+1 лист Бр +1 лист Бр

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 816210

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Смирнов Михаил Анатольевич

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Тамбов, МАОУ „Лицей №6" 11 класс

Регистрационный номер 4801

Вариант задания 6

Дата проведения «16» февраля 2019 г.

Подпись участника

Σ = 71 (семьдесят один) ...

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
3	12	16	20	15	5					71

Шифр 816210

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 6

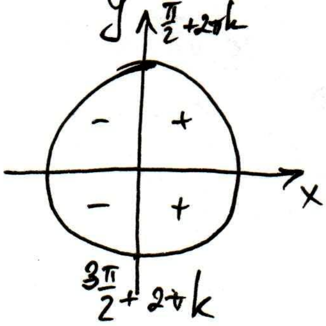
№3.

$$y = f^{[2019]}(x) \qquad f(x) = \log_{0,5}\left(\frac{\sin x}{\sin x + 15}\right)$$

Обозначим $g(x) = \dfrac{\sin x}{\sin x + 15}$ и найдем ее область значений

$$g'(x) = \frac{\cos x(\sin x + 15) - \cos x \cdot \sin x}{\sin x + 15} \qquad g'(x) = \frac{15\cos x}{\sin x + 15}$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \ \boxed{k \in \mathbb{Z}}$$



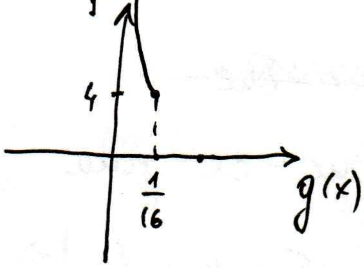
~~на $\frac{3\pi}{2}$~~

Значит $\min g(x) = g\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \dfrac{-1}{-1+15} = -\dfrac{1}{14}$

$\max g(x) = g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dfrac{1}{1+15} = \dfrac{1}{16}$

Т.к $g(x)$ находится под логарифмом то ее область значений является $(0; \frac{1}{16}]$, т.е $E(g) = (0; \frac{1}{16}]$

$f(x) = \log_{0,5}(g(x))$



Значит $\boxed{E(f) = [4; +\infty)}$

16

При следующей „итерации" т.е

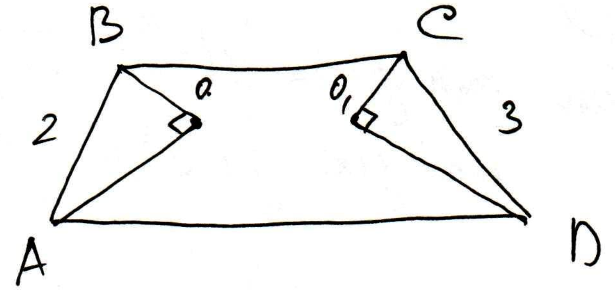
$$f(f(x)) = \log_{0,5}\left(\frac{\sin\left(\log_{0,5}\frac{\sin x}{\sin x+15}\right)}{\sin\left(\log_{0,5}\left(\frac{\sin x}{\sin x+15}\right)+15\right)}\right) = g_1(x)$$

На область значений внутренней ф-ции $g_1(x)$ изменение её области определения никак не скажется т.к она периодическая и ее обл. знач. останется той же, тогда и область значений ф-ции $f(f(x))$ не изменится

При дальнейших операциях будет происходить то же самое

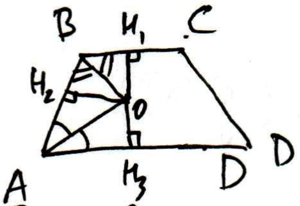
Ответ: $[4; +\infty)$

N4.



$$S_{ABCD} = \frac{26\sqrt{2}}{3}$$

1) $\angle BOA = \angle CO_1D = 90°$ т.к бис-сы внутр. одн. углов пересек. под углом $90°$



~~Точки O и O_1 лежат на бис~~

Точка O лежит на бис-се угла B т.е

$OH_1 = OH_2$, O лежит на бис-се $\angle A$ $\Rightarrow$ $OH_3 = OH_2$

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр 816210
(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 6

