Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

\+

Шифр 121223

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету физика

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Павлов Михаил Михайлович

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Тула, МАОУ „Лицей №1",

11 класс

Регистрационный номер 5246

Вариант задания 19

Дата проведения «21» марта 2019 г.

Подпись участника

70 (семьдесят)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
16	16	16	22	0	0	0	0	0	0	70
(шестнадцать)										(семьдесят)

Шифр 121223

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

1223

1

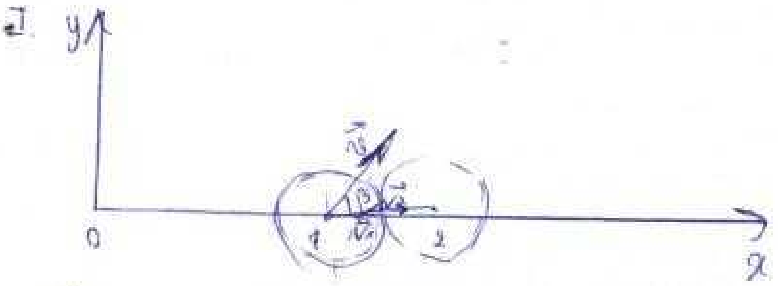
Вариант № 19

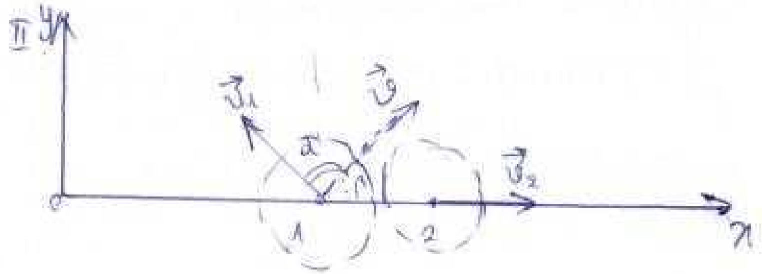
Задача №1

Решение:

Дано:
$m_1 = m$;
$p_1' = \frac{p_1}{2}$;
$\alpha = 60°$;

$m_2 - ?$





1) Поскольку система частиц замкнута, но при соударении на частицы со стороны друг друга действуют лишь консервативные силы нормальной реакции опоры, направленные вдоль линии, соединяющей центры частиц. Выберем систему координат xOy так, как показано на рисунке, тогда y-проекции скоростей частиц в процессе соударения меняться не будут. Пусть β – ~~угол~~ первоначальный угол между $\vec{Ox}$ и $\vec{v}$ – первоначальной скоростью 1ой частицы, тогда для y-проекции скоростей 1ой частицы имеем: $v_y = v_{1y}$; (1)

Поскольку $p_1' = \frac{p_1}{2}$, т.е. $m_1 v_1 = \frac{m_1 v}{2}$, то $v = 2v_1$ (2). Из (1) и (2) имеем:

$$v_y = v_{1y};$$
$$v\sin\beta = \frac{v}{2}\sin(\alpha+\beta);$$
$$\sin\beta = \frac{1}{2}(\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha);$$
$$\sin\beta = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta + \frac{1}{2}\sin\beta\right);$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\cos\beta - \frac{3}{4}\sin\beta = 0;$$

$$tg\,\beta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = 30^\circ. \quad (3)$$

2) В проекции на ось Ox по закону сохранения импульса системы частиц имеем:

$$m_1 v_x = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \quad (4)$$

По закону сохранения энергии имеем:

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2};$$

$$\frac{m_1(v_x^2+v_y^2)}{2} = \frac{m_1(v_{1x}^2+v_{1y}^2)}{2} + \frac{m_2(v_{2x}^2+v_{2y}^2)}{2};$$

т.к. $v_y = v_{1y}$; $v_{2y} = 0$ (первоначально и далее), то:

$$m_1 v_x^2 = m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2. \quad (5)$$

