Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 809102

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Инягина Диана Александровна

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Севастополь, ГБОУ СОШ № 61

Регистрационный номер 3952

Вариант задания 5

Дата проведения "09" февраля 2019 г.

Подпись участника

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

шестьдесят четыре

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
12	12	0	20.	0	20					64

Шифр 809102

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

809102

Вариант № 5

1). 12

Делители 12:

1
2
3
4
6
12

28

2). а). $\log_2 n = x \Rightarrow x^2+45 < 3+13x$

$x^2-13x+42<0$

$x\in(6;7) \Rightarrow n\in(64;128)$

б). $\sin 20\cos 40 + \sin 20 \cos 80 + \sin 20\cos(40n) = \sin 20 \cos 20 = \frac{1}{2}\sin 40$

$(\sin 60 - \sin 20) + (\sin 100 - \sin 60) + \ldots + (\sin 40n+20) - (\sin 40n - 20) =$

$= \sin 40 + \sin(40n+20) = \sin 20 + \sin 40 = 2\sin 30 \cos 10 = \cos 10$

$\cos(70-40n) = \cos 10$

$70-40n = \pm 10 - 2\pi k$

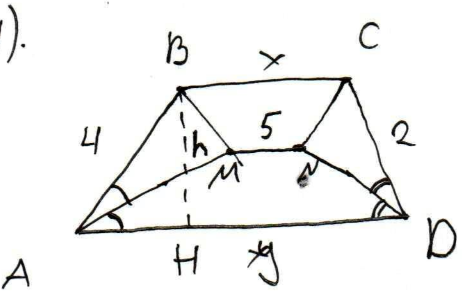
$70-40n = \pm 10 - 360k \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 40n = 60+360k, \text{ не подходит, т.к. } n\text{-натур. число} \\ 40n = 80+360k \end{array}\right.$

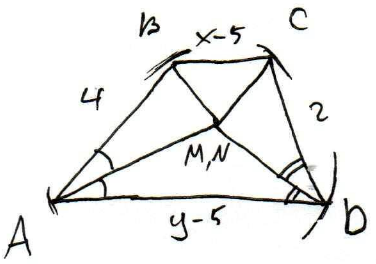
$n = 2+9k$

в). $\begin{cases} n = 2+9k \\ n\in(64;128) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1' = 9k \\ n_1\in(64;128) \end{cases} \Rightarrow k\in(7;13)$

Отв.: $n = 65; 74; 83; \ldots; 119$

4).





$S = 4\sqrt{15}$

Док. $MN \parallel AD$?

Пусть $BC = x$; $AD = y$

1). Если совместить параллельным переносом ? точку M и N, то мы получим трапецию, которую можно вписать в окр. Тогда по свойству трапеции (сумма противолеж. сторон равна сумме других противолеж. сторон) получаем:

$x-5+y-5=6 \Rightarrow x+y=16$

2). $S = \frac{a+b}{2} \cdot h \Rightarrow h = S : \frac{a+b}{2}$

$h = \frac{4\sqrt{15}}{8} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

3). $y-x = \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2} + \sqrt{4^2 - \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 4$

4). $\begin{cases} y+x=16 \\ y-x=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=10 \end{cases}$

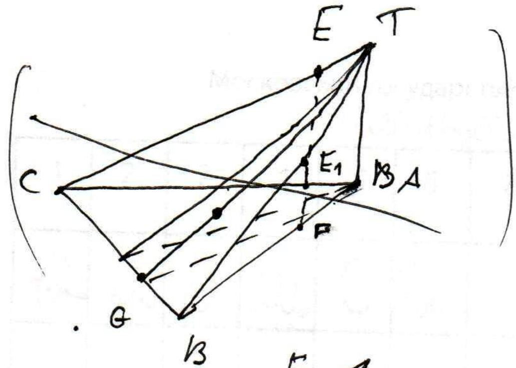
5). $DH = 10 - \frac{1}{2} = 9{,}5$

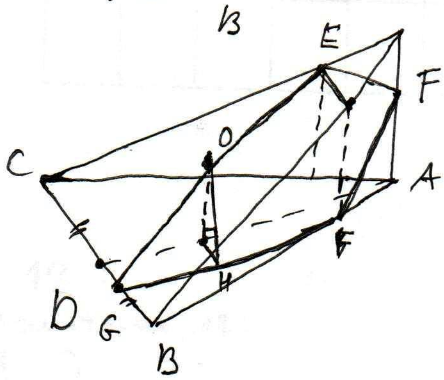
$BD = \sqrt{(9{,}5)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2} = \sqrt{94}$