№6 продолжение

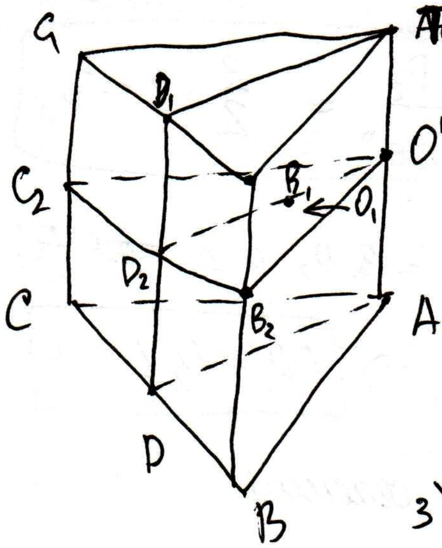
$\Delta\, TO_1O'$ и $\Delta\, O_1O'A$ - прямоуг. ~~⟹ по т. Пифагора~~ и равные ($O_1T = O_1A$, O_1O' - общ.) ⟹

$\cancel{O_1O'^2 + TO_1^2}$

$\Rightarrow O'A = O'T = \frac{\sqrt{3}}{2}$ тогда радиус сферы по т. Пифагора

5

$$R = \sqrt{O_1O' + O'A} = \sqrt{3 + \frac{3}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{15}}{2}}$$



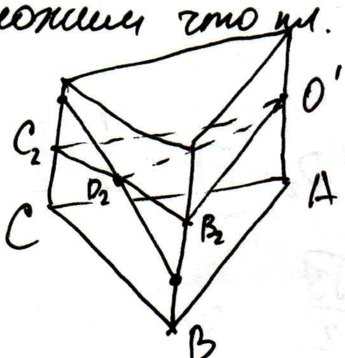
2) т.к. пл. сечения ∥ AD то в плоскости ATD, D она пройдет по ∥ ей прямой и через центр сферы

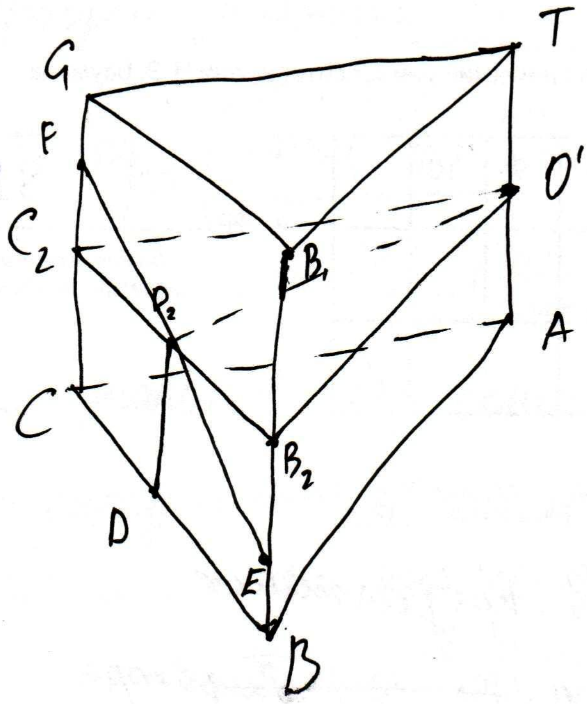
3) ~~...~~ постр. пл. $O'B_2C_2 \parallel ABC$

Т.к. пл. ∥ то угол между плоскостью сечения и ними ~~но~~ одинаковый.

В сечении четырехугольник

Без ограничения общности положим что пл. сеч проходит так как показано на рисунке





$B_2D_2 \perp O'D_2$
$ED^2 \perp O'D_2$ $\Rightarrow$ $\angle B_2D_2E$ – линейн. угол между плоскостями

$\angle B_2D_2E = 60°$

3) $\triangle EB_2D_2$ – прямоугольный : $B_2D_2 = BD = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}$

$\cos\angle B_2D_2E = \frac{B_2D_2}{ED_2} \Rightarrow \boxed{ED_2 = \frac{B_2D_2}{\cos 60°} = \frac{3}{2}\cdot 2 = 3}$

4) $\angle FD_2C_2 = \angle B_2D_2E$ (вертик.); $C_2D_2 = B_2D_2$ и $\triangle$ ~~про~~ FC_2D_2 и $\triangle D_2B_2F$ прямоугольные $\Rightarrow$ они равны $\Rightarrow$ $\boxed{FD_2 = D_2E = 3}$