Из (4) и (5) имеем систему: $\begin{cases} m_1 v_x = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}, \\ m_1 v_x^2 = m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2; \end{cases}$

$$\begin{cases} m_1(v_x - v_{1x}) = m_2 v_{2x}, & (1)' \\ m_1(v_x - v_{1x})(v_x + v_{1x}) = m_2 v_{2x}^2 & (2)' \end{cases}$$

Поделив 2-е уравнение системы на 1-е, имеем: $v_{2x} = v_x + v_{1x}$;

В $(1)'$: $m_1 v_x - m_1 v_{1x} = m_2 v_x + m_2 v_{1x}$;

$$(m_1 - m_2)\, v_x = (m_1 + m_2)\, v_{1x}$$

$$v_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_x. \quad (6)$$

3) Из условия $p_1 = \frac{p}{2}$ имеем:

$$m_1 v_1 = m_1 \frac{v}{2};$$

$$\sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = \frac{1}{2}\sqrt{v_x^2 + v_y^2};$$

$$4v_{1x}^2 + 4v_{1y}^2 = v_x^2 + v_y^2;$$

т.к. $v_{1y} = v_y$, то имеем:

$$4v_{1x}^2 - v_x^2 + 3v_y^2 = 0. \quad (7)$$

Из (3): $v_y = v\sin\beta = \frac{1}{2}v$; $v_x = v\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}v$;

Из (6): $v_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_x = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v$.

Для (7) имеем: $4 \cdot \frac{3}{4}\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 v^2 - \frac{3}{4}v^2 + \frac{3}{4}v^2 = 0$; (см. продолжение далее)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

121223

Шифр __________________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 19 1

Задача №4.

Дано:

$m_1 = 235 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг; $m_2 = 238 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг;

$E = 100 \frac{В}{м}$; $q = q_1 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

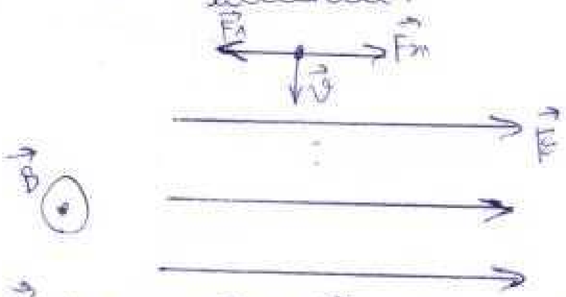
$B = 0{,}02$ Тл.

$B_1 = 0{,}09$ Тл;

$\Delta R - ?$

I.

Решение:

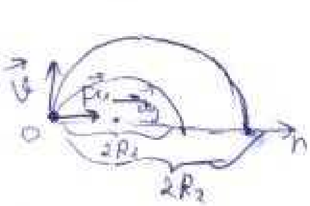


1) $\vec{F_э} = q\vec{E}$ ($q > 0 \Rightarrow \vec{F_э} \uparrow\uparrow \vec{E}$). Направление магнитной составляющей силы Лоренца находим по правилу левой руки (для $q > 0$). По условию частица в поле не отклоняется $\Rightarrow$ по рисунку: сила $\vec{F_э}$ „уравновешивает" $\vec{F_л}$, т.е. (по 2-му ~~зак~~ условию) закону Ньютона имеем: $\vec{F_э} + \vec{F_л} = \vec{0}$ $\Rightarrow$

$F_э = F_л$.

$$qE = qBv \Rightarrow v = \frac{E}{B} \ (1)$$ +

2) Значит, в области пространства с индукцией $\vec{B_1}$ магнитного поля частицы влетают со скоростями $v = \frac{E}{B}$ и движутся далее по окружностям (равномерно).



~~~~ По 2-му закону Ньютона для частицы имеем:

На On: $\vec{F_{л i}} = m_i \vec{a_{ц i}}$;

$F_{лi} = m_i a_{цi}$;

$qB_1 v = m_i \frac{v^2}{R_i}$, $i \in \{1; 2\}$.

$$R_i = \frac{m_i v}{qB_1}$$

Поскольку угловые скорости частиц

$\omega_1 = \frac{v}{R_1}$ и $\omega_2 = \frac{v}{R_2}$ ≠, но $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{238}{235} \approx 1$, то считаем, что частицы одновременно проходят половину своей окружности. Тогда расстояние между ними: $\Delta R = 2|R_2 - R_1| = 2\frac{v}{qB_1}(m_2 - m_1) = ((1)) =$
~~~~