6). $r = \frac{S}{p}$

$r = \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{15}}{2}}{\sqrt{94} + 12} = \frac{5\sqrt{15}}{12 + \sqrt{94}}$

Ответ: $\frac{5\sqrt{15}}{12+\sqrt{94}}$





$S_{ABC} = \cancel{a^2\sqrt{3}}\ \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$

$OH = \frac{1}{2\,tg\,30} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, т.к. центр сферы на половине высоты

$DG = OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$, т.к. плоскость паралл. DB

$CB = \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$FG = GB \cdot 2\sqrt{3} = 3$

$S_{FGB} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$bO_1 = \frac{1}{2}$; $AD = \frac{9}{4}$

$tg \angle O_1Gb = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\sin \angle O_1GD = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$

$\cos \angle O_1GD = \frac{2}{\sqrt{31}}$

$\frac{E_1G}{\sin 60^\circ} = \frac{GC}{\sin(60+\angle)}$

$E_1G = \frac{\left(3\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{31}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{31}}} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{31}}{5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{31}}{5\sqrt{3}}$

$S_{GE_1AF} = \frac{27\sqrt{3}}{4} - 3\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{5} = \frac{155\sqrt{3} - \sqrt{3} - 72\sqrt{3}}{20} = \frac{33 \cdot \sqrt{3}}{20}$

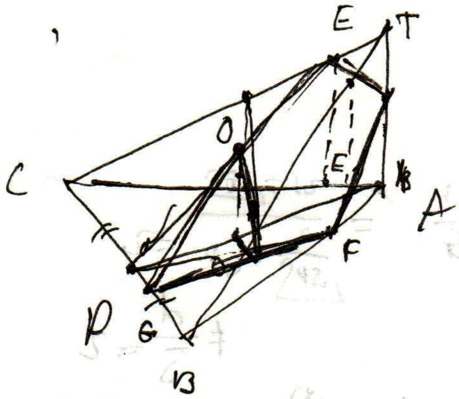
$S_{сеч} = \frac{33\sqrt{3}}{20} : \cos 30^\circ = 3{,}3$

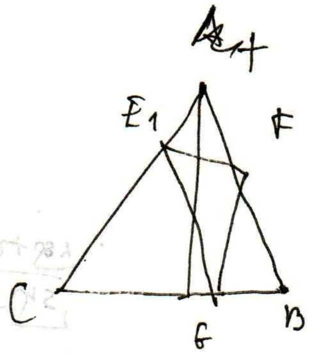
$S = a$

$AD = \frac{9}{2}$

$~~CD=~~$ $S = \frac{9}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$

	30
sin	$\frac{1}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tg	$= \frac{1}{\sqrt{3}}$





$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

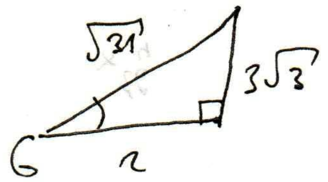
$OH = \frac{1}{2\,tg\,30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, т.к. центр сферы расположен на пол. высоты

$DG = OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\{$ т.к. плоскость паралл. DB

$CB = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$FG = GB \cdot \sqrt{3} = 3$

$S_{FGB} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$



$DO_1 = O_1 H = \frac{1}{2}$, $AD = \frac{9}{4}$

$tg\angle O_1GD = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\sin\angle O_1GD = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$

$\cos\angle O_1GD = \frac{2}{\sqrt{31}}$

$a\,3\sqrt{3} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$

$a\,12\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$

$a = \frac{27}{12}$

$\angle$ $\frac{E_1G}{\sin 60^\circ} = \frac{GG}{\sin(60+\angle)}$, $tg\angle O_1GB$

$\begin{array}{r} 27 \\ \times\ 5 \\ \hline 135 \end{array}$

$E_1G = \frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}}{\quad} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{31}}{5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{31}}{5\sqrt{3}}$

$S_{E_1GC} = \frac{1}{5}\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{31}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$

$S_{GE_1AF} = \frac{27\sqrt{3}}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{18\sqrt{3}}{5} = \frac{135\sqrt{3} - 30\sqrt{3} - 72\sqrt{3}}{20} = \frac{33\sqrt{3}}{20}$

$S_{сеч.} = \frac{33\sqrt{3}}{20} : \cos 30^\circ = 3{,}3$

МГТУ имени Н. Э. Баумана

Черновик

письменной работы на вступительные экзамены

по математике

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. Экзаменующегося Шнягина Диана Александровна

