x+y=9 \end{cases}$$

$x=y$  (по условию)

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x+2x=15a \\ \frac{1}{a}x+x=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x=15a \\ \frac{1}{a}x+x=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3a \\ a=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ x=6 \\ a=2 \end{cases}$$

Ответ: при  $a=2 \Rightarrow x=y=6$ .

№2

$$\begin{cases} \frac{y-x+1}{x^2-3x}=1 \\ y^2+5+2xy=6y+6x-x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-x+1=x^2-3x \\ x^2-3x \neq 0 \\ y^2+5+2xy-6y+6x-x^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x^2-2x-1 \\ x^2-3x \neq 0 \\ y^2+2xy+x^2-6y-6x+5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x^2-2x-1 \\ \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \\ (y+x)^2-6(x+y)+5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x^2-2x-1 \\ \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \\ (y+x-6)(x+y)+5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2-2x-1+x-6)(x+x^2-2x-1)+5=0 \\ \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \\ y=x^2-2x-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3a \\ \frac{1}{a} \cdot 3a + 3a = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3a \\ 3+3a=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3a \\ 3a=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3a \\ a=2 \end{cases}$$

$a \neq 0$

$\oplus$

$$1) (x^2 - x - 4)(x^2 - x - 1) + 5 = 0$$

Заменим

$$t = x^2 - x - 1$$

$$\Rightarrow (t - 6)t + 5 = 0$$

$$t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 5 = 16$$

$$\sqrt{D} = 4$$

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 + 4}{2} = 5$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 - 4}{2} = 1$$

Вернёмся к исходным ~~уравнениям~~ ~~и~~ переменным.

$$\begin{cases} x^2 - x - 1 = 5 \\ x^2 - x - 1 = 1 \end{cases}$$

$$1) x^2 - x - 6 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-6) = 25$$

$$\sqrt{D} = 5$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 - 5}{2} = -2$$

$$2) x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-2) = 9$$

$$\sqrt{D} = 3$$

$$x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -1$$

Получим систему

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 1 \\ \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 1 \\ \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 2 \end{cases} \end{cases}$$

$$y = x^2 - 2x - 1$$

$$y_1 = (-2) \cdot (-2) - 2 \cdot (-2) - 1 = 4 + 4 - 1 = 7$$

$$y_2 = (-1) \cdot (-1) - 2 \cdot (-1) - 1 = 1 + 2 - 1 = 2$$

$$y_3 = (2 \cdot 2) - 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 4 - 1 = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1) (-2; 7) \\ 2) (-1; 2) \\ 3) (2; -1) \end{cases}$$

Ответ: 1) ~~(-2; 7)~~ (-2; 7)  
2) (-1; 2)  
3) (2; -1)



N4

$$f(x) = \left| \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{(x-1)(x-3) + 3x - 5} \right|$$

$$p(x) = \sqrt{x^2 + a}$$

$$1) \left| \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{(x-1)(x-3) + 3x - 5} \right| = \left| \frac{x^2(x+1) - 4(x+1)}{x^2 - 4x + 3 + 3x - 5} \right| = \left| \frac{(x^2 - 4)(x+1)}{x^2 - x - 2} \right| =$$

$$\left| \frac{(x-2)(x+2)(x+1)}{(x-2)(x+1)} \right| = |x+2| \quad (+)$$

$$2) f(x) = p(x)$$

$$\Rightarrow |x+2| = \sqrt{x^2 + a}$$

$$\begin{cases} x+2 = \sqrt{x^2 + a} \\ x+2 = -\sqrt{x^2 + a} \end{cases}$$

не вынесено преобразование

По условию следует, что это решение.

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + a} = -\sqrt{x^2 + a} \quad (-)$$

$$2\sqrt{x^2} = -2a$$

$$2x = -2a$$

$$a = -x$$

$$\Rightarrow -a+2 = -a+a$$

$$-a+2 = a-a$$

$$\begin{cases} -a+2=0 \\ -a+2=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a=-2 \\ a=2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  при  $a=2 \Rightarrow 1$  решение системы.

Ответ: при  $a=2 \Rightarrow 1$  решение системы.

N6.

Любое число при умножении.

~~Любое число при умножении~~ на 5 или 0, после прибавления 5 или 0, так же получим в числителе число оканчивающееся на 5 или 0. (-)

Все число оканчивающееся на конце 0 и оканчивающееся четным количеством девяток будут делиться на 4 нацело, так как каждое оканчивающееся число на 20 больше предыдущего, первое число 0.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
(+)		-								
15										

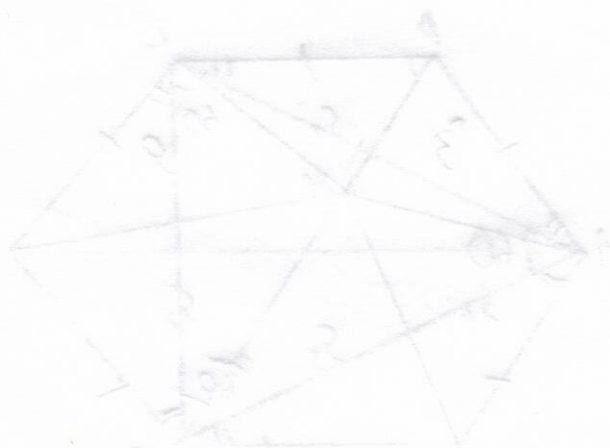
118004

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

Кашинский Дмитрий 8, "Д"



$$45 = 0,24 \cdot 24 \cdot 2,2$$

Handwritten notes and calculations on the right side of the page, including a vertical line and various numbers and symbols.



№6 Продолжение.

Пример данных чисел:

50 - не делится на 4 число

60 - делится на 4 число

140 - делится на 4 число

740 - не делится на 4 число



не обосновано

⇒ найдётся более шести чисел, которые после приведённых нами действий останутся целыми.

⇒ Да можно.

Ответ: Да можно.

№3

Дано

ABCDEF - правильный  
шестиугольник

$$S(ABCDEF) = 36$$

M внутри ABCDEF

$$S(AMB) = 3$$

$$S(CMD) = 9$$

S-остальных - ?