+ $= \frac{2E}{qBB_1}(m_2 - m_1);$

$$\Delta R = \frac{2 \cdot 100 \frac{В}{м}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} Кл \cdot 0{,}02 Тл \cdot 0{,}09 Тл}\left(238 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} кг - 235 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} кг\right) = \frac{200 \cdot 3 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 18 \cdot 10^{-4}} м \approx \frac{1}{3} \cdot 10^{-2} м$$

$$\approx 0{,}33 \cdot 10^{-2} м \approx 3{,}3 мм.$$

Ответ: $\Delta R \approx 3{,}3$ мм.

$m_1 = m_2$.

Значит, $m_1 = m_2 = m$.

Ответ: $m_2 = m$.

1 Задача №2.

Решение:

Дано:

1-2 - адиабата;

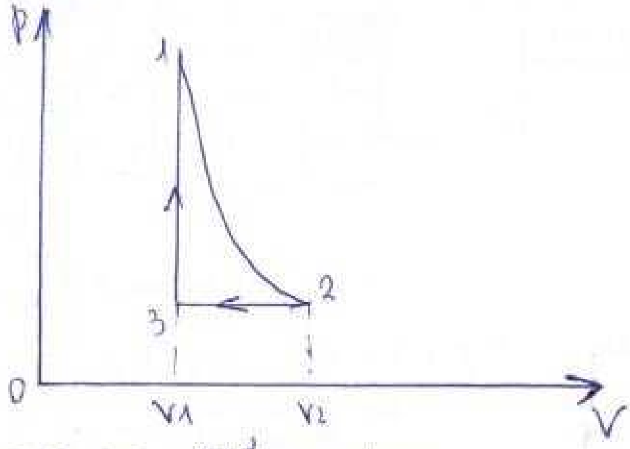
2-3 - изобара;

3-1 - изохора;

$\frac{V_2}{V_1} = n$;

1-2 $TV^{\alpha} = const$;

η - ?



1) Процесс 1-2: $TV^{\alpha} = const$, т.е.

$T_1 V_1^{\alpha} = T_2 V_2^{\alpha}$;

$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\alpha} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = n^{\alpha}$;

$T_1 = n^{\alpha} T_2$. (1)

По 1-му началу термодинамики имеем:

$Q = A_г + \Delta U$,

$Q_{1-2} = 0 \Rightarrow A_{г1-2} = -\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) = (из (1)) = \frac{3}{2}\nu R T_2(n^{\alpha} - 1)$.

2) Процесс 2-3: процесс изобарный $\Rightarrow$ по закону Гей-Люссака имеем:

$\frac{V_2}{V_3} = \frac{T_2}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{T_2 V_3}{V_2} = (т.к.\ V_1 = V_3) = \frac{T_2 V_1}{V_2} = \frac{T_2}{n}$ (2).

По 1-му началу термодинамики имеем:

$\Delta U_{2-3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R T_2\left(\frac{1}{n} - 1\right) < 0$ (т.к. $n > 1$ по условию).

$A_{г2-3} = P_{2-3}\Delta V_{2-3} = P_{2-3}(V_3 - V_2) = P_{2-3}V_3 - P_{2-3}V_2 =$ (по закону Менделеева-Клапейрона) $= \nu R T_3 - \nu R T_2 = \nu R(T_3 - T_2) \overset{из (2)}{=} \nu R T_2\left(\frac{1}{n} - 1\right) < 0$.