Регистрационный номер 3952

$BC+AD=AB+CD$

$~~x+x-5+y-5=6~~$

$x-5+y-5=6$

$x+y=16$

$S=4\sqrt{15}$; [illegible]

$S=\frac{a+b}{2}h=4\sqrt{15}$ 9 $376 \,|\, 4 \;\; 94$

$h=\frac{\sqrt{15}}{2}$

$~~y-x=\sqrt{2^2-\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\sqrt{4-\frac{15}{4}}=\frac{1}{2}~~$ 16×4

$y-x=\sqrt{2^2-\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}+\sqrt{4^2-\frac{\sqrt{15}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{64-15}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=4$

$\begin{cases} y-x=4 \\ y+x=16 \end{cases}$ 2

$y=\frac{16+4}{2}=10$ $9,5 \times 9,5 = 475, 855$

$x=6$

$BD=\sqrt{9,5^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\sqrt{90,25+\frac{15}{4}}=\sqrt{\frac{361+15}{4}}=\frac{376}{4}=\sqrt{94}$

$r=\frac{S}{p}$

$r=\frac{10\cdot\frac{\sqrt{15}}{2}}{\sqrt{94}+12}=\frac{5\sqrt{15}}{12+\sqrt{94}}.$

МГТУ имени Н. Э. Баумана

Черновик

письменной работы на вступительные экзамены

по математике

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. Экзаменующегося Инягина Диана Александровна

