

118061

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Всего 2 листов

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

МАТЕМАТИКА

Фамилия И.О. участника ХОЛЕВЕНКОВА ВАРВАРА
СЕРГЕЕВНА

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва,
лицей № 1580 г. Москва, лицей № 1580

Регистрационный номер 968 8 КЛАСС

Вариант задания 4

Дата проведения «10» февраля 2019 г.

Подпись участника Хвосту

лист 1

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
+	+	+	-	+	-					
15	15	12	5	20	0					

118061

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

$\Sigma = 70$ 675

Вариант № 4

н1

003

$$\begin{cases} 8x + y = 14m \\ \frac{1}{m}x + 2y = 6 \end{cases}, m \neq 0$$

Выразим unknown короче:

$$x = -y$$

Подставим:

$$\begin{cases} -3y + y = 14m \\ -\frac{1}{m}y + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y = 14m \\ -\frac{1}{m} + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y = -2m - \text{подставим:} \\ -\frac{1}{m} \cdot (-2m) + 2 \cdot (-2m) = 6 \end{cases}$$

Преобразуем:

$$2 - 4m = 6$$

$$m = -1$$

Подставим в основную систему и решаем:

$$\begin{cases} 8x + y = -14 \\ -x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x + 2y = -28 \\ +x + 2y = -6 \end{cases}$$

$$+2 + 2y = 6$$

$$y = 2$$

$$17x = -34$$

$$x = -2$$

Ответ: $m = -1$; $(-2; 2)$

+

~2

003:

$x \neq 0$

$$\begin{cases} y^2 + x^2 + 2x = 2xy + 2y + 3 \\ \frac{y-x+1}{x} = x-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + x^2 - 2xy + 2x - 2y - 3 = 0 \\ y - x + 1 - x^2 + 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-x)^2 - 2(y-x) - 3 = 0 \\ y = x^2 - 2x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-x)(y-x-2) - 3 = 0 \\ y = x^2 - 2x - 1 \end{cases}$$

Подставим y :

$$(x^2 - 2x - 1 - x)(x^2 - 2x - 1 - x - 2) - 3 = 0$$

$$(x^2 - 3x - 1)(x^2 - 3x - 3) - 3 = 0$$

Заменим:

$$t = x^2 - 3x$$

$$(t-1)(t-3) - 3 = 0$$

$$t^2 - t - 3t + 3 - 3 = 0$$

$$t^2 - 4t = 0$$

$$t(t-4) = 0$$

$$t = 0 \text{ или } t = 4$$

Найдем все x . Подставим

все y :

$$y = x^2 - 2x - 1$$

$$1) x^2 - 3x = 3 \quad y = 3^2 - 6 - 1 = 2 \quad (x=3)$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$2) y = 4^2 - 8 - 1 = 7 \quad (x=4)$$

$$3) y = (-1)^2 + 2 - 1 = 2 \quad (x=-1)$$

$$\text{Ответ: } (3; 2); (4; 7); (-1; 2).$$

Одн. замена:

$$x^2 - 3x = t$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ не год. } 003 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

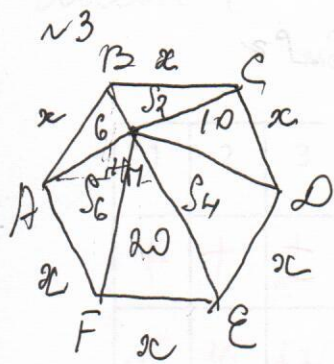
$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 9 + 16 = 25 \Rightarrow 2x.$$

По теореме Виета,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 & x_1 = 4 \\ x_1 x_2 = -4 & x_2 = -1 \end{cases}$$

(+)



Длина BC (и все ост. см.) = x

Можно заметить, что все они

$$S_1 = 6$$

$$S_3 = 10$$

$$S_5 = 20$$

$$S_1 \text{ и } S_4$$

$$S_2 \text{ и } S_5$$

$$S_3 \text{ и } S_6$$

в сумме дают перпендикуляр, пров. через 2 прот. стороны шестиуго.

В правильном шестиугольнике радиус $L = 420^\circ$

$\left(\frac{360 + 360}{2} \right)$ Если проведем перп. \perp к AD из B,

$$\text{то } \angle ABH = 30^\circ \Rightarrow BH = \frac{1}{2}x \Rightarrow \frac{1}{2}x + x + \frac{1}{2}x = 2x \Rightarrow$$

\Rightarrow этот перп. через противоположные стороны = $2x$, \Rightarrow все они (см. выше) в сумме = $2x$.

Длина y всех маленьких Δ соев осн. $x \Rightarrow$

\Rightarrow все равно. Длина y S_2 высота = c , y $S_5 = d$

$$S_2 = \frac{1}{2} d \cdot x$$

$$20 = \frac{1}{2} d \cdot x$$

$$40 = d \cdot x$$

$$d = \frac{40}{x}$$

$$c + d = 2x$$

S всего

$$\frac{1}{2} \pi \cdot c \cdot x + \frac{1}{2} \pi \cdot d \cdot x =$$

$$= \frac{1}{2} x^2 (c + d) = \frac{1}{2} x^2 \cdot 2x = x^3$$

$$= \frac{1}{2} (6 + 2x) \cdot x + \frac{1}{2} (2x + 2x) \cdot x = 1,5x^2 + 1,5x^2 = 3x^2$$