Значит, $Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} + A_{г2-3} < 0$.

3) Процесс 3-1. $A_{г3-1} = 0$ $(\Delta V_{3-1} = 0) \Rightarrow$ по 1-му началу термодинамики имеем:

$Q_{3-1} = \Delta U_{3-1} = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) \overset{из (1) и (2)}{=} \frac{3}{2}\nu R\left(n^{\alpha} T_2 - \frac{T_2}{n}\right) = \frac{3}{2}\nu R T_2\left(n^{\alpha} - \frac{1}{n}\right) > 0$.

Для КПД процесса имеем:

$$\eta = \frac{A_{цикл}}{Q_{нагр}} \cdot 100\% = \frac{\frac{3}{2}\nu R T_2(n^{\alpha} - 1) + \nu R T_2\left(\frac{1}{n} - 1\right)}{\frac{3}{2}\nu R T_2\left(n^{\alpha} - \frac{1}{n}\right)} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{n^{\alpha} - 1 + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{n} - 1\right)}{n^{\alpha} - \frac{1}{n}} \cdot 100\% = \frac{n^{\alpha} + \frac{2}{3n} - \frac{5}{3}}{n^{\alpha} - \frac{1}{n}} \cdot 100\%$$

+ +

Ответ: $\eta = \frac{n^{\alpha} + \frac{2}{3n} - \frac{5}{3}}{n^{\alpha} - \frac{1}{n}} \cdot 100\%$

$$\frac{3n^{\alpha+1} - 3 + 2 - 5n + 3}{3(n^{\alpha+1} - 1)} = 1 - \frac{5(n-1)}{3(n^{\alpha+1} - 1)}$$

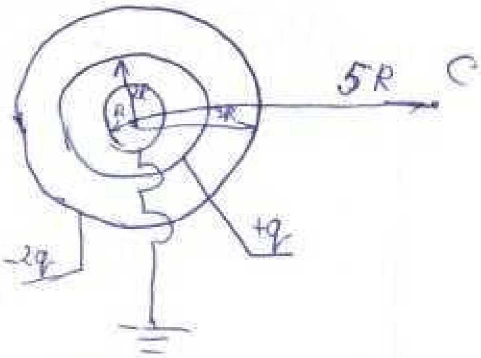
Задача №3

1

Дано:
R; $2R$; $3R$
q $-2q$;
m; $5R$;

---

v_{min} – ?



1) т.к. внутренняя сфера заземлена, то её потенциал равен нулю. Пусть $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, тогда имеем:

$$\varphi_{центр} = 0 \Rightarrow k\frac{Q}{R} + k\frac{q}{2R} + k\frac{(-2q)}{3R} = 0,$$ где Q – наведённый на внутреннюю сферу заряд. Имеем.

$$Q + \frac{q}{2} - \frac{2q}{3} = 0,$$

$$Q = \frac{2q}{3} - \frac{q}{2} = \frac{q}{6}. \quad (1)$$

2) Потенциал результирующего поля на расстоянии $5R$ от центра сферы равен: $\varphi_p = k\frac{Q}{5R} + k\frac{q}{5R} + k\frac{(-2q)}{5R} =$ (из (1)) $=$

$$= \frac{k}{5R}\left(\frac{q}{6} + q - 2q\right) = -\frac{5}{6}\frac{kq}{5R} = -\frac{kq}{6R}.$$

3) Движущийся заряд q массой m имеет минимальную скорость тогда, когда вся его кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию взаимодействия со сферами, т.е. имеем:

$$E_{кин} = E_{пот};$$

$$\frac{mv_{min}^2}{2} = |(-q) \cdot \varphi_p|;$$

$$\frac{mv_{min}^2}{2} = \frac{kq^2}{6R} \Rightarrow v_{min} = \sqrt{\frac{kq^2}{3mR}} = q\sqrt{\frac{k}{3mR}},$$ где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

Ответ: $v_{min} = q\sqrt{\frac{k}{3mR}}$, где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.