5) $C_2O'E$ – искомая плоскость сечения

$O'D_2 \perp B_2C_2$
$O'D_2 \perp BB_1$ $\Rightarrow$ $O'D_2 \perp (BB_1C_1)$ (по признаку) $\Rightarrow$ $O'D_2 \perp FE$ т.е. $O'D_2$ – высота в $\triangle C_2O'E$

$S_{C_2O'E} = \frac{1}{2}\cdot O'D_2 \cdot FE = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot(3+3) = \frac{3}{4}\sqrt{3}\cdot 6 = \boxed{\frac{9\sqrt{3}}{2}}$

Ответ: $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

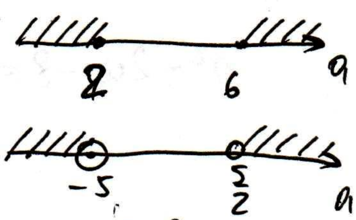
Шифр 816210

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 6

№5 продолжение

$$\begin{cases} a^2+4a-12 \geq 0 \\ a^2+\frac{5}{2}a-\frac{25}{2} \geq 0 \\ a \neq 10 \\ a \in [-\frac{2}{3};0] \end{cases} \quad \begin{cases} (a+6)(a-2) \geq 0 \\ 2a^2+5a-25>0 \\ \cancel{a \neq 1} \\ a \in [-\frac{2}{3};0] \end{cases}$$



$$\Rightarrow \varnothing$$

$$a \in [-\frac{2}{3};0]$$

Возможен третий случай $t_1 \in [-\frac{1}{2};1)$ и другой $t_2 \notin [-\frac{1}{2};1)$

$t_2 \notin [-1;1]$

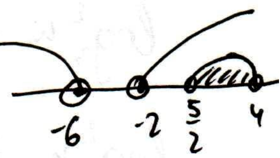
t_1, t_2 – корни

модуль не ставим оба знака реализ.

$$t_{1,2} = \frac{3a-2 \pm (a-10)}{4} \qquad \left[\begin{array}{l} t=\frac{4a-12}{4} \\ t=\frac{2a+8}{4} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} t=a-3 \\ t=\frac{a}{2}+2 \end{array}\right.$$

Случаи:

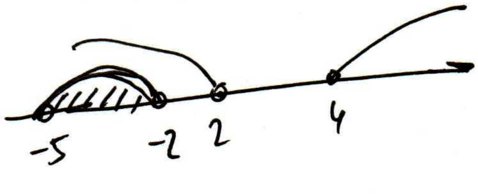
① $$\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq a-3<1 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{a}{2}+2>1 \\ \frac{a}{2}+2<-1 \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} a-3<1 \\ a-3 \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} a+4>2 \\ a+4<-2 \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} a<4 \\ a>\frac{5}{2} \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} a>-2 \\ a<-6 \end{array}\right. \end{cases}$$



$$a \in (\frac{5}{2};4)$$

② $$\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq \frac{a}{2}+2<1 \\ \left[\begin{array}{l} a-3>1 \\ a-3<-1 \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} \frac{a}{2}+2<1 \\ \frac{a}{2}+2 \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} a>4 \\ a<2 \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} a+4<2 \\ a+4 \geq -1 \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} a>4 \\ a<2 \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} a<-2 \\ a>-5 \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} a>4 \\ a<2 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$a \in (-5;-2)$$



В ① случае корень $\boxed{a-3\ ;\ a\in\left(\frac{5}{2};4\right)}$

② : $\boxed{\frac{a}{2}+2 \quad a\in(-5;-2)}$

Рассмотрим может ли один корень быть -1; другой 1

$t=-1$: $\quad 2+3a-2+a^2+a-12=0.$ 15

$a^2+4a-12=0. \quad \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=-6 \end{array}\right.$

$t=1$: $\quad a^2-2a-8=0. \quad \left[\begin{array}{l} a=+4 \\ a=-2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ такого быть не может

Ответ: $a\in\left[\left(\frac{5}{2};4\right)\right] \to$ корень: $a-3 = \sin x \Rightarrow x = ?$

$a\in\left[(-5;-2)\right] \to$ корень: $\frac{a}{2}+2 = \sin x \Rightarrow x = ?$

№2.