$$10 \downarrow S_6 = \frac{1}{3} S$$

$$6 + S_4 = 10 + S_6$$

$$S_6 = S_4 - 4$$

$$6 + S_4 = 20 + S_2$$

$$S_2 = S_4 - 14$$

$$S_3 + S_6 = 6 + 10 + 20 + 3S_4 - 18 = 3$$

300

$$6 + 10 + 20 + S_2 + S_4 + S_6 = 18$$

$$6 + S_4 = 10 + S_6 = 20 + S_2 =$$

$$6 + S_4 - 10 + 20 =$$

$$= 16$$

$$S_4 - S_6 = 4$$

$$S_4 = S_6 + 4$$

$$S_2 + S_5 =$$

$$= \frac{1}{2} x \cdot c + \frac{1}{2} x \cdot d = \frac{1}{2} x (c + d) =$$

$$= \frac{1}{2} x \cdot 2x = x^2$$

$$d = \frac{40}{x} \quad S_2 + S_5$$

$$\frac{1}{2} x (x - d) + \frac{1}{2} x \cdot d =$$

$$= \frac{1}{2} x^2 - \frac{40 \cdot x}{2 \cdot x} + \frac{1 \cdot x \cdot 40}{2 \cdot x}$$

Do ob-ly 5 b naprime $\Rightarrow S_1 + S_3 + S_5 = 2 S_2$
 $\Rightarrow 36 \Rightarrow S = 72$.

$$24 - 6 = 18$$

$$24 - 10 = 14$$

$$24 - 20 = 4$$

Answer: $S_2 = 4, S_4 = 14, S_6 = 18$.



~4

Spec. $G(x)$

$$\left| \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{(x-3)(x+2) + 2(x+1)} \right| = \left| \frac{x^2(x+4) - (x+4)}{x^2 - 3x + 2x - 6 + 4x + 2} \right| = \left| \frac{(x+4)(x^2 - 1)}{x^2 + 3x - 4} \right|$$

$$= \left| \frac{(x-1)(x+1)(x+4)}{x^2 + 3x - 4} \right| = \left| \frac{(x-1)(x+1)(x+4)}{(x-1)^2 + 5(x-1)} \right| = \left| \frac{(x+1)(x+4)}{(x-1) + 5} \right|$$

$$= |x+1|$$

OD3:
 $x \neq 1$
 $x \neq -4$

$$p(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + a = \sqrt{(x-2)^2} + a = |x-2| + a$$

$$|x+1| = |x-2| + a$$

$$|x+1| - |x-2| = a$$

Each $x \leq -1$, no

$$a = -x - 1 - (-x + 2) = -x - 1 + x - 2 = -3$$

Each $-1 < x < 2$, no

$$a = x + 1 - (-x + 2) = x + 1 + x - 2 = 2x - 1$$

$$x + 1 - (-x + 2) = x + 1 + x - 2 = 2x - 1$$

Each $x \geq 2$, no

$$a = x + 1 - (x - 2) = 3$$

Answer: $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -4 \end{cases}$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ a = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 < x < 2 \\ a = 2x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \leq x \\ a = 3 \end{cases}$$

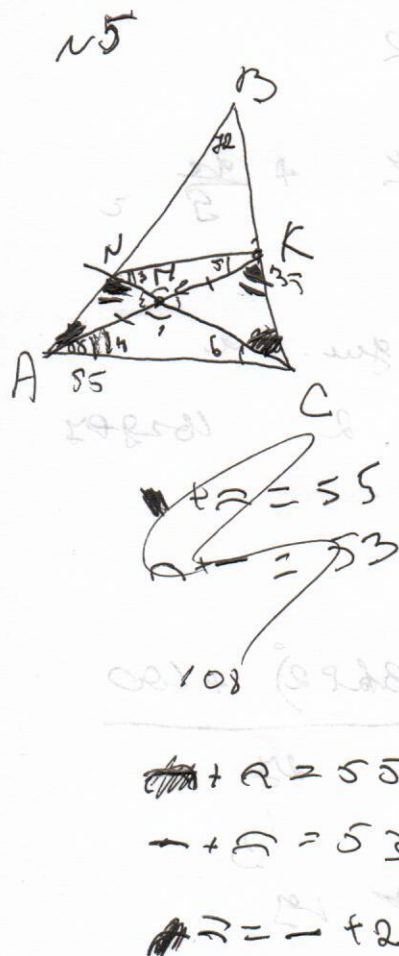
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

118061

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 4



$$\angle C = 53^\circ$$

$$AM^2 = CM \cdot MN \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AM \cdot MK = CM \cdot MN$$

$$\frac{CM}{AM} = \frac{MK}{MN}, \quad \Rightarrow$$

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ верт.}$$

$$\Rightarrow \triangle CMA \sim \triangle KMN \text{ по 2 пр. см. и } \angle$$

$$\angle \text{и. м. м.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle 3 = \angle 4, \angle 5 = \angle 6$$

$$\text{так же } \triangle KMC \sim \triangle NMA$$

~*~

Четыре $\mu. = 90^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle K = 38^\circ \Rightarrow \angle BKN = 55^\circ \Rightarrow \angle BNK = 53^\circ$$

ответ: 53° . (+)

N6

Решите x - число I.

$$x = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

267

$$\frac{4x+4}{3} \approx 62 \Rightarrow$$

$\Rightarrow 4x+4:3 \Rightarrow x$ при ген. на 3 г. ссм 2

$$3k+2$$

$$Q = 3k+2 \quad \frac{4(3k+2)+4}{3} \quad \frac{4}{3} \cdot \frac{4(3k+2)+4}{3} + \frac{42}{9} =$$

$$= \frac{16(3k+2)+16}{9} \quad 16(3k+2) \text{ при ген. на } 9 \text{ г. ссм. 2}$$

$$\frac{4(16(3k+2)+16)}{27} + \frac{36}{27} =$$

$$= \frac{64(3k+2)+64+36}{27} = \frac{64(3k+2)+100}{27}$$

при ген. на 27 г. ссм. 2

3k на ~~число~~ при ген. на

—

Ответ: не найден.