Регистрационный номер 3952

28 4 нат. делит. ~~2 3 5 7 9~~

2 3 5 7 11 13

$1+x+\frac{x}{a}+\frac{x}{b}+\frac{x}{c}+\frac{x}{d}=28$

~~6 24~~

12

3·2·4 ~~42 6 3 4 2 1 12~~

10+12 22

12 – 12
6
4
3
2
1

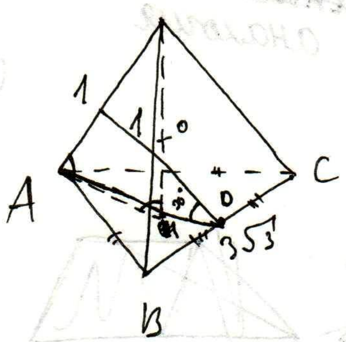
$\log_2^2 n + 45 < \log_2 8n^{13}$

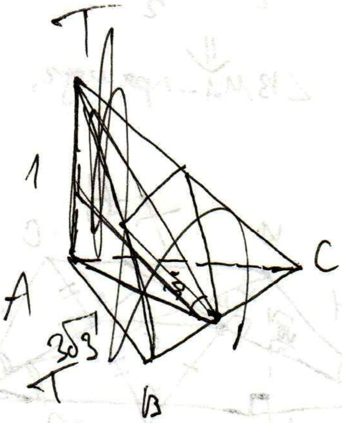
$n>0$

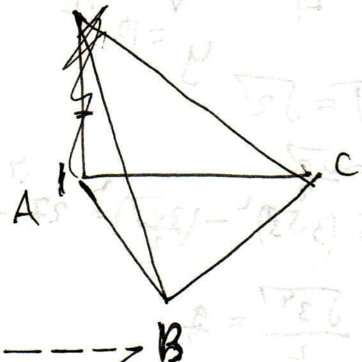
$\log_2^2 n + 45 - \log_2 8n^{13} < 0$

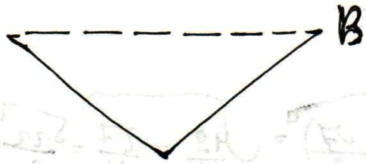
$\cancel{n=t} = \log_2 n \neq$

$x^2 + 45 - \cancel{\ } 3 - 13n$

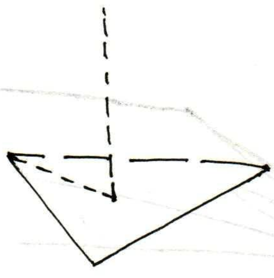


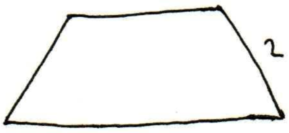


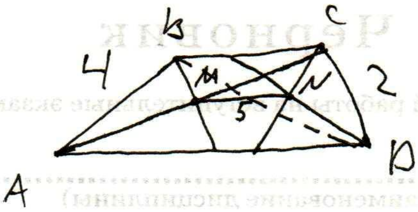


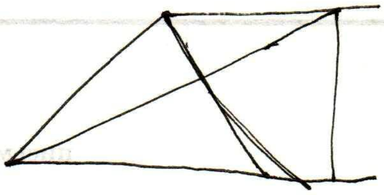


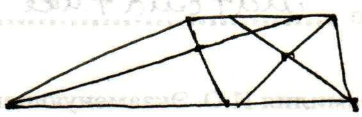
$S = \frac{S_{abc}}{\cos 30^\circ}$

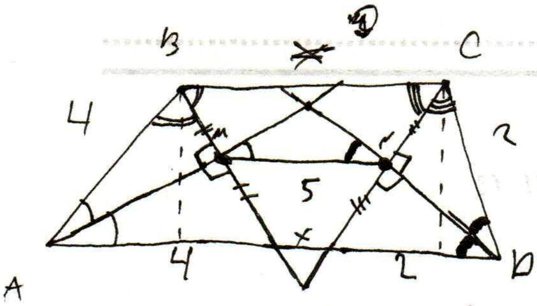




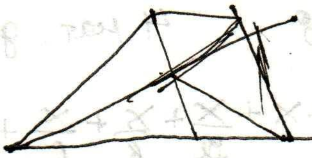








$S = \frac{ab}{2} h = 4\sqrt{15}$



1). $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (по св-ву трапеции)

$\Downarrow$

$\frac{\angle A}{2} + \angle \frac{AB}{2} = 90^\circ$

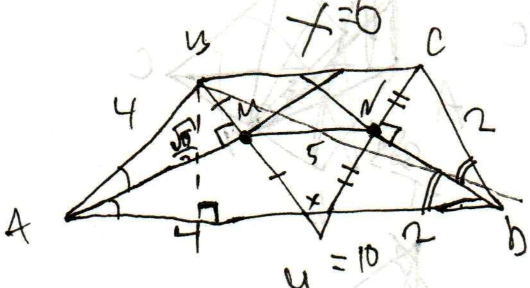
$\Downarrow$

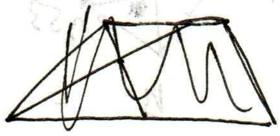
$\angle BMA$ – прямоуг.   аналогично ~~аналогично~~ аналогия $\angle CMD$

$\times \frac{27}{4}$ 108

$(3\sqrt{3})^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 27$

$27 - \frac{27}{4} = \frac{\sqrt{108}}{2} =$





1). $AT = \sqrt{2}$

~~$AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$~~

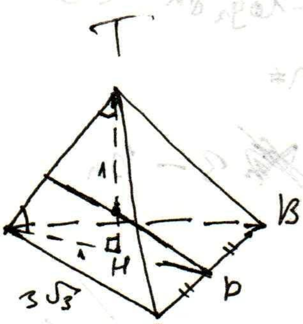
$AD^2 = (3\sqrt{3})^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 27 - \frac{27}{4} = \frac{3 \cdot 27}{4}$

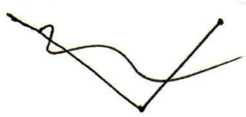
$AD = \frac{\sqrt{3^4}}{2} = \frac{9}{2}$

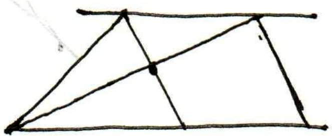
$HD = 3{,}5$

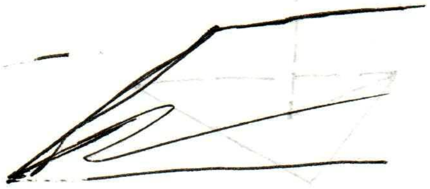
$HC = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{27}{4}} = \frac{\sqrt{22}}{2}$

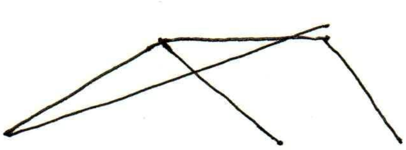
$TC = TB = \sqrt{1 + \frac{22}{4}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$

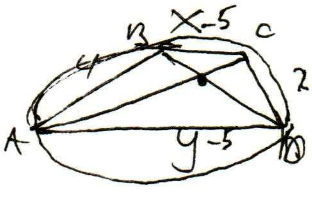












МГТУ имени Н. Э. Баумана

Черновик

письменной работы на вступительные экзамены

по математике

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. Экзаменующегося Ингичина Дарья Александровна

Регистрационный номер 3952

$(2\sin x+4a^2+2a)^3-(\cos^2 x+6a\sin x+11)^3=\cancel{2\cos^2 x-1}\ \cos 2x-4a^2-2a+11+$
$+(6a-2)\sin x$