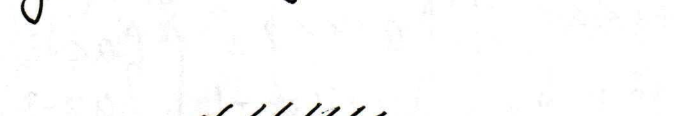
$$\cos\frac{2\pi}{9}+\cos\frac{4\pi}{9}+\ldots+\cos\frac{2\pi n}{9}=\cos\frac{\pi}{9}$$

$$\log_3^2 n+14<\log_3 9n^7 \qquad n>0.$$

$$\log_3^2 n-(\log_3 9+\log_3 n^7)+14<0.$$

$$\log_3^2 n-7\log_3 n+12<0.$$

$$\begin{cases}\log_3 n>3\\ \log_3 n<4\end{cases} \quad \begin{cases}\log_3 n>\log_3 \ldots\\ \log_3 n<\log_3 \ldots\end{cases}$$



$\log_3 n$ возр $\nearrow$

$$\begin{cases} n>27\\ n<81\end{cases}$$

Пусть $\frac{\pi}{9}=\alpha$

$$\cos 2\alpha + \cos 4\alpha + \ldots + \cos 2n\alpha = \cos\alpha \;\Big|\cdot \sin\alpha$$

$$\cos 2\alpha\cdot\sin\alpha + \cos 4\alpha\cdot\sin\alpha + \ldots + \cos 2n\alpha\cdot\sin\alpha = \cos\alpha\,\sin\alpha$$

$$\frac{1}{2}\left(\sin(-\alpha)+\sin 3\alpha\right)+\frac{1}{2}\left(\sin(-3\alpha)+\sin 5\alpha\right)+\ldots+\cancel{\cos}\frac{1}{2}\Big(\sin(-(2n-1)\alpha)+$$

$$\sin((2n+1)\alpha)\Big) = \cos\alpha\cdot\sin\alpha \;\Big|\cdot 2$$

$$-\sin\alpha + \sin((2n+1)\alpha) = 2\cos\alpha\cdot\sin\alpha$$

$$\sin((2n+1)\alpha) - \sin\alpha = 2\cos\alpha\cdot\sin\alpha$$

$$\cancel{\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{9}\right) = \sin\frac{2\pi}{9}+\sin\frac{\pi}{9}}$$

$$\boxed{\sin((2n+1)\alpha) = \sin 2\alpha + \sin\alpha = 2\sin\frac{3\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$\sin 3\alpha = \sin\frac{3\pi}{9} = \sin\frac{\pi}{3} = 3\sin\alpha - 2\sin^3\alpha = 3\sin\frac{\pi}{9} - 2\sin^3\frac{\pi}{9} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(2\alpha+\alpha) = \sin 2\alpha\cdot\cos\alpha + \cos 2\alpha\cdot\sin\alpha =$$

$$= 2\sin\alpha\cdot\underset{(1-\sin^2\alpha)}{\cos^2\alpha} + (1-2\sin^2\alpha)\sin\alpha =$$

$$= 2\sin\alpha - 2\sin^3\alpha + \sin\alpha \qquad \boxed{t=\sin\frac{\pi}{9}}$$

$$2t^3 - 3t = \frac{\sqrt{3}}{2}\;,\quad 4t^3 - 6t - \sqrt{3} = 0.$$

$$\cancel{\sin\frac{2\pi}{3} \ne \cos\frac{2\pi}{3} = 1 - 2\sin^2\frac{\pi}{\ }}$$

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{9}\right) = 2\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{\pi}{18}$$

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{9}\right) = \cos\frac{\pi}{18}$$

$$\frac{8\pi}{18} = \frac{4\pi}{9}$$

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{9}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{18}\right) = 0.$$

$\frac{8\pi}{18} = \frac{4\pi}{9}$

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{9}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{18}\right) = 0.$$

$$2\sin\left(\frac{(2n+1)\frac{\pi}{9} - \frac{4\pi}{9}}{2}\right)\cos\left(\frac{(2n+1)\frac{\pi}{9} + \frac{4\pi}{9}}{2}\right) = 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} ((2n+1)-4)\frac{\pi}{18} = \pi k \\ ((2n+1)+4)\frac{\pi}{18} = \pi m + \frac{\pi}{2} \end{array}\right. \quad m, k \in \mathbb{Z} \qquad \left[\begin{array}{l} \frac{2n-3}{18} = k \\ \frac{2n+5}{18} = m + \frac{1}{2} \end{array}\right. \quad k, m \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} 2n-3 = 18k \\ 2n+5 = 18m+9 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 2n - 18k = 3 \\ 2n - 18m = \cancel{8}\,4 \end{array}\right.$$

$2n - 18k = 3$ – решений не имеет т.к правая четна левая не

$n - 9m = 2$ $\quad$ ~~$m_0 = 1$~~ $n_0 = 10$ $m_0 = 1$ – частное решение

$(n - n_0) = 9(m - m_0)$ $\quad \begin{cases} n - n_0 = 9t \\ m - m_0 = t \end{cases}$ $t \in \mathbb{Z}$ $\quad \begin{cases} n = 9t + 10 \\ m = t + 1 \end{cases}$

12

$n \in (27; 81)$ $\quad$ ~~$n = 9t + 10$~~ $\quad$ ~~$n = \{28; 37; 46; 55; 64; 73\}$~~

Ответ: $n = \{29; 38; 47; 56; 65; 74\}$

~~Ответ: {28; 37; 46; 55; 64; 73}~~

№1

Т.к число имеет 6 нат дел. и только два простых то число $a = p_1^{\alpha} \cdot p_2^{\beta}$ причем

3

$(\alpha+1)(\beta+1) = 6$ – кол-во дел. всего.

$\alpha + 1 = 1$ – не может быть иначе $p_1^{\alpha} = 1$

$\beta + 1 = 1$ — –"–

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{array}\right.$

Нужны числа сумма степеней которых в разлож. на прос –3. Перебрав все числа на черновике до 78 таких не было обнаружено

это число 45!

№5.

$$(2\sin x + a^2 + a)^3 - (-2\sin^2 x + 3a\sin x + 12)^3 = 12 - 2\sin^2 x + (3a-2)\sin x - a^2 - a$$

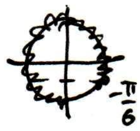
(разность кубов)

$$(2\sin x + a^2 + a + 2\sin^2 x - 3a\sin x - 12)(\ldots\ldots) = 12 - 2\sin^2 x + (3a-2)\sin x - a^2 - a$$

$$(2\sin^2 x + (2-3a)\sin x + a^2 + a - 12)(\ldots\ldots + 1) = 0.$$

Вторая скобка точно не имеет корней т.к. был неполный квадрат и к нему $+1$. Значит это равносильно ур-нию

$$2\sin^2 x + (2-3a)\sin x + a^2 + a - 12 = 0.$$



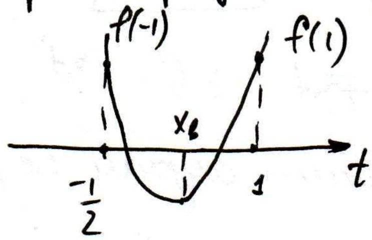
Пусть $t = \sin x$ т.к. ~~sinx~~ $x \in [-\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}]$ то $\sin x \in [-1; 1]$

чтобы было два различных корня $\longrightarrow$ $t \in [-\frac{1}{2}; 1)$

Итак ~~чтобы~~ необходимо чтобы было два различных корня лежащих на ~~интервале~~ отр. от $[-\frac{1}{2}; 1)$

$$2t^2 + (2-3a)t + a^2 + a - 12 = 0.$$

график прав - ф-ции парабола ветви вверх.



$$\begin{cases} f(-\frac{1}{2}) \geq 0 \\ f(1) \geq 0 \\ -1 \leq x_в \leq 1 \\ D > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} f(-\frac{1}{2}) \geq 0 \\ f(1) > 0 \end{cases}$$

Обозначим $f(t) = 2t^2 + (2-3a)t + a^2 + a - 12$

$f(-1) = \cancel{2} + 3a \cancel{-2} + a^2 + a - 12 = a^2 + 4a - 12$

$f(1) = 2 + 2 - 3a + a^2 + a - 12 = a^2 - 2a - 8$

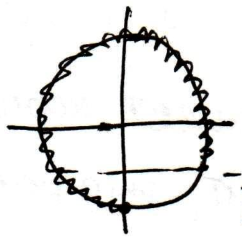
$x_в = \frac{3a-2}{4}$ $\quad \begin{cases} \frac{3a-2}{4} \leq 1 \\ \frac{3a-2}{4} \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3a - 2 \leq 4 \\ 3a - 2 \geq -4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3a \leq 6 \\ 3a \geq -2 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq 2 \\ a \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$