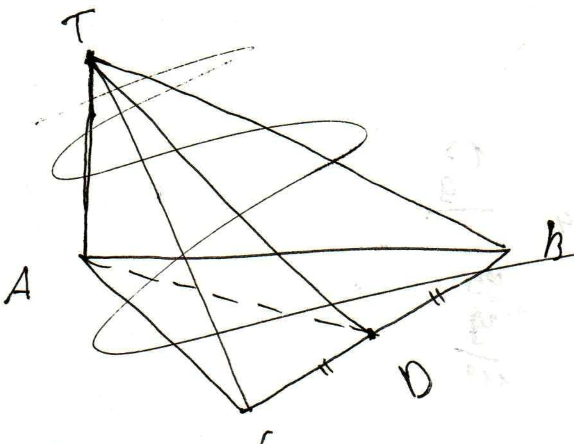
$(2\sin x+4a^2+2a)^3+4a^2+2a+2\sin x=\cos 2x+6a\sin x+11+(\cos 2x+6a\sin x+11)^3$

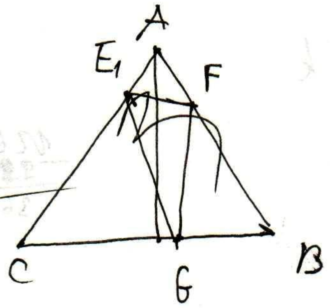
$\cancel{(2\sin x+4a^2+2a)\cdot((2\sin x+4a^2+2a)^2+1)=(\cos 2x+6a\sin x+11)((\cos 2x+6}$
$\cancel{+\sin x+11)^2}+1)$

$\cancel{(2\sin x+4a^2+2a)^2+1=(\cos 2x+6a+\sin x}$

$(2\sin x+4a^2+2a)^3+(4a^2+2a+2\sin x)=\cos 2x+6a\sin x+11+(\cos 2x+6a\sin$

$\cancel{(2\sin x+4a^2+2a)^2-(\cos 2x+6\sin x+11)^2=2}$





$\log_2 n = x \Rightarrow x^2 + 45 <$ [redacted]

$\cancel{\log_2}\ \log_2^2 n + 45 < \log_2 8 + \log_2 n^{13}$

$x^2 + 45 < 3 + 13x$

$x^2 - 13x + 42 < 0$

$\begin{array}{r} 42 \\ \times\ 4 \\ \hline 168 \end{array}$

$D = 169 - 168 = 1$

$x = \frac{13 \pm 1}{2} = 7;\ 6$

$x \in (6; 7)$

$\left[\begin{array}{l} \log_2 n = \cancel{x}\,6 \\ \log_2 n = 7 \end{array}\right. \Rightarrow \cancel{n = \log_2 6}\ \ n \in (64; 128)$

$\cancel{\cos\frac{2\pi}{9}}\ \ \cos\frac{2\pi}{9} + \cos\frac{4\pi}{9} + \ldots + \cos\frac{2\pi n}{9} = \cos\frac{\pi}{9}$

$\sin 20 \cos 40 + \sin 20 \cos 80 + \sin 20 \cdot \cos(40n) = \sin 20 \cos 20 =$

$= \frac{1}{2}\sin 40$

$\cancel{\sin(60 - \sin}\ \ (\sin 80 - \sin 20) + (\sin 100 - \sin 60^\circ) + \ldots + \sin(40n + 20) -$

$- (\sin 40n - 20) = \sin 40 + \sin(40n + 20) = \sin 20 + \sin 40 = 2\sin 30^\circ \cos 10^\circ =$

$\cos 10^\circ$

$\cos(70 - 40n) = \cos 10$

$70^\circ - 40^\circ n = \pm 10 \mp 2\pi k$

$70^\circ - 40^\circ n = \pm 10 - 360k$

$\left[\begin{array}{l} 40n = 60 + 360k \\ 40n = 80 + 360k \end{array}\right.$

$40n = 80 + 360k$

$n = 2 + 9k$

$\begin{array}{r|l} 126 & 9 \\ -9 & 14 \\ \hline 36 & \end{array}$

$\begin{array}{r} 13 \\ 9 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 90 \\ +\ 29 \\ \hline 119 \end{array}$

$\begin{cases} n = 2 + 9k \\ n \in (64; 126) \end{cases}$

$64 < 2 + 9k \leq 128$

$62 < 9k < 126$

$\cancel{k = 7};\ \ k \in (7; 14)$

$n = 65;\ 74;\ \ldots,\ 119$