$D = (3a-2)^2 - 8(a^2 + a - 12) = 9a^2 - 12a + 4 - 8a^2 - 8a + 8 \cdot 12 = a^2 - 20a + 100 =$

$= (a-10)^2$

$$\begin{cases} a^2+4a-12 \geq 0 \\ a^2-2a-8 \geq 0 \\ a \in [-\frac{2}{3}; 2] \\ (a-10)^2 > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (a+6)(a-4) \geq 0 \\ (a-4)(a+2) \geq 0 \\ a \in [-\frac{2}{3}; 2] \end{cases}$$

Пусть $\sin x = t$



$-\frac{\pi}{6}$

Возможно два случая

1) $t \in [-\frac{1}{2}; 1]$ то уравнение должно иметь одно решение t на данном отр. и тогда будет два x

2) $t \in [-1; \frac{1}{2})$ и имеет два корня на этом отр. тогда каждый даст по одному x.

① $t \in [-\frac{1}{2}; 1]$

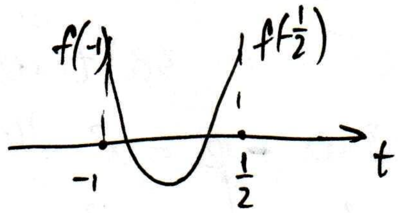
Чтобы был один корень $D=0$.

$D = (a-10)^2$ $\qquad (a-10)^2 = 0 \iff \boxed{a=10}$

Подставим: ~~$2\sin^2 x - 28\sin$~~ ~~$2t^2 - 28t$~~ $2t^2 - 28t + 98 = 0$.

$t_в = \frac{28}{4} = 7 \notin [-\frac{1}{2}; 1]$ т.е данный случай не реализуется

② $t \in [-1; -\frac{1}{2})$



$$\begin{cases} f(-1) \geq 0 \\ f(-\frac{1}{2}) > 0 \\ D > 0 \\ -1 \leq x_в \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$f(-1) = a^2+4a-12$

$f(-\frac{1}{2}) = \cancel{2t^2+(2+\frac{3}{2})}\, 2\cdot\frac{1}{4} (2-3a)\cdot\frac{1}{2} + a^2 + a - 12 = \frac{1}{2} - 1 + \frac{3}{2}a + a^2 + a - 12 =$

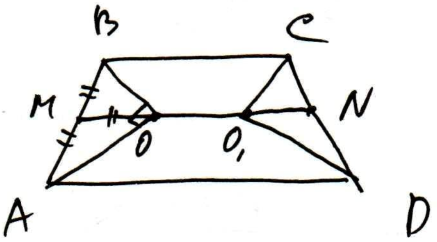
$= a^2 + \frac{5}{2}a - 12 - \frac{1}{2} = a^2 + \frac{5}{2}a - \frac{25}{2}$

$x_в = \frac{3a-2}{4}$ $\qquad \begin{cases} \frac{3a-2}{4} \leq -\frac{1}{2} \\ \frac{3a-2}{4} \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3a-2 \leq -2 \\ 3a-2 \geq -4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3a \leq 0 \\ 3a \geq -2 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq 0 \\ a \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$

Значит $OH_3 = OH_2 = OH_1$ т.е точка O равноудалена от AD и BC $\Rightarrow$ O лежит на средн. линии трапеции

Аналогично O_1 лежит на средней линии трапеции

2)



Т.к MN - ср. линия то $AM = MB$ а так как $\triangle AOB$ - прямоуг.

$\Rightarrow$ $\boxed{OM = \frac{1}{2} AB = 1}$

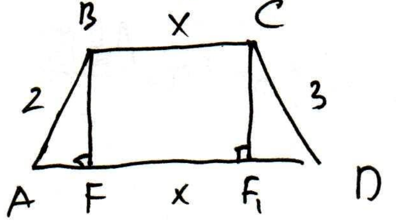
Аналогично $O_1N = \frac{1}{2} CD = \frac{3}{2}$

3) $MN = MO + OO_1 + O_1N = \frac{3}{2} + 1 + 4 = 5 + \frac{3}{2} = \boxed{\frac{13}{2} = MN}$

4) $S_{ABCD} = MN \cdot h = \frac{13}{2} \cdot h_{тр.} = \frac{26\sqrt{2}}{3}$ $\quad \boxed{h_{тр.} = \frac{26\sqrt{2} \cdot 2}{3 \cdot 13} = \frac{4\sqrt{2}}{3}}$

$MN = \frac{BC + AD}{2} = \frac{13}{2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{BC + AD = 13}$

5)



BF; CF_1 - высоты $\boxed{BF = CF_1 = \frac{4\sqrt{2}}{3}}$

$\triangle ABF$ и $\triangle CF_1D$ - прямоуг. $\Rightarrow$ по т. Пифагора

$AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \sqrt{4 - \frac{16 \cdot 2}{9}} = 2\sqrt{1 - \frac{4 \cdot 2}{9}} = 2\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{2}{3}$

$F_1D = \sqrt{CD^2 - F_1D^2} = \sqrt{3^2 - \frac{16 \cdot 2}{9}} = \sqrt{\frac{81 - 32}{9}} = \frac{7}{3}$

$FF_1 = BC$ т.к BCF_1F - прямоуг.

$AF + F_1D + FF_1 + BC = 2FF_1 + \frac{2}{3} + \frac{7}{3} = 2FF_1 + 3 = 13$

$\boxed{FF_1 = 5} = BC$

$\boxed{AD = 13 - 5 = 8}$ $\quad FD = FF_1 + F_1D = 5 + \frac{7}{3} = \frac{15 + 7}{3} = \frac{22}{3}$

$\triangle BFD$ - прямоуг. $\Rightarrow$ по т. Пифагора $22^2 = 2^2 \cdot 11^2$

$$BD = \sqrt{BF^2 + FD^2} = \sqrt{\frac{16 \cdot 2}{9} + \frac{22^2}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{8 + 11^2} = \frac{2}{3}\sqrt{129}$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot BF \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot 8 = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

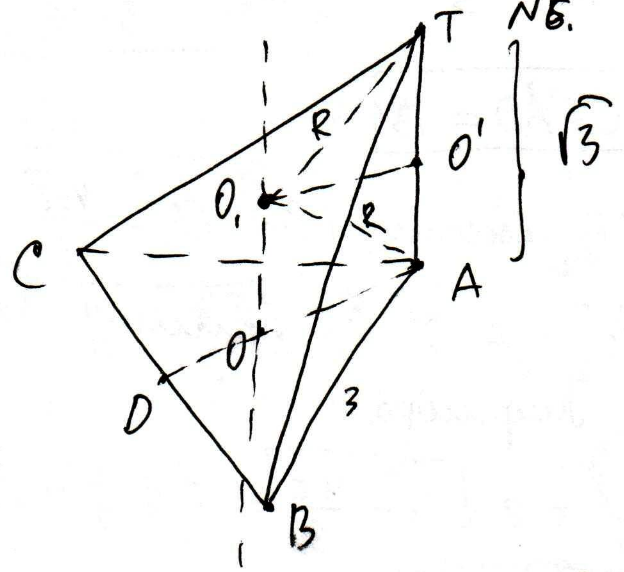
$$S_{ABD} = p \cdot r$$

$$p = \frac{AB + BD + AD}{2} = \frac{8 + 2 + \frac{2}{3}\sqrt{129}}{2} = 5 + \frac{\sqrt{129}}{3}$$ 20

$$r = \frac{S_{ABD}}{p} = \frac{16\sqrt{2}}{3\left(5 + \frac{\sqrt{129}}{3}\right)} = \frac{16\sqrt{2}}{15 + \sqrt{129}}$$

Ответ: $\frac{16\sqrt{2}}{15 + \sqrt{129}}$

№6.



$AB = 3$

$\triangle ABC$ - р/с $\Rightarrow AD = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

1) Центр описанной сферы будет лежать на линии проходящей через центр плоск. основания и $\perp$ ей.

Пусть $OO_1 = x$ тогда $AO' = x$

$$\boxed{O'O_1 = AO = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}}$$

$TA \perp (ABC) \Rightarrow TA \perp AO$

$O'O_1 \parallel AO \Rightarrow TA \perp \cancel{AO}\ O'O_1$

$t \in [-1; 1]$ $\quad t \in [-\frac{1}{2}; 1]$